

磁刚度与电磁悬浮的稳定性分析

汪秀君, 陈 兮, 刘春波

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘 要:电磁悬浮,也称为引力悬浮,简称 EML,即利用铁磁体和电磁体之间的吸引力来悬浮物体,电流恒定系统本身具有不稳定性,需要反馈力来稳定 EML 装置。要实现稳定性设计,EML 中主要有两种控制方法,一种是直接的、位置反馈控制方法,另一种是 ac 调制或间接的反馈方法。为了实现稳定悬浮,磁力应具备恢复力的特征。在此先分析了两种悬浮系统的磁力,提出直接利用磁刚度(类似于弹簧刚度)的概念进行两种电磁悬浮的稳定性设计。在直接位置控制中,要实现的条件是控制刚度要比负的磁刚度大;在间接控制中,需要满足的条件是磁刚度大于零。

关键词:电磁悬浮;磁刚度;稳定性

中图分类号:O441 文献标识码:A 文章编号:1009-3516(2002)05-0091-04

磁悬浮主要有两种方法,第一种称为电磁悬浮,也称为引力悬浮(Electromagnetic or attracting levitation),简称 EML,即利用铁磁体和电磁体之间的吸引力来悬浮物体;第二种称为电动悬浮,也称为斥力悬浮(Electrodynamics or repulsive levitation),简称 EDL,即利用磁体(建议采用超导磁体)在金属体内产生涡流从而产生相互的排斥力来悬浮物体。

根据 Earnshaw 理论,当电场、磁场恒定时,具有稳定电荷、磁化强度、或稳定电流的物体仅仅依靠电场或磁场的作用不可能达到稳定平衡。即在任何满足拉普拉斯方程的有势力(包括重力)作用下,物体不可能存在稳定平衡。很典型的一个例子就是在永磁体下面悬浮一个铁磁体,若没有任何反馈力是不可能的,尽管磁力等于重力的位置可以找到,但结果是物体要么与磁体相撞,要么就落到地面。在 EML 中,电流恒定系统本身具有不稳定性,需要反馈力来稳定 EML 装置,一般又分为两种方法,一种是直接的、位置反馈控制方法,另一种是 ac 调制或间接的反馈方法。

1 磁刚度概念

讨论磁机系统的稳定,先谈一下磁刚度这个概念,它类似于弹簧刚度。在磁机耦合系统中,如果磁力函数 $F(x)$ 用位移 x 来表示,假设在 $x=0$ 处用泰勒级数展开,

$$F(x) = F_0 + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_0 x + \dots$$

磁刚度定义为

$$k = - \frac{\partial F}{\partial x} \quad (1)$$

如果 $k > 0$, F 力大小与 x 成正比,方向与 x 的方向相反,具有恢复力的性质,可以实现稳定,如果是负刚度,则不稳定。可以代入 $x=0$ 估算磁刚度。

2 实现稳定电磁悬浮的两种方法

2.1 直接位置控制的电磁悬浮系统

收稿日期:2001-11-15

作者简介:汪秀君(1965-),河南唐河县人,讲师,主要从事磁固体力学研究。

图1所示是一个简单的位置反馈磁悬浮系统,悬浮物体的质量为 m ,受电磁引力 f_a 、重力 mg 的作用,磁通量为 Φ , N 是线圈的匝数;利用牛顿定律和麦克斯韦方程分别写出悬浮物体和磁路的运动方程

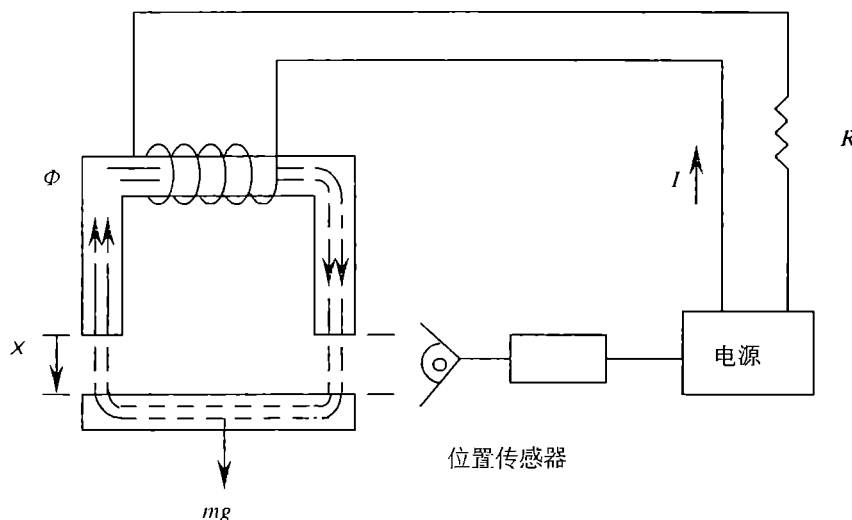


图1 直接位置反馈电磁悬浮系统

$$\begin{cases} m \ddot{x} = mg + f_a \\ N \Phi = RI + V_0 + V_c \end{cases} \quad (2)$$

如 μ_0 为空气中的磁导率, μ_r 为铁芯中的相对磁导率, A 为截面的面积,磁路中的磁阻 R_m 为

$$R_m = \int \frac{dl}{\mu_0 \mu_r A} + \frac{2x}{\mu_0 A} \quad (3)$$

则磁通 Φ 为

$$\Phi = \frac{NI}{R_m} \quad (4)$$

磁力 f_a 可由磁能函数推出

$$f_a = -\frac{\Phi^2}{\mu_0 A} \quad (5)$$

从式(5)可以看出 f_a 总是吸引力, x 增大, R_m 增大, Φ 减小,则磁力 f_a 就降低,不具有恢复力的性质,系统不稳定。

根据线性控制理论,引进控制电压 $V_c = G_1(x - x_0) + G_2 \dot{x} + G_3 \ddot{x}$ 产生控制电流 $c(t)$ 以稳定悬浮物体。如 I_0 、 R_{m0} 分别表示平衡位置时的电流和磁阻,在平衡位置 $x = x_0$ 附近定义干扰变量 $x = x_0 + s(t)$, $I = I_0 + c(t)$, $R_m = R_{m0} + r_m s$

假设系统在 $x = x_0$ 位置平衡,有

$$V_0 = RI_0, \quad mg = \frac{(NI_0)^2}{\mu_0 AR_{m0}^2} \quad (6)$$

在平衡位置附近用泰勒级数展开式(4)、(5)

$$\Phi = \frac{NI_0}{R_{m0}} \left(1 + \frac{c}{I_0} - \frac{r_m}{R_{m0}} s\right) \quad (7)$$

$$f_a = -mg \left(1 + \frac{2c}{I_0} - \frac{2r_m}{R_{m0}} s\right) \quad (8)$$

将式(7)、(8)分别代入式(2)得以下耦合线性方程

$$\begin{aligned} \ddot{s} &= \frac{2gr_m}{R_{m0}} s - 2g \frac{c}{I_0} \\ \frac{N^2}{R_{m0}} \dot{c} &= -Rc + \frac{N^2 I_0}{R_{m0}^2} r_m \dot{s} + G_1 s + G_2 \dot{s} + G_3 \ddot{s} \end{aligned} \quad (9)$$

进一步可得

$$c = \frac{G_1}{R}s + \frac{G_2}{R}s + \frac{G_3}{R}s + \frac{N^2 I_0}{2gRR_{m0}}s \quad (10)$$

式(10)代入式(8)得

$$f_a = -mg \left[1 + \left(\frac{2G_1}{RI_0} - \frac{2r_m}{R_{m0}} \right) s + \frac{2G_2}{RI_0}s + \frac{2G_3}{RI_0}s + \frac{N^2}{gRR_{m0}}s \right] \quad (11)$$

根据式(1)

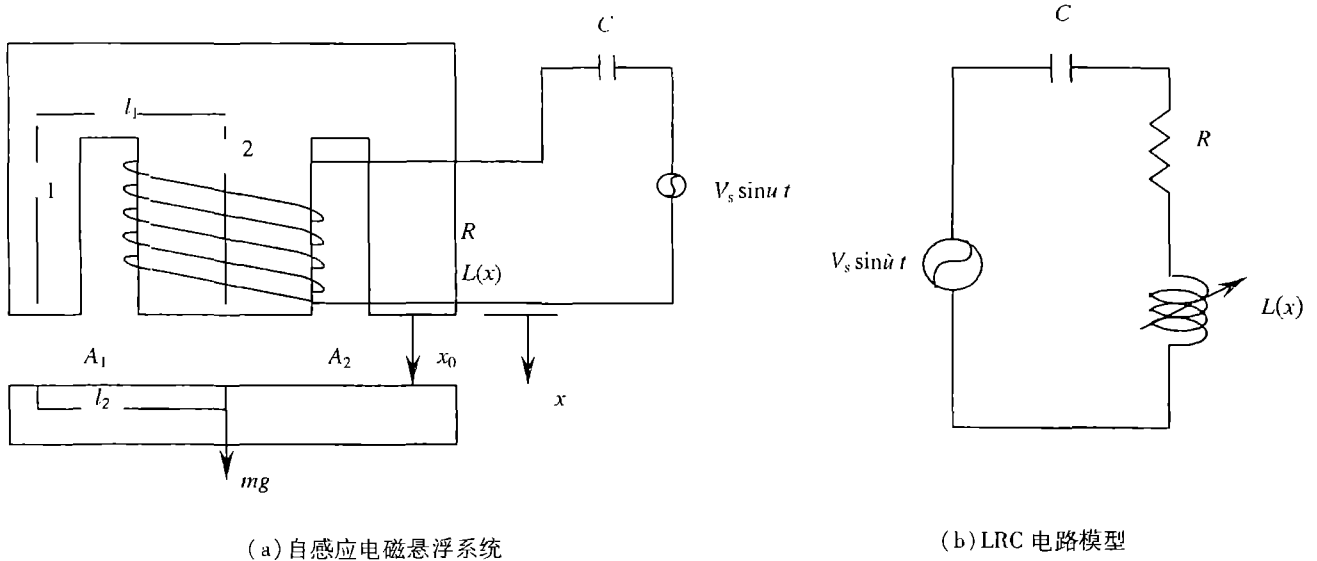
$$k = -\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{2G_1}{RI_0} - \frac{2r_m}{R_{m0}} > 0 \quad (12)$$

亦即控制刚度大于负的磁刚度。整理后得

$$G_1 > \frac{V_0 r_m}{R_{m0}} \quad (13)$$

2.2 自感应电磁悬浮系统

图 2(a) 所示是一个采用 LC 电路的自感应电磁悬浮系统,由于悬浮物体的间距是变化的,可把它模型化为一个随间距而变的可变电感,电感是调制电路的一部分,该电路的固有频率随间距而变化,在电路中加了一个电容,磁悬浮系统模型化为图 2(b) 所示的 LRC 电路。



(a) 自感应电磁悬浮系统

(b) LRC 电路模型

图 2 采用 LC 电路的自感应电磁悬浮系统

悬浮物块的运动方程为

$$m \ddot{x} = mg + f_a \quad (14)$$

其平衡条件 $f_a(x_0) = -mg$, 磁力 f_a 可以根据系统中贮存的磁能对 x 求得

$$f_a = \frac{1}{2} \frac{\partial L(x)}{\partial x} i^2(t) \quad (15)$$

可见磁力与电感、电流有关。图 2(a) 中 l_1 、 l_2 分别代表磁力线通过 E 型轭和悬浮物体的长度; A_1 、 A_2 分别代表极 1 和极 2 的面积。不考虑漏磁和边缘效应,该悬浮系统的电感为

$$L(x) = \frac{K_1}{G_1 x + G_2} \quad (16)$$

这里

$$K_1 = \mu_0 A_2 N^2, G_1 = 1 + (A_2)/(2A_1), G_2 = 1 + (l_1 + l_2)/(2\mu_r)$$

电感随 x 而变化,在 $x = x_0$ 时电感需具有较高灵敏度,应采用具有高磁导率的铁磁材料,小比例 A_2/A_1 的 E 型轭。

图 2(b) 所示电路由电感 $L(x)$ 、内阻 R 、和外电容 C 组成。所研究的悬浮物体的运动速度很小,引起的电动电压很低,在此不计。若激励频率远远大于悬浮系统的机械固有频率,电流可以用其均方根(RMS)值 i_{rms} 来近似,电机系统可以利用 RMS 模型静态稳定。

$$i_{\text{rms}} = \frac{V_s/\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L(x) - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (17)$$

式(16)、(17)代入式(15)

$$f_a = -\frac{1}{4} \frac{K_1 G_1 V_s^2}{(G_1 x + G_2)^2 \left[R^2 + \left(\frac{\omega K_1}{G_1 x + G_2} - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]} \quad (18)$$

为了达到稳定悬浮,磁刚度 $k = -[\partial f_a(x)/\partial x]|_{x_0} > 0$

可得激励频率需满足以下条件

$$\omega > \frac{1}{\sqrt{L(x)C - C^2 R^2}} \quad (19)$$

3 结论

1)分析了两种悬浮系统的电磁力,利用磁刚度的概念直接进行两种电磁悬浮的稳定性设计。在直接位置控制中,最后要实现的条件是控制刚度要比负磁刚度大,从而得出对 G_1 的要求;在间接控制中,需要满足的条件是磁刚度大于零,从而得出对激励频率的要求。

2)最好的铁磁材料其电磁应力能达到 10^2 N/cm^2 ,而铁磁材料的屈服应力都大于 10^4 N/cm^2 ,所以一般不考虑,悬浮物体在此抽象为刚体模型。实际上磁机结构存在动态的不稳定性,与一般结构的差别在于磁应力是由磁体力引起的,磁力产生结构的变形,变形又引起磁力的改变,磁场和变形相互作用、相互耦合的结果导致结构的动态不稳定性。

参考文献:

- [1] 程永洙. 普通物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [2] Changhwan Choi, Kyihwan Park. Self-sensing magnetic levitation using a LC resonant circuit [J]. Sensors and actuators, 1999:169-177.
- [3] Moon Francis C. Magneto-Solid Mechanics [M]. New York:1984.

(编辑:田新华)

Magnetic Stiffness and Analysis of Stability of EML

WANG Xiu-jun, CHEN Xi, LI Chun-buo

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: Electromagnetic (EML) or attracting levitation can levitate the suspend mass by means of the attracting force created by the electromagnets, which are inherently unstable if the currents are constant. Therefore feedback forces are required to stabilize EML devices. There are several EML methods that may be classified as direct, position feedback-control techniques and ac modulated or indirect feedback methods. In order to obtain stable levitation, the nature of the magnetic force should be a restoring force. After analyzing the magnetic forces, the statically stable condition can be obtained directly by means of the magnetic stiffness concept. In the direct position feedback-control EML, for a necessary condition for stability the control stiffness should exceed the negative magnetic stiffness; and for a statically stable condition for the indirect feedback EML the magnetic stiffness should be a positive real constant.

Key words: EML; magnetic stiffness; stability