

# 航空发动机非线性数学模型的遗传算法

罗秀芹, 朱林户, 郑铁军

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**针对发动机非线性数学模型数值解法的收敛性问题应用了浮点数编码遗传算法,提出了将遗传算法与 Broyden 法相结合的方法。数值仿真结果表明,单独使用遗传算法时运算效率不高,而将遗传算法与 Broyden 法结合使用可有效的克服各自的不足,使得模型在保持原有运算效率的情形下扩大了收敛范围。

**关键词:**航空发动机;非线性数学模型;遗传算法

**中图分类号:**V23 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)03-0001-03

航空发动机非线性数学模型是发动机性能仿真与控制系统设计的基础,收敛性、准确性和实时性是模型的三个重要评价指标,其中收敛性最为重要。合理、准确的数学模型是发动机各种功能数值仿真的基础,建立适合于各种仿真目的的发动机数学模型是仿真结果的可信与否的关键。在稳态过程或动态过程的计算中,目前常用于航空发动机平衡方程的数值解法有牛顿迭代法、 $N+1$ 点残量法和 Broyden 法,这些解法只具有局部收敛性,迭代步长稍大,则导致程序发散,使得航空发动机数学模型的应用受到限制。而近年来得到蓬勃发展的遗传算法其本质是一种求解问题的高效并行全局搜索方法。它能在搜索过程中自动获取和积累有关搜索空间的知识,并自适应地控制搜索过程以求得最优解。

## 1 数学模型

航空发动机控制所使用的数学模型最主要且最常用的是直接从发动机各部件的气动热力学方程导出气体热力学模型。在双涵道,双轴,混排加力涡扇发动机的热力计算过程中,选取6个平衡方程形成非线性方程组<sup>[1]</sup>,即高压轴功率平衡方程: $e_1 = (L_{HT}\eta_{m,H} - L_{ext} - L_{HC}) / (L_{ext} + L_{HC})$ ;低压轴功率平衡方程: $e_2 = (L_{LT}\eta_{m,L} - L_{FC}) / (L_{FC})$ ;混合室进口内外涵气流静压平衡方程  $e_3 = (P_{16} - P_{55}) / L_{55}$ ;高压涡轮进口与主燃烧室出口流量连续方程: $e_4 = (W_{cor4} - W_4\sqrt{T_4^*/P_4^*}) / W_{cor4\ cal}$ ;低压涡轮进口与高压涡轮出口流量连续方程: $e_5 = (W_{cor} - W_5\sqrt{T_5^*/P_5^*}) / W_{cor5\ cal}$ ;尾喷管出口与加力燃烧室出口流量连续方程: $e_6 = (W_9 - W_7) / W_7$ 。

## 2 算法设计

上述求解可描述为考虑在有限空间里的如下非线性方程组的求解: $F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T = 0$ 。其中  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ ,  $a_i \leq x_i \leq b_i$ ,  $a_i, b_i$  为自变量  $x_i$  的上下限,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。按照等效的原则,求解上述方程组可转化为求解如下极值:  $\min F(x) = \min \|F(x)\|_2 = \min_{a_i \leq x_i \leq b_i} \sqrt{\sum_{i=1}^n f_i(x)^2}$ 。

根据范数理论可以很容易证明每个子方程为零等价于方程组构成向量的二范数为零<sup>[2]</sup>。

遗传算法 (Genetic algorithm, 简称 GA) 是 20 世纪 60 年代后期由美国 J. H. Holland 教授首先提出

收稿日期:2003-11-27

作者简介:罗秀芹(1972-),女,陕西澄城人,讲师,硕士,主要从事概率度量理论及应用研究;

朱林户(1950-),男,陕西武功人,教授,博士生导师,主要从事概率度量理论及其应用研究。

的<sup>[3-4]</sup>。近年来,GA在理论和应用方面都有比较大的发展<sup>[5-6]</sup>。

在Holland的早期算法中,通常采用二进制编码形式,但近年来的大量实验研究表明,浮点数编码适合于表示范围较大的数,可以获得较高的精度和更大的搜索空间,改善了GA的计算复杂性,提高了运算效率,同时也便于处理决策变量的约束条件。即利用浮点数编码的GA比利用二进制编码的GA使用更加自然、计算效率更高,能得到更加优越的优化结果。本文采用浮点数编码的GA。

GA以个体适应度大小来确定个体被遗传到下一代的概率。为正确计算不同情况下个体的遗传概率,要求所有个体的适应度必须为正数,不能是负数,因此直接可将目标函数的二范数作为适应度函数。

GA中,选择个体产生子代的过程尤其重要,一般采用基于适应度的概率选择方式,适应度高的将有更多的机会遗传到下一代,而适应度较低的个体被遗传到下一代的概率则较小。选择操作就是按某种选择方法选取个体遗传到下一代的一种遗传运算。操作的主要目的是为了避免基因缺失、提高全局收敛性和计算效率。常见的选择方法有轮盘赌选择、排序选择等。

交叉和变异构成了GA的基本搜索机制,浮点数编码的GA有多种交叉和变异的方案,例如均匀变异、边界值变异、非均匀变异、多维非均匀变异以及简单交叉、算术交叉、启发式交叉等。变异操作是一种局部随机搜索,与选择、交叉算子结合在一起,保证了GA的有效性,使GA具有局部的随机搜索能力,并使GA保持种群的多样性,可以有效地防止非成熟收敛的出现。本文综合使用了上述的各种算子。

在单独使用GA求解发动机平衡方程时发现运算效率不够高。而众所周知的Broyden算法,虽然在解非线性方程组时对初值的选取较为苛刻,但只要能确定解所在的邻域,算法具有极强的收敛性与较高的计算效率。为了使发动机非线性数学模型既能实现大范围收敛,又能保持与现有模型相当的计算效率,本文综合两种算法的优势,提出求解发动机平衡方程的改进算法。求解平衡方程时,首先采用GA快速获得方程组的一组近似解,以此为起点,采用Broyden算法继续迭代,直至解的误差满足精度要求。

### 3 数值仿真和结果分析

本文将GA应用于发动机非线性方程组的求解时,采用GA替代Broyden算法求解发动机平衡方程,模型程序的整体结构仍保持原样,只是将非线性方程组求解子程序换为上述GA程序即可。运行结果表明,在不同的参数取值范围或不同的终止代数下,GA在发动机平衡方程求解时都具有良好的收敛性,但缺点是模型的计算效率不尽人意。表1为变量范围为5%(即变量 $x$ 的范围为 $(0.95x, 1.05x)$ ),终止代数为100代时的部分最优解。表中的第一列为进化代数,最后一列是所求得二范数值,中间各列为方程组变量 $W_{cor5}, W_{cor4}, \Pi_{FC,0}, \Pi_{HC,0}, H_4^*, n_H$ 的解,其中 $\Pi_{FC,0}, \Pi_{HC,0}, n_H$ 隐含在方程组的有关参数中。

表1 方程组的解

代	$W_{cor5}$	$W_{cor4}$	$\Pi_{FC,0}$	$\Pi_{HC,0}$	$T_4^*$	$n_H$	二范数值
81	324.69	89.098	6.710 7	3.546 9	1 699.3	13 525	0.028 050
83	324.69	89.098	6.710 5	3.546 9	1 699.3	135 25	0.028 043
84	324.69	89.097	6.710 7	3.546 9	1 699.3	135 25	0.027 932
85	324.69	89.098	6.708 7	3.553 9	1 699.3	135 25	0.027 795
86	324.69	89.098	6.709 5	3.551 1	1 699.2	135 25	0.027 745
87	324.69	89.097	6.708 7	3.553 9	1 699.3	135 25	0.027 565
88	324.66	89.097	6.709 5	3.551 0	1 699.2	135 24	0.027 501
89	324.66	89.097	6.709 5	3.551 0	1 699.2	135 25	0.027 495
90	324.68	89.097	6.708 9	3.553 1	1 699.3	135 25	0.027 427
91	324.66	89.097	6.709 5	3.551 0	1 694.0	135 25	0.026 993
92	324.66	89.097	6.709 3	3.551 6	1 695.5	135 25	0.026 940
94	324.66	89.095	6.709 5	3.551 0	1 694.0	135 25	0.026 471
95	324.66	89.095	6.709 5	3.551 0	1 694.0	135 25	0.026 452
96	324.66	89.094	6.709 6	3.550 6	1 693.0	135 25	0.026 205
97	324.65	89.094	6.709 6	3.550 4	1 692.7	135 25	0.026 133
98	324.65	89.094	6.709 6	3.550 4	1 692.7	135 25	0.026 130
99	324.65	89.094	6.709 6	3.550 3	1 692.4	135 25	0.026 078
100	324.65	89.094	6.709 6	3.550 3	1 692.4	135 25	0.026 078

从相应的性能跟踪图1上发现,GA早期向最优解逼近的速度相当迅速,经过很少代进化,即可充分接近问题的最优解,随后由于各个个体的差别减小、各算子对编码中优良模式的破坏作用增大,使得进化缓慢,达

到最优解的计算时间大大增加,从而使整个算法的计算效率急剧下降。于是采用遗传算法与 Broyden 算法相结合的改进算法对方程组进行运算,仿真结果表明,两种算法的结合使用弥补了各自的不足,使得模型在保持以往的运算效率的同时又扩大了收敛范围。表 2 为进化代数是 100 代,变量范围不同时的误差值。

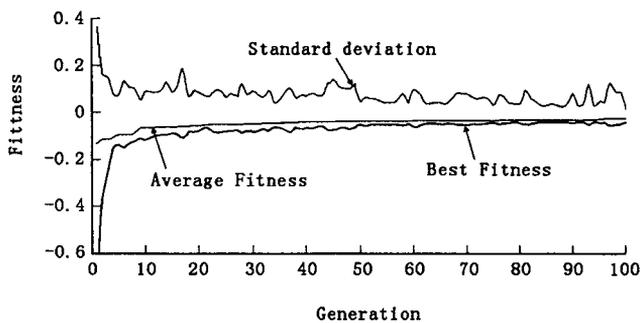


图1 性能跟踪结果

表2 不同范围误差值

范围	误差值
0.05	$9.4018e-007$
0.10	$1.2614e-007$
0.15	$7.2351e-007$
0.20	$5.3441e-007$
0.30	$1.9421e-008$
0.35	$3.5855e-007$

## 4 结束语

遗传算法不只是一种单纯的优化算法,还是一种以生物进化思想为基础的一般方法论,是解决复杂问题的有力工具。本文针对发动机非线性数学模型在稳态情形下先采用单纯的遗传算法求解,然后结合 Broyden 法和遗传算法的优点采用改进算法对方程组进行求解。两种运算方法计算结果表明,将遗传算法应用于发动机非线性方程组的求解使得收敛范围得以扩大,从而提高了发动机数学模型的适用范围。

### 参考文献:

- [1] 谢光华. 航空发动机结构参数摄动非标准多变量鲁棒控制[D]. 西安:西北工业大学,1999.
- [2] 程云鹏. 矩阵论[M]. 西安:西北工业大学出版社,2000.
- [3] Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning[M]. New York: Addison - Wesley Publishing Company, Inc, 1989.
- [4] Lawrence D. Handbook of Genetic Algorithms[M]. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [5] Michalewicz Z. Genetic Algorithms + data structure = evolution programs [M]. New York: Springer - Verlag, 1994.
- [6] 刘 锋, 卢万铮, 郑秋容. 用改进遗传算法优化全等宽平行耦合微带线带通滤波器[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(3): 64 - 67.

(编辑:姚树峰)

## Application of Genetic Algorithm to Aero - engine Nonlinear Mathematical Model

LUO Xiu - qin, ZHU Lin - hu, ZHENG Tie - jun

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** Float point genetic algorithm is used to solve the convergence problem of aero - engine nonlinear mathematical model numerical solution. Simulation shows that the operation efficiency is not high by using the genetic algorithm alone. But by mixing genetic algorithm with Broyden method, the deficiency of each method can be avoided effectively and the convergence is extended with the substantial stability of original efficiency of the model being maintained.

**Key words:** aero - engine; nonlinear mathematical model; genetic algorithm