一种小子样试验数据分析方法

刘加丛， 秦玉勋， 刘占辰
(空军工程大学 工程学院，陕西 西安 710038)

摘　要:针对武器装备研制过程中试验次数有限的情况,阐述了一种小子样试验数据分析中均方差指标的校验方法,归纳出了一般计算步骤。最后通过实例介绍了该方法在火箭弹射击精度指标评定中的应用,验证了该方法的正确性和严谨性。

关键词:小子样试验数据;均方差;射击精度
中图分类号:V275⁺.1;TJ01　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2003)01-0071-03

武器系统的实验分析与评估是其研制过程中的重要环节,在试验次数有限的情况下,如何合理地确定设备的精度,是定型过程中经常遇到的问题,也是使用部门与研制部门经常争论的问题[1-2]。在对某型武装直升机加装火箭武器系统精度评定过程中,我们提出了较为科学的检验均方差指标的基本思路,即先根据样本标准差 S 和试验次数 n,在剔除异常数据之后,以一个较大的概率估算均方差的上限 $\sigma_{上}$ 和下限 $\sigma_{下}$。如果 $\sigma_{上} \leqslant \sigma_0$,则认为精度达到要求;如果 $\sigma_{下} > \sigma_0$,则认为精度未达到要求;如果 $\sigma_{上} > \sigma_0 \geqslant \sigma_{下}$,则另作进一步处理[3]。

1　可疑值的取舍

1.1　样本标准差的确定

$$S = \sqrt{[1/(n-1)]\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2} \tag{1}$$

式中:n 为试验次数,X_i、$\overline{X}$ 为各测量值及均值。n 较大,时 $n/(n-1)$ 近似为 1,可用 $1/n$ 代替式(1)中的 $1/(n-1)$。

1.2　格拉布斯(Grubbs)法

首先,将可疑值包括在内,用式(1)计算样本标准差 S。其次,根据可疑值 X_i 与均值 $\overline{X}$ 之差的绝对值是否大于 $\lambda(\beta,n)$ 倍样本标准差 S,来判断该可疑值是否应当剔除,即 $|X_i-\overline{X}| > \lambda(\beta,n)S$,$X_i$ 剔除;反之不剔除。系数 $\lambda(\beta,n)$ 可根据试验次数 n 和可靠概率 β 查表得到。

2　均方差指标的检验

2.1　用均方差的上限 $\sigma_{上}$ 进行检验

估算均方差上限时,可靠概率取 70%。如以 70% 作为显著性水平,从 χ^2 分布表中查得统计量临界值 $\chi^2_{\alpha=0.7}$,则统计量 χ^2($\chi^2=(n-1)S^2/\sigma^2$ 大于 $\chi^2_{\alpha=0.7}$ 的概率为 70%,即

$$p\{(n-1)S^2/\sigma^2) > \chi^2_{\alpha=0.7}\} = 70\% \tag{2}$$;　　令　$$(n-1)/\chi^2_{\alpha=0.7} = k^2_{上} \tag{3}$$

则　$$p\{k^2_{上}\cdot S^2 > \sigma^2\} = 70\% \tag{4}$$;　　或　$$p\{k_{上}\cdot S^2 > \sigma\} = 70\% \tag{5}$$

由此可见,如果以 $k_{上}\cdot S$ 作为均方差的上限 $\sigma_{上}$,则实际均方差 σ 小于均方差上限 $\sigma_{上}$ 的概率为 70%。所以

收稿日期:2002-08-28
作者简介:刘加丛(1974-),男,山东日照人,硕士生,主要从事航空兵器运用研究.

均方差上限可按式(6)计算。用式(6)估算均方差上限,其可靠概率为70%。由式(3)得式(7):

$$\sigma_{上}=k_{上}\cdot S \qquad (6);\qquad\qquad k_{上}=\sqrt{(n-1)/\chi^2_{\alpha=0.7}} \qquad (7)$$

式(7)中:$\chi^2_{\alpha=0.7}$是根据试验次数 n 及危险率70%,从 χ^2 分布表中查得统计量临界值。根据式(5),可利用 χ^2 分布表作出 $k_{上}$系数表,见表1。

因此,用 $\sigma_{上}$进行检验的步骤可归纳为:①计算样本标准差 S;②根据试验次数 n 从表1中查出 $k_{上}$;③计算 $\sigma_{上}(\sigma_{上}=k_{上}\cdot S)$;④如 $\sigma_{上}<\sigma_0$,则可认为精度达到指标要求,这一判断的可靠率不小于70%。

表1 $k_{上}$、$k_{下}$ 系数表(概率为70%)

n	$k_{上}$	$k_{下}$	n	$k_{上}$	$k_{下}$	n	$k_{上}$	$k_{下}$
2	2.599	0.965	12	1.162	0.923	22	1.105	0.938
3	1.675	0.911	13	1.152	0.925	23	1.102	0.939
4	1.451	0.905	14	1.144	0.927	24	1.099	0.940
5	1.350	0.905	15	1.144	0.928	25	1.097	0.941
6	1.290	0.908	16	1.131	0.931	26	1.095	0.942
7	1.252	0.910	17	1.125	0.932	27	1.092	0.943
8	1.224	0.914	18	1.120	0.933	28	1.090	0.944
9	1.203	0.917	19	1.116	0.935	29	1.088	0.944
10	1.186	0.919	20	1.112	0.936	30	1.086	0.945
11	1.173	0.921	21	1.109	0.937	51	1.063	0.954

2.2 用均方差下限进行检验

在 $\sigma_{上}\leqslant\sigma_0$ 的情况下可以得出精度达到要求的结论(70%),但是在 $\sigma_{上}>\sigma_0$ 的情况下并不能得出精度没有达到要求的结论。这是因为均方差上限大于均方差指标,并不意味着实际均方差也大于均方差指标。实际均方差小于均方差上限的概率为70%,所以尽管 $\sigma_{上}>\sigma_0$,实际均方差仍有较大可能是小于均方差指标的。因此,当发现 $\sigma_{上}>\sigma_0$ 时,还需要估算出均方差下限 $\sigma_{下}$,可靠概率也可取70%。如以30%作为危险率,从 χ^2分布表中查得,$\chi^2(\chi^2=(n-1)S^2/\sigma^2)$ 大于 $\chi^2_{\alpha=0.3}$的概率为30%,即

$$p\{(n-1)S^2/\sigma^2>\chi^2_{\alpha=0.3}\}=30\% \qquad (8);\qquad\qquad 令\quad (n-1)/\chi^2_{\alpha=0.3}=k^2_{下} \qquad (9)$$

$$得\quad p\{k_{下}\cdot S>\sigma\}=30\% \qquad (10);\qquad\qquad 或\quad p\{k_{下}\cdot S\leqslant\sigma\}=70\% \qquad (11)$$

由此可见,如以 $k_{下}\cdot S$ 作为均方差下限 $\sigma_{下}$,则实际均方差 σ 大于或等于均方差下限 $\sigma_{下}$的概率为70%。所以均方差下限 $\sigma_{下}$可按式(12)估算。用式(12)估算均方差下限,其可靠概率为70%。由式(9)得式(13):

$$\sigma_{下}=k_{下}\cdot S \qquad (12);\qquad\qquad k_{下}=\sqrt{n-1/\chi^2_{\alpha=0.3}} \qquad (13)$$

式(13)中:$\chi^2_{\alpha=0.3}$是用试验次数 n 及危险率30%,从 χ^2分布表中查得的统计量临界值。根据式(11),也可利用分布表 χ^2作出 $k_{下}$系数表,见表1。

用均方差下限 $\sigma_{下}$进行检验的步骤为:①计算样本标准差 S;②根据试验次数 n 从表1中查出 $k_{下}$;③计算 $\sigma_{下}(\sigma_{下}=k_{下}\cdot S)$;④如 $\sigma_{下}>\sigma_0$,则可认为精度没有达到指标要求,这一判断的可靠率不小于70%。

2.3 $\sigma_{上}\leqslant\sigma_0<\sigma_{上}$时检验方法

通过上述两步,在大多数情况下可做出精度是否达到要求的判断。但如出现 $\sigma_{上}\leqslant\sigma_0<\sigma_{上}$的情况,则不能做出结论。为避免这种情况,希望 $\sigma_{上}$ 与 $\sigma_{下}$之间的差值尽可能。出于这种考虑,在估算 $\sigma_{上}$ 及 $\sigma_{下}$时所取的可靠性并不高(70%),这就能保证均方差上限与下限之间的差 $\Delta\sigma$ 不会很大。表2列出 n 为不同值时 $\Delta\sigma$ 与 S 的比值。从表2中可以看出,当 $n>16$ 时,$\Delta\sigma<0.2S$,当 $n=30$ 时,$\Delta\sigma<0.141S$。由此可见,只要次数不太少,出现 $\sigma_{上}\leqslant\sigma_0<\sigma_{上}$的机会不多,即通过上述两步仍得不出结论的机会是比较少的。

一旦出现 $\sigma_{上}\leqslant\sigma_0<\sigma_{上}$的情况,可用60%的概率重新估算均方差的上下限。由于概率取的更低,$\sigma_{上}$ 与 $\sigma_{下}$ 更加接近,(如 $n=30$,$\Delta\sigma=0.07$),出现 $\sigma_{上}\leqslant\sigma_0<\sigma_{上}$的机会就更少。因此,可用不小于60%的概率做出精度是否达到要求的判断。如果出现这种情况,可直接把均方差上限当作实际的均方差,并与 σ_0进行比较。$\sigma_{上}>\sigma_0$,故可作出精度未达到要求的结论。这一结论的可靠率比较低(不小于40%),即这一标准偏严。但作为设备定型,在这种出现机会较少的情况下,检验标准掌握偏严,是可以接受的。

表 2　$\Delta\sigma/S$ 系数表(确定 $\sigma_{上}$ 及 $\sigma_{下}$ 采用的概率均为 70%)

n	$\Delta\sigma/S$	n	$\Delta\sigma/S$	n	$\Delta\sigma/S$	n	$\Delta\sigma/S$	n	$\Delta\sigma/S$	n	$\Delta\sigma/S$
3	0.764	8	0.310	13	0.227	18	0.187	23	0.163	28	0.146
4	0.546	9	0.286	14	0.217	19	0.181	24	0.159	29	0.144
5	0.445	10	0.267	15	0.209	20	0.176	25	0.156	30	0.141
6	0.382	11	0.252	16	0.200	21	0.172	26	0.153	31	0.109
7	0.342	12	0.239	17	0.193	22	0.167	27	0.149	32	0.100

3　算例

例 1:某型武装直升机火箭弹精度指标之一是纵向误差的均方差 $\sigma_0 = 50$ m。经实弹射击,得出 20 个纵向误差数据为: +88, +29, +74, +62, +90, +128, +10, +35, +4, +92, +31, +44, +30, +80, +25, +93, +47, +81, +15, +40 m。问:该型火箭弹纵向瞄准的精度是否达到了指标要求(不考虑系统误差)?

解:

1)计算样本标准差 S 利用前面公式得:$\bar{X} = 55$ m;$S = \quad = 34$ m。

2)根据格拉布斯法则,β 取 95%,查表得 $\lambda(\beta, n) = 2.56$; $\lambda(\beta, n)S = 2.56 \times 34 = 87$ m。各数据与之差的绝对值均不大于 87 m,故不应剔除数据。

3)根据 $n = 20$,查表 1 得: $k_{上} = 1.112$, $k_{下} = 0.936$。

4)计算 $\sigma_{上}$ 和 $\sigma_{下}$: $\sigma_{上} = k_{上} \cdot S = 1.112 \times 34 = 37.8$ m; $\sigma_{下} = k_{下} \cdot S = 0.936 \times 34 = 31.8$ m

5)由于 $\sigma_{上} < \sigma_0 (31.8 < 50)$,故可认为达到指标要求,这一结论的可靠概率不小于 70%。

例 2:上例中,如 $\sigma_0 = 25$ m,问是否达到指标要求?

解:由于 $\sigma_{下} < \sigma_0 (31.8 > 25)$,故可认为未达到指标要求,这一结论的可靠概率不小于 70%。

例 3:上例中,如 $\sigma_0 = 35$ m,问是否达到了指标要求?

解:由于 $\sigma_{下} < \sigma_0 < \sigma_{上} (31.8 < 35 < 37.8)$,故需重新估算概率为 60% 的均方差上限和下限。

计算 $k_{上}$ 和 $k_{下}$(实际工作中可预先做出估算概率为 60% 的 $k_{上}$、$k_{下}$ 系数表,计算时可直接查表)。当 $\alpha = 60\%$, $n = 20$ 时,查 χ^2 分布表得: $\chi^2_{\alpha=0.6} = 16.845$, $k_{上} = 1.062$;当 $\alpha = 40\%$, $n = 20$ 时,查 χ^2 分布表得: $\chi^2_{\alpha=0.6} = 20.01$, $k_{下} = 0.974$。$\sigma_{上} = k_{上} S = 1.062 \times 34 = 36.1$ m; $\sigma_{下} = k_{下} \cdot S = 0.974 \times 34 = 33.1$ m。

由于仍出现 $\sigma_{下} < \sigma_0 < \sigma_{上}$ 的情况,故把 $\sigma_{上}$ 当作实际的均方差,并与 σ_0 进行比较。$\sigma_{上} > \sigma_0$,故可认为精度未达到指标要求。

4　结束语

均方差指标是武器装备系统论证和定型过程中最重要的指标之一。本文介绍了剔除异常数据和校验均方差指标的方法,由典型实例可以看出,该方法科学、严谨,适用于理论论证和工程实践。

参考文献:

[1] 唐雪梅, 张金槐. 武器装备小子样试验分析与评估[M]. 北京:国防工业出版社,2001.
[2] 李　明, 刘　澎. 武器装备发展系统论证方法与应用[M]. 北京:国防工业出版社,2000.
[3] 汪荣鑫. 数理统计[M]. 西安:西安交通大学出版社,1986.

(编辑:姚树峰)

A Test Analysis Method in Small - Sample Circumstances

LIU Jia - cong,　QIN Yu - xun,　LIU Zhan - chen
(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: Based on the fact that testing times are limited in manufacturing of weapon systems, this paper introduces a method of verifying the mean - square - error in the analysis of experimental data in small - sample circumstances. And the method is applied to the analysis and evaluation of rocket weapon system's firing accuracy. The example verifies that the method is correct and precise.

Key words: small - sample circumstances; mean - square - error; firing accuracy