第4卷第6期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol.4 No.6
2003年12月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Dec. 2003

溃变理论及其应用

林　益
(斯里普瑞洛克大学，数学系，美国，宾西法尼亚－斯里普瑞洛克　PA　16057)

摘　要:通过将数学模型和被它所解释的物理系统的结合,在引进溃变概念的基础上,对整体进化和溃变概念进行更进一步的深入而细致的研究。基于非线性模型分析,给出了溃变的数学物理意义和数学特征。最后,将溃变概念应用于研究现实存在的化学连锁反应之中。

关键词:线性性;非线性性;整体进化;溃变
中图分类号:N93　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009－3516(2003)06－0001－07

作为对我们所做工作[1]的继续,在本文中,我们将更密切着眼于如何把非线性跃变(变迁性转变)视为溃变的数学特征。然后,将考察通常的流体旋转运动,并给出该溃变理论在化学反应中的一个具体应用。

1　非线性跃变

让我们来看如下的自治方程

$$\dot{u} = a_0 + a_1 u + \cdots + a_{n-1} u^{n-1} + u^n \tag{1.1}$$

其中 u 是状态变量。

例 1 对于 $n=2$, 方程(1.1)变成

$$\dot{u} = a_0 + a_1 u + u^2 \tag{1.2}$$

这是一个最简单的一般非线性进化模型和一个特殊的黎卡提(Riccati)方程。这个模型已在预测科学中找到了各式各样的广泛应用。我们不使用求解 Riccati 方程的变量置换方法,而取而代之的是这里给出的根据 a_0 和 a_1 的取值不同的分析方法。

当 $\Delta = a_1^2 - 4a_0 = 0$,方程(1.2)的一般解是

$$u = -\frac{1}{2}a_1 - (A_0 + t)^{-1} \tag{1.3}$$

其中 A_0是积分常量。明显地,解(1.3)包含溃变。

a)如果 $A_0 > 0$, 那么,当时间 t 趋于 $+\infty$ 时, u 就逐渐地稳定在均衡状态 $-\frac{1}{2}a_1$。因此,在间隔 $t \in [0, +\infty]$上, u 的进化是连续的。

b)如果 $A_0 < 0$, 那么,当 $t \to t_b = -A_0$,时,状态 $u \to +\infty$, 在这种情况,u 具有不连续的特异性质,并在出现特异性之后有一个跃变。这种类型的不连续性与原来给定领域的光滑性没有任何关系,它显示了非线性进化的本质特征。

当 $\Delta = a_1^2 - 4a_0 > 0$,而且这种运动被限制到 $|u + \frac{1}{2}a_1| < \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2 - 4a_0}$,即这是一个有界的运动, 那么,方程(1.2)的解由如下表达式给出

收稿日期:2003－01－08
作者简介:林　益(1959－),男,福建福州市人,教授,美国非线性科学院院士,国际一般系统论研究会主席,Auburn 大学数学博士,Carnegi Mellon 大学统计博士后,主要从事数学及一般系统理论及应用,数学建模,非线性分析及应用等研究,1999 年荣获欧洲维纳科学奖,已出版著作及专集十一部.

$$u=\frac{1}{2}\sqrt{a_1^2-4a_0}\tanh(\frac{1}{2}\sqrt{a_1^2-4a_0}t+\frac{1}{2}A_1)+\frac{1}{2}a_1 \tag{1.4}$$

在这种情况下,进化的发展是没有经历任何溃变的,是具有连续性的。

如果运动的范围满足$|u+\frac{1}{2}a_1|>\frac{1}{2}\sqrt{a_1^2-4a_0}$,也就是说,它是一个非有界的运动,那么,可以得到

$$u=\frac{1}{2}\sqrt{a_1^2-4a_0}\coth(-\frac{1}{2}\sqrt{a_1^2-4a_0}t-\frac{1}{2}A_0)-\frac{1}{2}a_1 \tag{1.5}$$

当 $A_0<0$, 而且

$$t\to t_b=-\frac{A_0}{\sqrt{a_1^2-4a_0}} \tag{1.6}$$

时,u 经历一个溃变。因此,在同样的这一系列条件下,模型是否具有不连续性与给定的初始区域是独立的。因此,无论应用什么样的光滑方法,在每一迭代步骤中有界的非线性进化方程,其数值解的求得是很困难的。从这种意义上讲,专门为了求解非线性进化方程的各种各样的积分方法,都不能真正地避免由进化的奇异性所带来的必须面临的“爆发”增长或者被困惑于“误差值的盘旋”。

当 $\Delta=a_1^2-4a_0<0$ 时,方程(1.2)的一般解是

$$u=\frac{1}{2}\sqrt{4a_0-a_1^2}\tan(\frac{1}{2}\sqrt{4a_0-a_1^2}t+A_0)-\frac{1}{2}a_1 \tag{1.7}$$

当

$$t\to t_b=\frac{2}{\sqrt{4a_0-a_1^2}}(\frac{\pi}{2}+n\pi-A_0)\text{时},$$

u 经历周期性的变迁性溃变。

这就是说,在不同的初始条件下,同一个非线性模型的解可以是连续的且光滑的,也可以具有周期性的跃变。因此,即使是对于最简单的非线性进化方程,用微分数学的语言来讲,它们解的适定性也是有条件的。

例 2 如果 $n=3$,方程(1.1)就变成

$$\dot{u}=a_0+a_1u+a_2u^2+u^3=F \tag{1.8}$$

a)当 F 有一个3重根 u_1时,方程(1.8)的解可以成如下形式:

$$u=u_1\pm(A_0-2t)^{-\frac{1}{2}} \tag{1.9}$$

显然,方程(1.9)是一个溃变解。

b)如果 F 有一个实根 u_1和两个相互共轭的复根,即

$$F=(u-u_1)(u^2+p_1u+q_1)$$

其中,p_1, q_1 是常数,且满足 $p_1^2-4q_1<0$, 那么,方程(1.8)的解是

$$\frac{1}{Y_0^2+Z_0^2}\ln\left|\frac{u-u_1}{\sqrt{u^2+p_1u+q_1}}\right|+\frac{N+\frac{1}{2}p_1M}{\sqrt{q_1-\frac{1}{4}p_1^2}}\arctan\frac{u+\frac{1}{2}p_1}{\sqrt{q_1-\frac{1}{4}p_1^2}}=t+A_0 \tag{1.10}$$

其中,$X_0=p_1+u_1$, $Y_0=\frac{1}{2}p_1+u_1$, $Z_0=\sqrt{q_1+\frac{1}{4}p_1^2}$。显然,当 t 取有界值时,$|u|\to\infty$。因此,式(1.10)是一个溃变解。

c)如果 F 有一个2重实根 u_1 和一个单实根 u_2,并假定 $u_1>u_2$。那么,方程(1.8)的解是

$$-\frac{A}{u-u_1}+C\ln\left|\frac{u-u_2}{u-u_1}\right|=t+A_0 \tag{1.11}$$

在此,$A=(u_1-u_2)^{-1}$, $C=(u_1-u_2)^{-2}$。当 $u>u_1$或者 $u<u_2$时,式(1.11)变成

$$-\frac{A}{u-u_1}+C\ln\left|\frac{u-u_2}{u-u_1}\right|=t+A_0 \tag{1.12}$$

其解呈现溃变。

如果 $u_1>u>u_2$,那么,式(1.11)变成

$$u=\frac{u_2+u_1e^{\frac{1}{u_1-u}}e^{(u_1-u_2)(t+A_0)}}{1+e^{\frac{1}{u_1-u}}e^{(u_1-u_2)^2(t+A_0)}} \tag{1.13}$$

当 $t\in[0,+\infty]$ 时, u 是连续而有界的。同时, u 不经历任何溃变。

d)如果假定 $F=0$ 具有3个不相同的实根 u_1, u_2, u_3, 不失一般性, 假设 $u_1>u_2>u_3$。现在,方程(1.8)的解可以呈如下形式:

$$\ln\frac{(u-u_1)^{\frac{u_2-u_3}{u_1-u_2}}(u-u_3)}{(u-u_2)^{\frac{u_2-u_3}{u_1-u_2}}}=\frac{1}{C}(t+A_0) \tag{1.14}$$

这个解包含溃变。然而,对式(1.14)的进行仔细分析便可以揭示出 u 的进化表现出一种“半爆破”状态,这是由于当 $t\to -A_0$ 时, u 的相应的取值变为多值化:

$$(u-u_1)^{\frac{u_2-u_3}{u_1-u_2}}(u-u_3)=(u-u_2)^{\frac{u_1-u_3}{u_1-u_2}} \tag{1.15}$$

且

$$u\to+\infty \tag{1.16}$$

这里, 前一种情况代表的是一个有界运动,而后者是显示溃变。实际上,在自然界的进化中这里所说的“半爆破”状态是不存在的。例如,水的旋转移动,产生于两个或者更多个流的相互碰撞,还有,一些材料的部分偏损坏都属于这种情形。

对于 n 次多项式的情况,即使方程的解析解不能确切地求出,它的溃变性质可以通过应用定性的手段来研究。在实数域中,方程(1.1)能被写作为

$$\begin{aligned}\dot{u}=F=(u-u_1)^{p_1}\cdots(u-u_r)^{p_r}\\(u^2+b_1u+c_1)^{q_1}\cdots(u^2+b_mu+c_m)^{q_m}\end{aligned} \tag{1.17}$$

其中,p_i 和 q_j, $i=1,2,...,r$, $j=1,2,...,m$,全部是正的整数,$n=\sum_{i=1}^{r}p_i+2\sum_{j=1}^{m}q_j$,$\Delta=b_j^2-4c_j<0$, $j=1,2,...,m$。不失一般性,假定 $u_1\geqslant u_2\geqslant\cdots\geqslant u_r$, 这样,方程(1.2)解的溃变性质可以由下述的定理给出。

定理 方程(1.2)所给出的初值问题的解包含溃变的条件由如下给出

1) 当 u_i,($i=1,2,...,r$)不存在,即 $F=0$ 没有任何实根;且

2) 如果 $F=0$, 有实根 u_i, $i=1,2,...,r$

a) 当 n 是偶数时,如果 $u>u_1$, 那么 u 包含溃变; 当 $u<u_r$, 解不存在。

b) 当 n 是奇数时,无论是 $u>u_1$ 或者是 $u<u_r$, 溃变总存在。

该定理的证明已经在文献[1]中给出。

2 非线性时空进化方程

在空间上可变的非线性进化方程物理学中具有广泛的应用范围。这些方程能直接和直觉地反映出溃变的物理意义。例如,一维水平对流方程是一个最简单的具有空间可变的非线性进化方程。其柯西(Cauchy)问题能被写作为

$$\begin{cases}u_t+uu_x=0\\u_{t=0}=u_0\end{cases} \tag{2.1}$$

其中, u 表示流的速度,$u_t=\frac{\partial u}{\partial t}$和 $u_x=\frac{\partial u}{\partial x}$是在时间 t 和空间 x 上的一维空间上的分量。应用分离变量方法而不展开[2],令

$$u(t,x)=A(t)v(x),\qquad u_0(x)=A(0)v(x) \tag{2.2}$$

现在,方程(2.1)能被化简为

$$\frac{\dot{A}}{A^2}=-v_x=-\lambda \tag{2.3}$$

其中 λ 是常量。那么,

$$\dot{A}+\lambda A^2=0,\qquad v_x=\lambda \tag{2.4}$$

对方程(2.4)积分,并取 $A(0) = A_0$,得

$$A = \frac{A_0}{1 + A_0 v_x t} \tag{2.5}$$

给此方程两边同时乘以 u_x并取 $u_{ox} = \frac{\partial(A_0 v)}{\partial x} = A_0 v_x$,得到

$$u_x = \frac{u_{0x}}{1 + u_{0x} t} \tag{2.6}$$

基于发散的阶数的定义,u_x 是一阶的发散。当 $u_{0x} > 0$,即当初始的域是发散的,则 u_x就是关于时间 t 连续地衰减直至这种发散运动消失。如果 $u_{0x} < 0$,即当初始的域是收敛的,则 $u_x \to \infty$ 的进化,在时间 $t \to t_b = -\frac{1}{u_{0x}}$ 时,就出现一个关于时间 t 的不连续的奇异性。显然,当 $t < t_b$时,$u_x < 0$ 具有连续性。而当 $t > t_b$时,$u_x > 0$ 。因此,初始域($u_{0x} < 0$)的收敛矩可以通过溃变而转变成为发散矩($u_{0x} > 0$)。这种类型运动矩的特征不能用线性分析或统计分析来准确而真实地描述。它们反映着非线性进化的基本特征[3]。

3 旋转水流

在数学意义上讲,非线性性就意味着奇异性这个事实在已经由前面的各节得到了证明。在物理学方面,本节中将证实一个事实,非线性性可以表征涡流运动。同时,涡流运动是一种结构性的进化问题,是物质的非偶然进化的一种自然后果。

伯杰克尼斯(V. Bjerkness(1898))发现了涡流现象是由于在大气和海洋中运动中的媒介质的密度发生变化而引起的,同时,建立了著名的环流定理。从这个定理出发,记环流量为 Γ,它表示着是流体中的一个封闭的路径,并且定义了一种线速度矢量在这个封闭路径上局部正切上的分量沿着这个封闭路径的线积分。即,如果 $\boldsymbol{V}$ 代表运动流体的速度,S 是一个任意的封闭曲线,$\delta \boldsymbol{r}$ 是曲线 S 上的相临两点的向量微分,那么,环流量 Γ 的定义表达式如下:

$$\Gamma = \oint_S \boldsymbol{V} \delta \boldsymbol{r} \tag{3.1}$$

基于连续性假定和流动力学的欧拉(Euler)方程得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{p} \nabla p - 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{V} + \boldsymbol{g} \tag{3.2}$$

其中,p 表示大气压力,ρ 表示密度,$\boldsymbol{g}$ 是重力加速度,$\boldsymbol{\omega}$ 是地球旋转的角速度,方程(3.2)右端的第一个项称为压力梯度力,第二个项被称为高瑞利(Coriolis)力,这样,就得到了著名的 Bjerkness环流定理[4]

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = \iint_\sigma \nabla\left(\frac{1}{p}\right) \times (-\nabla p) \cdot \delta\sigma - 2\boldsymbol{\omega} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \tag{3.3}$$

其中,σ 是封闭曲线 S 所包围的区域在赤道平面上的投影。

方程(3.3)右端第一项在气象学中被称为螺管项(Solenoid)。它起源于由于不均匀密度 ρ 而产生的一种相拧的力而导致的 p - 平面和 ρ - 平面的交叉。因而,材料运动必须是旋转的,旋转的方向取决于 p - 等位面和 ρ - 等位面的分布状况。方程(3.3)右端第二项来源于地球的自转。除使用伯杰克尼斯(Bjerkness)定理来解释形成陆地海洋微风吹拂外,这个定理的重要性还包括:

1) 用动力学的术语来讲,不均匀密度意味着涡流结果,而不是所谓的弹性压力结果。压力梯度力($-\frac{1}{p}\nabla p$)是涡流的源泉。用数学语言来讲,它是非线性的。因此,非线性意味着涡流的产生。伯杰克尼斯(Bjerkness)定理已清楚地揭示了一个事实,不均匀的涡流运动是在宇宙中可观察的物质运动的最普遍的形式,即使是他的同代和他的后代的学者们都没有认识到这种含义,而欧阳(OuYang)指出了这个意义。

2) 在现实宇宙中,普通的运动形式是涡流。也就是说明了为什么 Küchemann[5] 曾经主张“移动流体的筋腱是涡流”。欧阳所说的事实[6]是涡流场是这样的一个地方,在这个地方具有两种能量的存在,它们都是既是动能的高度集中又能把动能有效转换成为热能。在这种意义下,给人们提醒了一个事实,没有涡流,就不会有动能的任何形式的转换。通过动能的聚集和通过这些聚集的动能转化为热能,涡流实际上消耗动能。

能量的这样一种升高和下降确定热动力力量的均衡,对涡流内部,并且反映了涡流的数量和能量的转化之间密切的关系。

3) 因为不均匀的密度产生了"拧曲"力量,旋转水流的场便自然地被形成。用现代的科学语言来讲,这种场不具有一致性的产生。顺时针和逆时针的涡流总共存,即便是在导致破坏初始平稳的流体场。把这种进化反映到连续性分析方法学中,解的不连续性和奇异性将自然地出现。相反地,非线性微分方程的不连续性提供了用于预测不连续性跃变和涡流场[6]出现的一种分析方法。

4　应用性检验

连锁反应是一类重要和比较特殊的化学反应。连锁反应的特性是在重新反应的系统中,存在着那种被称为链锁载体的活跃微粒。因此,一旦反应被开始,如果不强行施加外部控制,反应将以连锁的方式从一个连接到另一个的步骤自动地予以进化,直到反应终结[4]。基于连锁反应的概念,连锁反应被分类为直接连锁反应和分支连锁反应。直接连锁反应的特征是每一个链锁载体的活跃微粒在加入反应之后生产仅仅一种新的活跃微粒。至于分支连锁反应,链锁载体者的每一活跃微粒生产,在加入反应之后,有两种或者更新的活跃微粒,这样所有连锁携带者的联合体戏剧性地增加。

为了方便的缘故,假设仅仅存在一个种类的链锁载体 X 。它的重新生成、反应传播、分支甚至直到反应终结停止,能分别地被描述如下:

$$\begin{aligned}&\cdots\rightarrow X+\cdots\\&X+\cdots\rightarrow X+\cdots\\&X+\cdots\rightarrow 2X+\cdots\\&X+\cdots\rightarrow\cdots\end{aligned}\tag{4.1}$$

这些反应的反应速度分别是 r_0, U_x, D_x, B_x, 其中 U , D , B 与表达式(4.1)左边的…项的化学反应物质包括链锁载体的相关密度成正比。符号 U , D 和 B 与链锁载体密度 x 的积表示连锁反应的相对速度[8]。

对于具有既定相互作用的两个连锁反应之间的互相反应,链锁载体 x 的反应速度是 2 次的(非线性的)。在仅仅有一个类型链锁载体的情况下,如果第 j 个终止端点和分支连锁反应过程的反应速度分别是 B_jx^j 和 D_jx^j, $j=1,2$, 以及如果初始连锁反应速度是 r_0,那么,链锁载体的密度 x 满足下列反应方程

$$\begin{aligned}\dot{x}=r_0-(B_1-D_1)x-(B_2-D_2)x^2\equiv\\ \eta_0-\eta_1x-\eta_2x^2\end{aligned}\tag{4.2}$$

其中 $\eta_0=r_0\geqslant 0$, $\eta_1=B_1-D_1$ 且 $\eta_1=B_2-D_2$。显然,η_1 和 η_2 都大于零,这就意味着这个反应过程能进行到底的机会大于这个反应走向分支反应的机会。并且,η_1 和 η_2 小于零相应于另外的对立情形,表明这个反应过程走向分支反应的可能大于反应直接进行到终结的可能。在给出初始值的条件下,链锁载体密度 x 关于时间 t 的导数可以通过计算而得到,这个链锁载体具有相似可变的连锁反应速度 $r(=\frac{x}{t})$ 和连锁反应长度 $\bar{v}$ $(=\frac{r}{r_0})$。

如果 $\eta_0=0$,该连锁反应将导致产生在链锁载体之间不存在互相反应的情况。因此,假定, $\eta_2\neq 0$ 且 $\Delta=\eta_1^2+4\eta_0\eta_2$。这样,基于不同的情况,能进行讨论如下。

1) 在这种情形下,直接连锁反应进行到终结比分支连锁反应过程更重要,有两种可能性:$\eta_1>0$ 且 $\eta_2>0$; $\eta_1=0$ 且 $\eta_2>0$。来考察每一可能性的细节如下。

a) 当 $\eta_1>0$, $\eta_2>0$ 且 $\Delta>0$ 时,方程(4.2)变成

$$\dot{x}=-\eta_2\left(x^2+\frac{\eta_1}{\eta_2}x-\frac{\eta_0}{\eta_2}\right)\tag{4.3}$$

如果 $\left|x+\frac{\eta_1}{2\eta_2}\right|\leqslant\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}$,那么,方程(4.3)的解由下式给出

$$x_{++}^{(1)}(t)=\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}\tanh\left(-\frac{\eta_2}{2}\sqrt{\left(\frac{\eta_1}{\eta_2}\right)^2+4\frac{\eta_0}{\eta_2}}t+\frac{1}{2}A_0\right)-\frac{\eta_1}{2\eta_2}=\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}\tanh\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\Delta}t+\frac{1}{2}A_0\right)-\frac{\eta_1}{2\eta_2} \tag{4.4}$$

明显地,在这种情况下,反应是连续的和有界的。

如果$|x+\frac{\eta_1}{2\eta_2}|\leqslant\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}$,那么,

$$x_{++}^{(2)}(t)=\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}\coth\left(\frac{1}{2}\sqrt{\Delta}t-\frac{1}{2}A_0\right)-\frac{\eta_1}{2\eta_2} \tag{4.5}$$

其中A_0是积分常数,由初始密度确定。显然,方程(4.5)是一个溃变问题。当$t\to\infty$时,表达式(4.4)和(4.5)分别趋近于固定的密度$\frac{-\sqrt{\Delta}-\eta_1}{2\eta_2}$和$\frac{\sqrt{\Delta}-\eta_1}{2\eta_2}$。尤其重要是方程的(4.5)的进化经历了溃变而终结。这就是为什么这样的反应过程经验上通常会具有强烈的“爆炸”的原因。

b)当$\eta_1=0,\eta_2>0$,且$\Delta=4\eta_0\eta_2>0$时,方程(4.2)变成

$$\dot{x}=-\eta_2\left(x^2-\frac{\eta_0}{\eta_2}\right) \tag{4.6}$$

如果$|x|<\frac{1}{\eta_2}\sqrt{\eta_0\eta_2}$,那么,方程(4.6)的解为

$$x_{0+}^{(1)}=\frac{1}{\eta_2}\sqrt{\eta_0\eta_2}\tanh\left(-\sqrt{\eta_0\eta_2}t+\frac{1}{2}A_0\right) \tag{4.7}$$

如果$|x|>\frac{1}{\eta_2}\sqrt{\eta_0\eta_2}$,那么,

$$x_{0+}^{(2)}=\frac{1}{\eta_2}\sqrt{\eta_0\eta_2}\coth\left(\sqrt{\eta_0\eta_2}t-\frac{1}{2}A_0\right) \tag{4.8}$$

明显地,除了数值的不同外,方程(4.7)、(4.8)和方程(4.4)、(4.5)表征着类似的反应过程。

2)在这种情形下,分支连锁反应过程比终结直接连锁反应更为重要,也有两种可能性:$\eta_1<0$且$\eta_2<0$;$\eta_1=0$且$\eta_2<0$。考察每一可能性的细节如下。

a)当$\eta_1<0$,$\eta_2<0$且$\Delta=\eta_1^2+4\eta_0\eta_1$可以是正的、负的或者为零。与这些情况之一相应,它们的解分别如下:

$$当\ x_{--}^{(1)}=-\frac{\eta_1}{2\eta_2}-(A_0-\eta_0t)^{-1} \qquad 当\ \Delta=0 \tag{4.9}$$

如果$\Delta>0$且$|x+\frac{\eta_1}{2\eta_2}|<\frac{-1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}$,则

$$x_{--}^{(2)}=-\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}\tanh\left(\frac{1}{2}\sqrt{\Delta}t+\frac{1}{2}A_0\right)-\frac{\eta_1}{2\eta_2} \tag{4.10}$$

如果$\Delta>0$且$|x+\frac{\eta_1}{2\eta_2}|>\frac{-1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}$,则

$$x_{--}^{(2)}=-\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}\coth\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\Delta}t-\frac{1}{2}A_0\right)-\frac{\eta_1}{2\eta_2} \tag{4.11}$$

而如果$\Delta<0$则

$$x_{--}^{(3)}=-\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{-\Delta}\tan\left(-\frac{1}{2}\sqrt{-\Delta}t+A_0\right)-\frac{\eta_1}{2\eta_2} \tag{4.12}$$

其中A_0是积分常数。明显地,方程(4.9)、(4.11)和方程(4.12)都包含这溃变,而方程(4.10)表征着连续的变化。

b)当$\eta_1=0$且$\eta_2<0$时,方程(4.2)变成

$$\dot{x}=-\eta_2\left(x^2-\frac{\eta_0}{\eta_2}\right) \tag{4.13}$$

它的解是

$$x_{0-} = -\frac{1}{2\eta_2}\sqrt{\Delta}\tan\left(\frac{1}{2}\sqrt{-\Delta}t + A_0\right) \tag{4.14}$$

这个解呈现出周期性的溃变。这就是说,当分支连锁反应比终结直接反应更重要时,除描述连续的进化的方程(4.10)、(4.11)的情况外,相应的连锁反应都关于时间呈现溃变。这个结论证明了一个事实,一般地,连锁反应比其他类型的反应是更快速和更强烈的。

3)对于介于前两种情形之间的情况,有下列两种情况:$\eta_1<0$ 且 $\eta_2>0$;$\eta_1>0$ 且 $\eta_2<0$ 。有关的细节是:① 如果 $\eta_1<0$ 且 $\eta_2>0$,那么 $\Delta=\eta_1^2+4\eta_0\eta_2$。因此,连锁反应有一个类似于方程(4.3)的解(除了数值上的差别外);②如果 $\eta_1>0$ 且 $\eta_2<0$,那么 $\Delta=\eta_1^2+4\eta_0\eta_2$ 可以为正、为负,也可以为零。所以,连锁反应相对应的解类似于当 $\eta_1<0$ 且 $\eta_2<0$ 的情形。因此,无论考虑哪一种情形,连锁反应总包含这样强烈的反应诸如溃变。这是具有相互反应的连锁反应的一个重要的特征。

总结上面的讨论,可以看到非线性模型的溃变理论能特别地描述一种事实,化学反应能通过不连续性将他们的形式从一个予以改变成为另一个,并能被应用于检验较早期建立的模型可行性。也就是说,如果转换的公式经历了溃变而不具有客观现实性,那么模型需要修订。在给定的条件下,模型具有现实性,溃变的概念揭示并提供了一种理论根据和一种工具,用于分析在化学反应中出现的颠倒逆转变化的机制。同时,这个概念为化学反应的分析、计算和实验的控制设计提供了一种思维逻辑和方法论。

5 结束语

这里给出的结论萌发于 30 多年以前的一种实际需要,用什么条件如何预言灾害性天气。当这个问题提出时,这样一种任务在当时是不可能完成的。通过详尽和系统的研究和分析,人们发现为什么这样一种任务不可能的原因在很大程度上是因为人们对连续性的思维逻辑的扩展使用[7]。更特别地,连续性和可微性的概念已经被远远超出所可以使用的限制程度所有预测理论方法上,而非线性性的基础特征是不连续性和奇异性。这个事实由当今商业性的气象服务的常常失败而得到充分的印证,尽管借助于诸如卫星和雷达系统的现代技术,这种气象预报技术得到了大大地改进。为了在理论上解决这样不可能的任务,我们从 15 年以前开始一直考察研究所有的已知理论研究的弱点。在 S. C. OuYang(欧阳)教授的领导下,自从 20 世纪 80 年代以来,我们基于非线性性的基础特征,诸如本文所给出的结果,对灾害性天气预报成功地引如了一种新的系统,并将它应用到现实实践当中。当采用这个新的系统结果后,利用在大气层运动中存在的空气和水蒸气的涡流运动,使得预报的准确性得到了很大改进。象这样的观念产生,对整个科学体系是一种完善和总结[3]。一方面对我们的挑战将要如何建立关于结构(诸如涡流运动)的一般理论,这样即使仅仅是只有两个种类的结构(顺时针和逆顺时针的涡流)存在,他们在规模数值度量方面的相互作用和区别将产生实际上有用的结果,这不可能期望从以微积分为基础的系统中获得。如果能够顺利进行下去,很有可能,我们期待有这样一种理论能够为以前不能解释的许多古老而玄秘的科学理论或猜想建立一个现代科学基础上的研究框架或理论基础。

参考文献:

[1] 林 益. 非线性进化的特征 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2003, 4(3):1 -7.

[2] 欧阳首承. 泛系预测观与流体的溃变 [J]. 应用数学和力学,1995, 16 (3):255 - 262.

[3] OuYang S C, Miao J H, Wu Y, et al Second Stir and incompleteness of quantitative analysis[J], Kybernetes: The International Journal for Systems and Cybernetics, 2000, 29:53 -70.

[4] Holton J R. An introduction to dynamic meteorology[M]. (2nd edition), New York: Academic Press, 1979.

[5] Kuchemann D F. Fluid Mech [J]. Fluid Mechanics 1961, 21:135 - 167.

[6] 欧阳首承. 运动流体的断裂与天气预测的若干问题[M]. 成都:成都科技大学出版社, 1994.

[7] Adams A. W. 物理化学教程[M]. 北京:高等教育出版社,1982.

[8] Steinfeld J, Franciso J S, Hase W L Chemical kinetics and dynamics[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

(编辑:田新华)

(下转第 29 页)

The Study of the Infrared Radiation Characteristics of the Cruise Missile

BAI Wei - xiong,　WU Fa - wen
(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: According to the demand of ground to air defense, the cruise missile is studied and analyzed for its infrared radiation characteristics in this paper. And the three aspects, i. e. airflow heating, feather flow radiation and jet nozzle radiation, are calculated, finally the calculated results and relative analysis are given.
Key words: cruise missile; infrared radiation; feather flow radiation; ground to air defense

(上接第7页)

Blown - up Theory and Its Applications

YI Lin
(Department of Mathematics, Slippery Rock University, Slippery Rock - Pennsylvania, PA 16057, USA)

Abstract: In this paper, by combining mathematical models and the underlying physical systems, the concept of blown - ups introduced for the study of whole evolutions is elaborated deeply. Based on the analysis of nonlinear models, mathematical physics meanings and mathematical characters of blown - ups are provided . At the end, the concept of blown - ups is applied to the study of chemical chain reactions with existing mutual reactions between chains.
Key words: linearity; non - linearity; whole evolution; blown - up

(上接第19页)
[3] 高　峰,何高让,汪　亮. 微射流流场原理性实验研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(3):8 - 11.
(编辑:田新华)

Numerical Emulation on a Micro - jet Actuator Modifying the Aerodynamic Performance of a Cylindrical Body

GAO Feng[1,2],　WANG Liang[2],　REN Ji - ye[1]
(1. The Missile Institute, Air Force Engineering university, Sanyuan, Shaanxi 713800, China; 2. College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: The Faver - averaged N - S equations and k - ? model are solved by using the finite volume method , and a numerical emulation is done for the micro - jet actuators in modifying the aerodynamic performance of a cylindrical body . The result shows that the aerodynamic performance of a cylindrical body is modified, and "low pressure recirculation region " produced is a root cause of the modification. And the calculating results are in agreement with the phenomena observed in the experiments of the documents.
Key words: micro - jet; cylindrical flowing around a body; Navier - Stokes equations; finite volume method; numerical emulation