第3卷第6期　　空军工程大学学报(自然科学版)　　Vol.3 No.6
2002年12月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Dec.2002

改进直接多重打靶算法及在飞行力学中的应用

胡朝江[1]，　陈士橹[2]，　罗乘林[1]
(1. 空军第一研究所，北京　100076;2. 西北工业大学 航天学院，陕西 西安　710072)

摘　要:直接多重打靶算法是求解最优控制问题很有效的方法之一。通过仅假设出节点处的控制变量值,使该算法在求解最优控制问题时更方便,收敛更快。利用改进算法成功地求解了多个飞行力学问题,探讨了敏捷性管理系统的优化设计。通过优化设计,使敏捷性管理系统在确保满足各种约束条件的前提下,飞机的转弯时间缩短了近20%。

关键词:直接多重打靶算法;最优控制;敏捷性管理系统

中图分类号:V212.1　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2002)06-0001-03

求解最优控制问题的直接多重打靶算法是20世纪80年代发展起来的一种很有前途的算法之一[1-3],但因该方法所面临的非线性规划子问题维数很高,因而使问题的求解难度增加。故对该方法的具体应用作了适当的改进,从而使得该方法在求解具体问题上更加有力。利用改进算法成功地求解了气垫船最优导引律、飞机在风切变中的最优着陆等多个飞行力学问题[4],收到了满意的效果,以下给出一个敏捷性管理系统优化设计问题。

1　方法简介

最优控制问题的形式主要有Lagrange、Mayer及Bolza 3种,这3种形式在数学上是等价的。不失一般性、考虑到本文将要求解的问题,设最优控制问题的形式如下:$J=\min\limits_{x(t)}\int_0^T L[t,x(t),u(t)]\mathrm{d}t$。式中:状态变量及控制变量满足常微分方程 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{dt}=f(t,\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t))$;控制满足上下限约束 $\boldsymbol{l}_1\leqslant\boldsymbol{u}(t)\leqslant g_1$;状态满足上下限约束 $\boldsymbol{l}_2\leqslant\boldsymbol{x}(t)\leqslant g_2$;状态满足边界约束 $\boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0$, $\boldsymbol{x}(T)=\boldsymbol{x}_T$。

用直接多重打靶法求解最优控制问题通常的做法是把时间历程分为 m 段,通过假设出节点处的状态变量和控制变量及时间,把微分约束化为 m 个初值,然后求解使节点处的匹配条件得到满足的控制规律 $\boldsymbol{u}(t)$,使所取泛函指标最小。

由于采用把节点处的状态变量、控制变量及时间都同时假设出来的做法,使得所转化而成的非线性规划问题变量个数会很多而导致求解比较困难。如设所要求解的最优控制问题的阶数为4阶,控制变量为1个,时间历程被10等分,则对应的非线性规划问题的变量将多达50余个,这无疑会使问题变得非常复杂。为此,经过分析认为:仅假设出节点处的控制变量值即可,具体如下:

1)将原问题化为终时给定的Mayer问题。①引进新的时间变量 $\tau\in[0,1]$,设终端时间 T 为可变参数,定义 $t=T\tau$;②引进增广状态变量及状态方程如下 $X_{n+1}=TL(x,u,t)$, $X_{n+1}(0)=0$。则目标泛函化为 $J=J(x(1))$, $x(1)=[x_1(1),\cdots,X_{n+1}(1)]^{\mathrm{T}}$ 将 $t=T\tau$ 代入状态方程及约束式中,问题中的自变量 t 换为 τ,积分区间变为[0,1],则上述终时不给定的最优控制问题就化为了终时给定的标准的Mayer问题。

---

* 收稿日期:2002-10-15
作者简介:胡朝江(1968-),男,贵州贵阳人,博士后,主要从事飞行动力学及控制方面的研究;
陈士橹(1920-),男,浙江东阳人,俄罗斯宇航科学院外籍院士,中国工程院院士,主要从事飞行力学及控制等研究.

2)将问题化为有限维非线性规划问题。考虑到飞机具有较大的转动惯量,状态变化不可能过于激烈,故可把上述最优控制问题转化为有限维非线性规划问题。①将时间区间 $\tau \in [0,1]$ m 等分,得到 $m+1$ 个节点;②引入一组向量 $\boldsymbol{u}_i$ 作为节点 $\tau_i, i=0,1,\cdots,m-1$ 处控制变量的估计值。节点之间控制变量值由相邻两点线性插值求得。设若当节点处控制变量 $\boldsymbol{u}_i(i=0,1\cdots,m-1)$ 已知时,则在已知状态变量初值(通常的最优控制问题都能满足这一点)的情况下,各节点处的状态变量可顺次积分求得,因而可求得 $\boldsymbol{x}(1)$,并进而求得泛函指标值。因此,可以认为,微分方程的解及泛函指标都仅是各节点控制变量的函数。

由以上分析可得与该最优控制问题对应的非线性规划问题:目标函数 $J=J(\boldsymbol{x}(1))=J(\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_{m-1})$;约束条件 $\boldsymbol{x}(1)(\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_{m-1})=\boldsymbol{x}_T$; $\boldsymbol{l}_1 \leqslant \boldsymbol{u}_i \leqslant \boldsymbol{g}_1, i=0,1,\cdots,m-1$。

在具体求解上述问题时,若式中涉及到等式约束,均根据一定的误差要求,把等式约束化为不等式约束。显然,对于同样的节点数 10,在同样只有一个控制变量的情况下,以上非线性规划问题的变量个数仅为 10,因而求解难度大大降低。关于非线性规划问题的求解方法已经很多,本文主要采用了序列二次规划算法。

2 问题求解及结果分析

1)问题描述。战斗机敏捷性管理系统是一种通过控制飞机迎角等从而使飞机速度消散率($-\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$)保持在 15.4 ~20.6 m/s^2 范围内[5],以确保飞机在可控的前提下较好地发挥出其机动潜力的装置。通常,飞机的迎角是通过飞行员推拉杆来进行控制的,但这显然不利于飞机最大限度地发挥出其机动能力。为此,引进了最优控制的思想。

此处主要涉及转弯过程中敏捷性管理系统的迎角变化规律,飞机本体数学模型采用在航迹座标系中描述的质点动力学方程[6]。为简化计算,突出矛盾,认为在转弯过程中,可通过副翼方向舵协调操纵使侧滑角 $\beta=0$,发动机推力 $\boldsymbol{P}$ 近似等于飞机配平推力。由于当飞机的滚转角 $\phi=90°$时,显然飞机能赢得最大的转弯率,考虑到通常飞机滚转并截获 90°滚转角所需时间大约是 1 s,故认为首先飞机在 1 s 内,其滚转角线性增大至 90°,以后就基本保持在 90°附近。

针对所求解的最优控制问题,状态变量取为速度 V、转弯角 ψ 及航迹倾斜角 θ,控制变量为迎角 α,要求确定适合的控制规律 $\alpha(t)$,使得飞机从 5 000 m,0.75 Ma 的配平状态开始,转过 180°转弯角,在满足各种限制条件的情况下,转弯时间最短。

目标函数取为:$J=T_{180}$;控制变量满足上下限约束:$0<\alpha<30°$;终端约束:$178°<\psi_T<182°$速度消散率的最大值取为 20.5 m/s^2。考虑到飞机的速度变化不可能过于激烈,故认为只要节点处的速度消散率满足要求,则认为速度消散率满足要求,即有$(\mathrm{d}V/\mathrm{d}t)i>-20.5$ m/s^2, $i=0,1,\cdots,m$。对过载的要求同理,有 $n_{z,i}=(V/g)\cos\phi(\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t))<n_{z,\max}=8$。

2)结果分析。当利用改进直接多重打靶算法求解该问题时,节点数取为 10,控制变量及时间初值取为不考虑对飞机进行最优控制时计算所得的值。结果见图 1 ~ 图 4。为了比较,还给出了不进行优化的结果(图中的优化控制律曲线为据节点处的值拟配而得)。

由图 1 及图 2 可知,通过简单地操纵迎角,的确可使速度消散率控制在允许的范围内,但同时又要做到飞机尽快转过规定的角度则不容易,因此,需要借助于最优控制理论。

由图 1 ~ 3 可知,当进行最优控制后,在确保飞机的速度消散率满足要求的条件下,飞机转过 180°角所用的时间比不进行最优控制时缩短了约 1.6 s。由于通常现代战斗机导弹从准备到发射的时间仅为 3 ~5 s 时间,故即使转弯时间仅缩短了 1.6 s,也具有较大的实际意义。同时,由图 4 可知,由于转弯时间缩短,飞机的高度下降也减少很多,对空战非常有利。

3 结束语

对求解最优控制问题的直接多重打靶法进行适当的改进后,利用改进算法成功地求解了气垫船最优导引律、飞机在低空风切变中的最优着陆问题及飞机敏捷性管理系统的优化设计。结果表明,改进算法在求解某些受约束的飞行力学最优控制问题时能更加便捷有效,是一种值得借鉴的飞行力学最优控制问题求解方法。

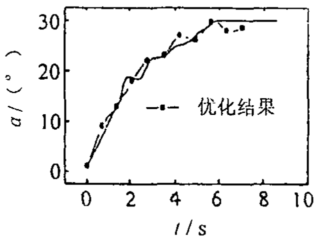

图 1 迎角变化规律

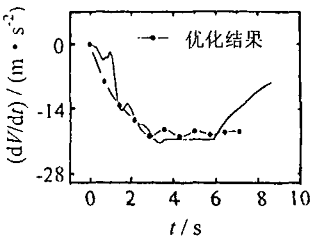

图 2 消散率变化规律

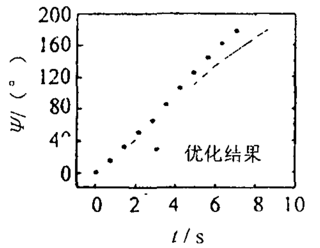

图 3 偏航角变化规律

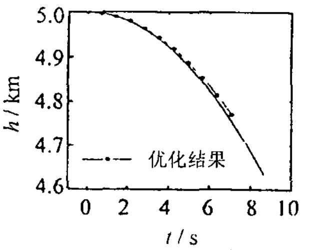

图 4 高度变化规律

参考文献:

[1] Bock H C , Pliff K J. A multiple shooting algorithm for direction solution of optimal control problem[A]. IFAC 9th Triennial World Congress[C],1984.

[2] 侯 明. 求解一类最佳轨迹问题的直接多重打靶算法[D]. 西安:西北工业大学,1987.

[3] 屈香菊. 直接多重打靶法在轨迹优化方面的应用[J]. 飞行力学,1992,10(1):13-21.

[4] 胡朝江. 飞机在风切变中的最优贯穿着陆轨迹计算分析[D]. 西安:空军工程大学工程学院,1993.

[5] 胡朝江. 战斗机敏捷性管理系统[J],飞行力学,1999,17(2):7-12.

[6] 金长江. 飞行力学-飞机性能计算[M]. 北京:国防工业出片社. 1990.

(编辑:姚树峰)

An Improvement in Direct Multiple Shooting Algorithm and Its Application to Flight Dynamics

HU Chao-jiang[1], CHEN Shi-lu[2], LUO Guai-lin[1]

(1. The First Research Institute of PLA AF, Beijing 100076, China; 2. Northwestern Polytechnical University, Xián, Shaanxi 710072, China)

Abstract: The direct multiple shooting algorithm is one of the very effective methods of solving optimal control problem. Some of the optimal control problems can be solved more quickly and efficiently with the algorithm if only the control variable's values at the knots are given. Some flight dynamics optimal control problems were solved successfully with the improved algorithm. The algorithm is applied to solving the problem in optimal design of combat agility management system (CAMS) in this paper. The study results show that by adopting CAMS designed with the optimal control theory, an aircraft's turning time can be shortened by about 20%.

Key Words: direct multiple shooting algorithm; optimal control; combat agility management