第 4 卷第 4 期 空军工程大学学报(自然科学版) Vol.4 No.4
2003 年 8 月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE EDITION) Aug. 2003

一种用于模型结构辨识的新方法

吴晓燕，周延延，张双选
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800)

摘 要:系统辨识的关键是模型结构的辨识,它包括模型验前结构的假定和模型结构参数的确定。线性系统的模型结构辨识实质上就是确定模型的结构参数。该文以飞行器运动数学模型为研究对象,介绍了一种基于 Bayes 假设检验理论、适用于线性系统模型结构辨识的新方法,并给出了工程应用实例。

关键词:数学模型;结构辨识;贝叶斯理论;假设检验
中图分类号:TP.3010 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3516(2003)04-0077-04

数学模型是描述实际系统内、外部各变量相互关系的数学表达式。数学模型的建立就是确定系统的模型形式、结构和参数,以得到正确描述系统表征和性状的最简数学表达式。数学模型的建立是一个创造性的科研过程,近年来已发展成为一门新的学科理论,即数学建模理论。按照数学建模理论,数学建模的方法可归结为三大类,这就是机理分析法、实验辨识法及定性推理法。其中,实验辨识法亦即系统辨识法,它是一种借助系统运行或实验过程中测得的输入输出观测数据和系统辨识理论与技术建立系统数学模型的现代方法,被广泛应用于复杂系统建模,尤其是飞行器运动及其系统特性等方面的数学建模[1]。

本文以飞行器运动数学模型作为研究对象,介绍了一种适用于线性系统数学模型结构辨识的新方法。此法基于 Bayes 假设检验理论,通过对系统模型的结构参数所作假设进行检验,从而确定出其最可信结构参数。文中还给出了工程应用实例。

1 模型结构辨识

系统辨识的主要任务就是建立系统的数学模型,它包括实验设计、模型结构辨识、模型参数辨识以及模型验证等。其中,模型结构辨识是建立系统数学模型的关键。只有待辨识系统数学模型的结构和形式确定后,才能进行模型的参数辨识。模型结构辨识包括模型验前结构的假定和模型结构参数的确定。其中,模型结构假定就是根据辨识的目的,利用已有的知识对具体问题进行具体分析,再用模型鉴别方法选出可用的模型来。而模型结构参数辨识就是在假定模型结构的前提下,利用辨识的方法确定模型的结构参数[2]。

通常,对线性系统来说,模型的验前结构可直接采用差分方程或状态方程的表达形式。因此,线性系统的模型结构辨识实质上就是模型结构参数的辨识。具体讲,对于 SISO 系统,就是确定模型的阶次;对于 MIMO 系统,则是确定 Kronecker 不变量。

在系统辨识中,SISO 系统模型阶次的确定方法大致可分为三类。第一类方法为统计检验定阶法,此法带有主观因素,需要人为指定具有概率测度的置信区间作为阶次检验的标准,如 F 检验定阶法;第二类方法为行列式比定阶法,此法虽然包含主观因素,但不指定概率测度,且与参数辨识方法无关,如 Hankel 矩阵判秩定阶法;第三类方法为极小化准则定阶法,此法需要确定一个准则函数作为阶次检验的客观标准,把问题转化成最优化问题,如 AIC 定阶法和 FPE 定阶法等[3]。

本文介绍的模型结构参数辨识方法,是一种基于 Bayse 理论的统计检验方法,此法尽管包含了主观因

收稿日期:2002-09-05
作者简介:吴晓燕(1957-),陕西西安人,教授,博士生,主要从事飞行器控制、制导与仿真研究.

素,但是却充分利用了被辨识系统的验前信息和先验知识,可以确定出 SISO 线性系统的最可信阶次,最适用于复杂系统(如飞行器)的结构参数辨识。尤其是这种模型结构辨识方法与模型的参数辨识方法密切相关,它需要利用极大似然法进行模型的参数估计,因而是一种能同时辨识模型阶次与参数的工程实用方法。而把模型的阶次辨识与参数估计有机地结合起来,以构成一种能同时辨识阶次和参数的方法,正是系统辨识领域重点要研究的课题。

2 基于 Bayes 假设检验的模型结构辨识方法

以现代飞行器运动数学模型作为研究对象,这是因为现代飞行器具有运动模态多、气动布局复杂、飞行条件变化剧烈、包含着各种类型的复杂系统等特点,使得飞行器运动模型成为高维数、多变量、非线性及时变的复杂数学模型。所以,研究飞行器数学模型的结构辨识方法具有重要的意义。

2.1 飞行器运动数学模型的假设检验问题及 Bayes 求解法则

设飞行器运动数学模型可用如下形式描述

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^{i}=\boldsymbol{f}_k(\boldsymbol{x}_k^{i},\boldsymbol{u}_k,\boldsymbol{\theta}^{i})+S^{i}v_k^{i} \tag{1}$$

式中:$i=1,2,\cdots,n$;$k=0,1,2,\cdots,N-1$;n 为飞行器运动数学模型可能的方案数目;N 为 测量次数;$\boldsymbol{x}_{k+1}^{i}$ 为第 i 个飞行器运动数学模型方案中 t_{k+1} 瞬时的 n 维状态向量;$\boldsymbol{f}_k$ 为第 i 个飞行器运动数学模型方案中的 n 维非线性向量函数;$\boldsymbol{v}_k^{i}$ 为 随机扰动高斯向量;$\boldsymbol{u}_k$ 为 控制向量;$\boldsymbol{\theta}^{i}$ 为需要确定的未知参数向量。

设观测方程为

$$z_k=\boldsymbol{h}_k^{i}(x_k^{i},u_k,\theta^{i})+\boldsymbol{\sigma}_k^{k}\boldsymbol{w}_k^{i} \tag{2}$$

式中:z_k 为观测向量;$\boldsymbol{w}_k^{i}$ 为高斯随机误差向量。

假设系统有 n 个可能的模型假设 $H^1,H^2,\cdots,H^i$,且已知 $t_0,t_1,\cdots,t_N$时的系统控制向量 $\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_N$ 和相应时刻的观测结果 $z_0,z_1,\cdots,z_N$。

问题提法[4]:给定方程(1)和(2)的系统“输入”$\boldsymbol{u}^N=(u_0,u_1,\cdots,u_N)$ 和系统“输出”$\boldsymbol{z}^N=(z_0,z_1,\cdots,z_N)$,要求从既定方程类中确定出飞行器运动方程结构的最可信假设 H^i($i=1,2,\cdots,n$),并估计出未知参数向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{i}$。

对于上述问题,可以应用贝叶斯假设检验方法对假设 H^i($i=1,2,\cdots,n$)进行检验,并采用极大似然法求参数向量 $\boldsymbol{\theta}^{i}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{i}$。下面,给出贝叶斯假设检验求解法则,并为简单起见,取 $n=2$,表示飞行器运动数学模型有两种可能的方案:假设 H^1 和假设 H^2。

首先,可将普通形式的贝叶斯损失看成与飞行器运动模型采用的假设 $H^i(i=1,2)$ 有关的贝叶斯可能损失,即损失平均值,它可表示为[5]

$$B=\sum_{i,j=1}^{2}\int_{Li}C_{ij}p(z^N,\boldsymbol{\theta}^{j},H^{j})\mathrm{d}z^N=\sum_{i,j=1}^{2}C_{ij}P(H^{j})\int_{Li}p(z^N\mid\boldsymbol{\theta}^{j},H^{j})\mathrm{d}z^N \tag{3}$$

式中:L_1,L_2 为 z^N 的备选空间;C_{ij}为采用假设 所造成的损失,此时 H^j是正确的;$P(H^j)$为假设 H^j的先验概率;$p(z^N|\boldsymbol{\theta}^{j},H^{j})$为当假设 H^j 及参数向量 $\boldsymbol{\theta}^{j}$固定时,观测向量 z^N的条件密度。

如果 $z^N\in L_1$,采纳假设 H^1;如果 $z^N\in L_2$,采纳假设 H^2。

这样,当 $z^N\in L_i(i=1,2)$,且参数向量 $\boldsymbol{\theta}^{i}$给定(其估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{i}$已求出)的条件下,通过对式(3)的贝叶斯可能损失最小化,即可求出如下检验规则[5]:

$$\frac{p(z^N|\boldsymbol{\theta}^2,H^2)}{p(z^N|\boldsymbol{\theta}^1,H^1)}\ \underset{a_{cc.}H^2}{\overset{a_{cc.}H^1}{\lessgtr}}\ \frac{(C_{21}-C_{11})p(H^1)}{(C_{12}-C_{22})p(H^2)} \tag{4}$$

式中,$a_{cc.}$(accept) 表示采纳。

2.2 飞行器运动数学模型的结构参数辨识

设飞行器运动数学模型可用如下可能的线性定常微分方程描述

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i y^i(t) + \sum_{j=0}^{m} b_j u^j(t) \tag{5}$$

式中:n,m 为 输出 $y(t)$ 和输入 $u(t)$ 对时间导数的最高阶次;a_i,b_j 为未知系数。

与式(5)等价的离散化形式为

$$y_k = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_{k-i} + \sum_{j=0}^{m} \beta_j u_{k-j} \tag{6}$$

式中:下标 k 为采样时刻;α_i,β_j 为与 a_i 和 b_j 有关的未知(离散化)系数($\iota=1,2,\cdots,n;j=0,1,2,\cdots,m$)。

进一步,假设输入输出测量结果满足如下方程

$$\begin{cases} z_k = y_k + w_k \\ \varphi_k = u_k + v_k \end{cases} \tag{7}$$

式中,w_k 和 v_k为零均值正态非相关测量噪声。

问题提法:给定方程(6)和(7)的系统“输入” $\{\varphi_k\}$ 和系统“输出” $\{z_k\}$,确定方程(5)的最可信阶次 $\hat{n}$,$\hat{m}$,并估计出未知系数 $\hat{\alpha}_i,\hat{\beta}_j(i=1,2,\cdots,n;j=0,1,2,\cdots,m)$。

应用贝叶斯假设检验法则,就可以确定方程(5)的输入和输出的导数阶次 $\hat{\iota},\hat{j}$($\hat{\iota}=1,2,\cdots,\hat{n};\hat{j}=0,1,2,\cdots,\hat{m}$)。而未知系数 α_i,β_j的估计值可采用极大似然法求出。在这种情况下,前面提到的飞行器运动数学模型可能方案的假设已具体化为对其输入和输出导数阶次的假设。此时,贝叶斯假设检验法则可简化为如下形式[4]

$$(N+1)\ln\frac{\hat{\sigma}^2_{n_k m_q}}{\hat{\sigma}^2_{n_i m_j}} > 2(n_k - n_i) + m_q - m_j(\ k\neq i,\ j\neq q\ ) \tag{8}$$

式中:N 为 测量次数;n_i,m_j 为 方程(5)中 $y(t)$ 和 $u(t)$ 的最高导数阶次假设;n_k,m_q 为 描述测量结果方程中 $y(t)$ 和 $u(t)$ 的最高导数阶次;$\hat{\sigma}^2_{n_i m_j}$为假设(n_i, m_j)下参数 $\hat{\alpha}_i,\hat{\beta}_j$的极大似然法估计误差的方差;$\hat{\sigma}^2_{n_k m_q}$为不同的($n_k$, m_q)下参数 $\hat{\alpha}_i,\hat{\beta}_j$的极大似然法估计误差的方差。

3 应用实例

以某飞行器纵向扰动运动为例,研究描述其攻角 α 与舵偏角 δ_z 之间关系的线性数学模型(它可由方程(5)或(6)描述),着重于模型结构(即模型阶次)的辨识。为此,首先在 MATLAB/Ssimuevnk 仿真平台上对某飞行器进行了仿真研究[6]。

为了应用贝叶斯假设检验法则(式(8))确定“输出”α 与“输入”δ_z 的最可信阶次,根据仿真实验数据,应用极大似然法,在不同的模型阶次下分别求出方程(6)中参数的估计值,并代入式(8),对变量导数阶次进行逐次审核。由此确定出

$$n=2\ ,m=0$$

则 α 与 δ_z 之间的脉冲传递函数(离散化数学模型)为

$$G(z) = \frac{\alpha(z)}{\delta_z(z)} = \frac{-0.057}{z^2+0.665z+0.3457} \tag{9}$$

将式(9)转化为传递函数(连续数学模型)如下

$$G(s) = \frac{\alpha(s)}{\delta_z(s)} = \frac{-3.318}{3.28s^2+2.181s+1.134} \tag{10}$$

图(1)和图(2)分别给出了仿真实验[5]得到的和根据被辨识系统数学模型(式(10),即辨识结果)计算出的攻角 α 与舵偏角 δ_z 之间的幅频和相频特性曲线。由图可见,仿真实验与辨识结果有一定的差别,相互拟合的并不太好。原因就是表达式(9)和(10)仅是被辨识系统在模型最可信阶次的假设下具有的初步的参数估计值的粗略数学模型。要获得较为准确的数学模型,还须借助于高精度的模型参数估计方法。

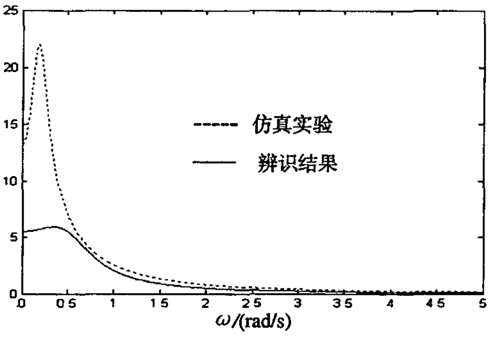

图 1 $\alpha(j\omega)/\delta_z(j\omega)$ 的幅频特性

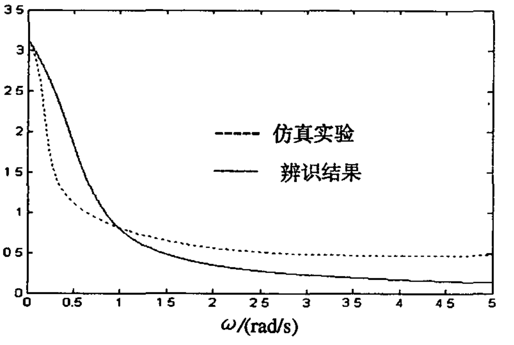

图 2 $\alpha(j\omega)/\delta_z(j\omega)$ 的相频特性

4 结论

本文介绍的模型结构辨识方法,首次将贝叶斯假设检验理论应用于 SISO 线性系统数学模型阶次的确定。这种方法充分利用了被辨识系统的验前信息和先验知识,与参数辨识方法密切相关,将对线性系统数学模型结构参数的辨识变为对其所做假设的检验,尤其适用于对复杂系统数学模型的研究。

参考文献:

[1] 刘兴堂,吴晓燕. 现代系统建模与仿真技术[M]. 西安:西北工业大学出版社,2001.
[2] Ljung L. System Ldentification theory for the User(Second Edition)[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
[3] 方崇智,萧德云. 过程辨识[M]. 北京:清华大学出版社,1988.
[4] 刘兴堂,万少松. 飞行器运动辨识技术[M]. 陕西三原:空军导弹学院,1998.
[5] 张金槐,唐雪梅. Bayes 方法[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1993.
[6] 吴晓燕,李彦彬. 基于 MATLAB 的控制系统优化设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(2):38-39.

(编辑:田新华)

A New Method Used to the Structure Identification of the Model

WU Xiao-yan, ZHOU Yan-yan, ZHANG Shuang-xuan
(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: The key to the system identification is the structure identification of the model, which includes assuming its prior structure and determining structure parameter. The structure identification of the model on the linear system is virtually to determine the structure parameter of the model. In this paper, the fighter movement mathematical models are taken as the research object; a new method on the structure identification of the model is introduced, which is based on Bayes theory and suitable for the linear system. Finally, an actual example of engineering application is given.

Key words: mathematical model; structure identification; Bayes theory; hypothesis test