第4卷第1期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol.4 No.1
2003年2月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Feb.2003

AHP中专家判断信息的提取及指标权重的综合确定法

范春彦，　韩晓明，　汤伟华
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800)

摘　要:探讨了层次分析法(AHP)中专家判断信息的提取及以此信息来确定指标权重的新方法，其主要思想是通过原判断矩阵的各行指标数据构造一致性矩阵，提取出原判断矩阵中专家判断的一致性信息，并对此信息进行了综合处理。在此基础上提出了一种确定指标权重的新方法。最后以一个算例说明本方法的实施过程。

关键词:AHP判断矩阵;一致性矩阵;指标权重

中图分类号:O223　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2003)01-0065-03

由于决策对象的复杂性以及人的思维判断的模糊性，对于许多实际的决策问题，判断很难保持一致。而判断矩阵的一致性直接影响指标权重的准确性。判断矩阵的一致性越好，由此得到的指标权重越接近实际。因此，对判断矩阵一致性的改进是AHP中一个很重要的内容。文献[1]至文献[3]中提出了几种一致性改进的方法，取得了一定的效果。但一方面这些方法比较复杂，有些方法还缺乏一定的理论依据;另一方面改进后的判断矩阵虽然一致性很好，但可能丢掉了一部分专家的判断信息，从而使所得指标权重更远离实际 。

本文介绍一种专家判断信息的提取方法，及以此信息来确定指标权重的新方法。

1　专家判断信息的提取

定义1　已知矩阵 $\boldsymbol{A}=[a_{ij}]_{n\times n}$，若满足 $a_{ij}=a_{ji}^{-1}(i,j=1,2,\cdots,n)$，则称 $\boldsymbol{A}$ 是互反矩阵。

定义2　若 $\boldsymbol{A}$ 为互反矩阵，且 $a_{ij}=a_{ik}\cdot a_{kj}$，则称 $\boldsymbol{A}$ 是一致性矩阵。

记由专家或决策者给定的判断矩阵为 $\boldsymbol{A}=[a_{ij}]$，按AHP原理，$\boldsymbol{A}$ 是互反矩阵，既:

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ & & \cdot\cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

其中 $a_{ij}=a_{ji}^{-1}(i,j=1,2,\cdots,n)$，第 i 行数据表示专家在判断时以第 i 个指标为基础，其他 $n-1$ 个指标与该指标相比较的相对重要程度。如果专家判断准确则 $\boldsymbol{A}$ 是一致性矩阵，且可表示成如下形式

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & & \frac{w_2}{w_n} \\ & & & \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{pmatrix}$$

其中 $\boldsymbol{W}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$ 表示所要判断的各个指标的权重。

收稿日期:2002-01-23
作者简介::范春彦(1966-)，女，陕西凤翔人，讲师，硕士，主要从事决策分析研究.

但是由于人的判断上存在一定误差,专家给定的判断矩阵往往是不一致的。

考察判断矩阵的构成可以看到,A 中的每一行是专家以该行所代表的指标为基础,通过与其他指标相比较得出的。事实上,专家只要给出任一行判断结果,就可以得到各个指标所占权重的一种信息。据此信息可以得到相应的指标权重。方法如下:

以原专家判断矩阵 $A=[a_{ij}]_{n\times n}$ 中的各行数据为基础,可分别构造出一组新的一致性判断矩阵:

$A_i=(a_{kl}^i)_{n\times n}=(a_{il}/a_{ik})n\times n i=1,2,\cdots,n$ 。A_i 矩阵是以原判断矩阵 A 中第 i 行数据为基础构造得到的,即:

$$
A_i=\begin{pmatrix}
1 & \cdots & & \cdots & & \cdots & \frac{1}{a_{i1}} & \cdots & \cdots \\
\vdots & \ddots & & & & & & & \vdots \\
 & & 1 & \cdots & a_{kl}^{(i)} & \cdots & a_{ik} & & \\
\vdots & & & & & & & & \vdots \\
 & \cdot\cdot & \frac{1}{a_{kl}^{(i)}} & \cdot\cdot & 1 & \cdot\cdot & \frac{1}{a_{il}} & & \\
\vdots & & & & & & & & \vdots \\
a_{i1} & \cdots & a_{ik} & \cdots & a_{il} & \cdots & 1 & \cdots & a_{in} \\
\vdots & & & & & & & & \vdots \\
\vdots & \cdots & & \cdots & & \cdots & \frac{1}{a_{in}} & \cdots & 1
\end{pmatrix}
$$

其中,$a_{kl}^{(i)}=a_{il}/a_{ik}$

这样可以构造出 n 个一致性矩阵。用特征向量法求出相应的 n 组指标权重向量:

$$W_i=(w_{i1},w_{i2},\cdots,w_{in})^{\mathrm{T}}$$

假设专家的判断无任何偏好,那么各行所代表的判断信息的可信度相同。则综合所有信息可得所求指标权重如下:

$$
W=\begin{pmatrix}
w_{11} & w_{12} & \cdot\cdot & w_{1n} \\
w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\
\vdots & & & \vdots \\
w_{n1} & w_{n2} & \cdot\cdot & w_{nn}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} \\ \vdots \\ \frac{1}{n}
\end{pmatrix}
$$

3 算例

若原专家判断矩阵为

$$
A=\begin{pmatrix}
1 & 1/6 & 1/2 & 1/9 & 5 \\
6 & 1 & 2 & 1 & 5 \\
2 & 1/2 & 1 & 1 & 5 \\
9 & 1 & 1 & 1 & 5 \\
1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1
\end{pmatrix}
$$

则用本文所介绍的综合法确定指标权重的步骤如下:

步骤 1 以矩阵 A 中的每一行指标为基础,根据一致性矩阵的特点分别构造出如下新的一致性矩阵:

$$
A_1=\begin{pmatrix}
1 & 1/6 & 1/2 & 1/9 & 5 \\
6 & 1 & 3 & 2/3 & 30 \\
2 & 1/3 & 1 & 2/9 & 10 \\
9 & 3/2 & 9/2 & 1 & 45 \\
1/5 & 1/30 & 1/10 & 1/4 & 1
\end{pmatrix}
\qquad
A_2=\begin{pmatrix}
1 & 1/6 & 1/3 & 1/6 & 5/6 \\
6 & 1 & 2 & 1 & 5 \\
3 & 1/2 & 1 & 1/2 & 5/2 \\
6 & 1 & 2 & 1 & 5 \\
6/5 & 1/5 & 2/5 & 1/5 & 1
\end{pmatrix}
$$

$$A_3=\begin{pmatrix}1 & 1/4 & 1/2 & 1/2 & 5/2\\ 4 & 1 & 2 & 2 & 10\\ 2 & 1/2 & 1 & 1 & 5\\ 2 & 1/2 & 1 & 1 & 5\\ 2/5 & 1/10 & 1/5 & 1/5 & 1\end{pmatrix}\quad A_4=\begin{pmatrix}1 & 1/9 & 1/9 & 1/9 & 5/9\\ 9 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 9 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 9 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 9/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1\end{pmatrix}\quad A_5=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5\\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1\end{pmatrix}$$

步骤 2　用特征向量法求出以上一致性矩阵所对应的权重向量如下：

$W_1=(0.055,0.330,0.110,0.495,0.010)^T$; $W_2=(0.058,0.349,0.174,0.349,0.070)^T$; $W_3=(0.106,0.426,0.213,0.213,0.042)^T$; $W_4=(0.034,0.302,0.302,0.302,0.060)^T$; $W_5=(0.238,0.238,0.238,0.238,0.048)^T$。

步骤 3　用综合方法确定指标权重如下：

$$W=\begin{pmatrix}0.055 & 0.058 & 0.106 & 0.034 & 0.238\\ 0.330 & 0.349 & 0.426 & 0.302 & 0.238\\ 0.110 & 0.174 & 0.213 & 0.302 & 0.238\\ 0.495 & 0.349 & 0.213 & 0.302 & 0.238\\ 0.010 & 0.070 & 0.042 & 0.060 & 0.048\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/n\\1/n\\1/n\\1/n\\1/n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.098\\0.329\\0.207\\0.319\\0.046\end{pmatrix}$$

4　结论

本文所给出的方法不需要对专家判断矩阵进行一致性检验,计算简便,实用性很强。该方法还充分利用了专家的判断信息,因而结果更真实。

参考文献:

[1]　钱颂迪．运筹学[M]．北京:清华大学出版社,1990.

[2]　刘万里,雷治军．关于 AHP 中判断矩阵校正方法的研究[J]．系统工程理论与实践,1997,17(6):30-39.

[3]　李梅霞．AHP 中判断矩阵一致性改进的一种新方法[J]．系统工程理论与实践,2000, 20(2):122-125.

[4]　王国华,梁　樑．专家判断矩阵的一种调整方法[J]．系统工程,2001,19(4):90-96.

[5]　Zeleny M. Multiple criteria decision making[M]. New York:McGraw-Hill,1982.

[6]　许金余,刘开帝,战　勇．AHP 法在阵地系统生存概率计算中的应用[J]．空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(1):84-86.

(编辑:田新华)

The Extract of Expert Judging Information and the Integral Method of Target Scaling in AHP

FAN Chun-yan , HAN Xiao-min,TANG Wei-hua

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan,Shaanxi 713800, China)

Abstract: In this paper ,an applying method of deriving information from a judgment matrix and determining index proportion is discussed . The main idea is that we can structure consistent matrixes by the elements arranged in rows of the judgment matrix ,and collect the exact information of the primary matrix from the consistent matrixes ,and comprehensively deal with the information ,and then determine index proportion . In the end ,the method is explained with an example.

Key words: AHP judgment matrix; consistency matrix; index proportion