

点的合成运动与“全程分析法”

冯立富, 郭书祥, 李颖

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:阐述了理论力学的运动学中,点的运动学和点的合成运动之间的关系,指出点的合成运动应该是工科理论力学教材和教学研究中的重点。

关键词:点的运动学;点的合成运动;全程分析法;瞬时分析法

中图分类号: O313 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2002)05-0086-02

在工科理论力学中,研究点的运动通常采用如下两种方法:

第一种是根据已知条件,建立点的运动方程(或称为点的运动规律),然后通过求导数,得到点的速度和加速度随时间的变化规律,进而可求得点在某个瞬时的速度和加速度。这部分内容一般称为点的运动学。

第二种是将点的某种运动看作是由两种运动合成得到的,点在某瞬时的速度和加速度可由速度合成定理和加速度合成定理求得。因而这部分内容一般称为点的合成运动或复合运动。

在应用上述两种方法分析机构的运动学问题时,近年来有人把第一种方法称为“全程分析法”,而把第二种方法称为“瞬时分析法”^[1]。

第一种方法比较简单、直观,在工程实际中有重要意义。特别是随着计算技术的发展和电子计算机的普及,数学计算的困难已基本不再成为问题。因此,这部分内容不应该被过分地削弱。

第二种方法对于初学的工科院校学生来讲,是一种全新的方法。此方法中的信息量较大,而且要想掌握好,必须具有较好的抽象能力、逻辑思维能力和数学演绎能力。因此,不仅对于初学的大学生即使是部分中青年教师来说,都不是太容易的^[2]。考虑到应用速度合成定理和加速度合成定理求得的往往又是点在某个瞬时的某种速度或加速度,有人认为,点的合成运动是手算时代的产物,要用“全程分析法”取代传统的又繁又难的点的合成运动的方法,并称此会对理论力学教学内容和教材体系的改革产生深刻的影响。

上述观点是片面的,是对点的运动学和点的合成运动理解得还不够深入的表现。

首先,在工科院校中,理论力学作为一门技术基础课,是在高等数学和普通物理学之后开设的。在高等数学和普通物理学中,都分别介绍了不少有关点的运动学知识;从数学角度而言,点的运动学主要是求导数问题,这在高等数学中已经较好地解决了,因此理论力学中不可能把这部分内容作为重点,也不应该对这部分内容再作过多的简单重复阐述。

其次,不应该过于简单地把点的运动学和点的合成运动看作是研究点的运动的两种方法问题。实际上,理论力学中点的运动学是研究点相对于某一个参考系的运动问题的,而点的合成运动则是研究点相对于两个不同参考系的运动问题的。这才是这两部分内容的本质区别。

点的合成运动问题在工程实际中极为常见。例如空(海)战中,敌机(舰)相对于我机(舰)和我地面指挥所的运动问题,水(气)流质点相对于水(涡轮)机叶片和机座的运动问题等,都是点的合成运动的实例。应用点的合成运动的知识研究这些问题无论怎样“繁”和“难”,人们都无法回避^[3-4]。

再次,理论力学中研究点的合成运动,还具有为研究刚体的复杂运动奠基的作用。不仅点的合成运动中有关运动分解和合成的方法及诸多概念在研究刚体的复杂运动时同样适用,而且在分析复杂运动刚体上各点的速度和加速度时,点的速度合成定理和加速度合成定理也仍然具有重要意义。同时,点的合成运动知识也是研究许多动力学问题的基础^[5]。特别是在研究非惯性参考系中的动力学问题时,则必须应用点的合成

运动的知识。

点的合成运动方法也并非不能对“机构运动全程”进行分析。例如在图 1 所示的急回机构中,曲柄 O_1A 长为 r ,以匀角速度 ω_1 转动, $\theta = \omega_1 t$, $O_1O_2 = l$ 。若以曲柄 O_1A 的端点 A 为动点,动系固连于摇杆 O_2B ,定系固连于机架,则根据速度合成定理,有 $v_e = v_a \cos(\theta + \varphi) = r\omega_1 \cos(\theta + \varphi)$,于是可求得摇杆 O_2B 的角速度随时间的变化规律为

$$\omega_2 = \frac{v_e}{O_2A} = \frac{r(l \cos \omega t - r)}{l^2 + r^2 - 2lr \cos \omega t} \omega_1$$

又如在图 2 所示的曲柄连杆机构中,若曲柄 OA 长为 r ,以匀角速度 ω 转动,通过长为 l 的连杆 AB ,带动滑块 B 沿水平导槽作往复运动。若以滑块 B 为动点,动系固连于曲柄 OA ,定系固连于机架,则 $v_e = \overline{OB} \cdot \omega$ 。根据速度合成定理即可求得滑块的速度随时间的变化规律为

$$v_e = v_B = v_c \tan \approx r\omega \left(\sin \omega t + \frac{r}{2l} \sin 2\omega t \right)$$

由上述两例不难看出,简单、笼统地把应用点的合成运动知识研究点的运动的方法称为“瞬时分析法”,而把应用点的运动学的知识研究点的运动的方法称为“全程分析法”也是值得商榷的。

理论力学中的所有点的运动学习题,都可以应用点的合成运动的方法求解,而且许多复杂的点的运动学习题,应用点的合成运动的方法求解还较为方便。但是相反,不少点的合成运动的习题,甚至某些机构运动学问题中的点的合成运动习题,应用点的运动学方法却是难以求解的。

综上所述,研究点的合成运动的理论是工程实际的客观需要,同时又是研究刚体复杂运动和动力学问题的基础。因此,在工科理论力学的教材和教学研究中,点的合成运动都应是重点内容之一,不应被削弱,更不能用品点的运动学取代。

参考文献:

[1] 侯东生,张 勇. 机械运动全程分析法[J]. 力学与实践,2000,22(3):67-68.
 [2] 冯立富. 动点和动系的选取原则和方法[J]. 力学与实践,1987,9(5):51-52.
 [3] 冯立富,徐新琦,谢永亮. 理论力学(第2版)[M]. 西安:陕西科学技术出版社,2001.
 [4] 冯立富,郭书祥,韩一磊. 论动点和动系的“正选”与“反选”[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(1):81-82.
 [5] 冯立富,郭书祥. 牵连运动为平动时的刚体相对运动动力学普遍定理[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(6):27-29.

(编辑:姚树峰)

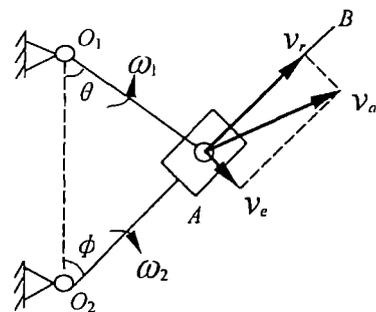


图 1 急回机构

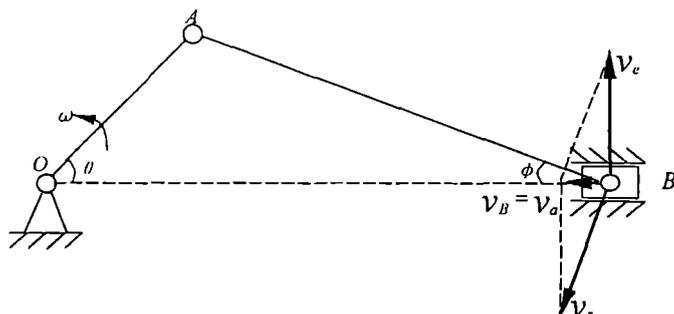


图 2 曲柄连杆机构

Composition Motion of a Point and “the Method for Full - Process Analysis”

FENG Li - fu, GUO Shu - xiang, LI Ying

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract · Relation between kinematics of a point and composition motion of a point in the kinematics of theoretical mechanics was interpreted. It was also pointed out that the composition motion should be an important part in the study of teaching and teaching material in technological theoretical mechanics, which not only shouldn't be replaced, but also should be weakened.

Key words · kinematics of a point; composition motion of a point; the method for full - process analysis; the method for instantaneous analysis