

# 双曲柄机构的急回运动特性研究

杨增选<sup>1</sup>, 高虹霓<sup>1</sup>, 田野<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 93448 部队, 天津 大港 300270)

**摘要:**分别用图解法和解析法研究分析了双曲柄机构的急回运动特性, 推导出了计算双曲柄机构急回特性系数的公式, 最后给出一应用实例。

**关键词:**双曲柄机构; 急回运动特性; 图解法; 解析法

**中图分类号:**TH12 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2002)05-0083-03

双曲柄机构是广泛应用的平面连杆机构, 它和曲柄摇杆机构一样具有急回运动特性, 利用这种特性可以缩短机械空回行程的辅助时间, 提高工作效率。本文分别采用图解法和解析法对此特性进行了分析和研究。

## 1 图解法分析双曲柄机构的急回运动特性

图1为一双曲柄机构的运动简图, 假设各杆长度分别为  $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ 。当主动曲柄1以等角速度  $\omega_1$  逆时针回转时, 通过连杆2带动从动曲柄3做同方向的变速回转。在任一瞬时, 主动曲柄与从动曲柄的传动比为  $i_{31} = \omega_3 / \omega_1$ , 运用速度瞬心法可以求得  $i_{31}$ 。如图1所示。机构处于任一位置时, 各速度瞬心分别为  $P_{14}, P_{12}, P_{23}, P_{34}$  和  $P_{13}$ 。由于瞬心  $P_{13}$  是主动曲柄1和从动曲柄3的同速点, 设其速度为  $V_{p13}$ , 则有:

$$V_{p13} = \omega_1 \cdot \overline{AP_{13}} = \omega_3 \cdot \overline{DP_{13}}$$

$$i_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\overline{AP_{13}}}{\overline{DP_{13}}}$$

按上式可用图解法求得任意位置的传动比  $i_{31}$ 。由于机构运转时,  $P_{13}$  在  $AD$  延长线上变动, 当连杆2与机架4趋于平行时,  $P_{13}$  将趋于无穷远, 这给图解法带来困难, 为此, 过  $D$  点做  $AB$  的平行线交  $BC$  于  $E$  点。由于  $\triangle ABP_{13} \sim \triangle DEP_{13}$ , 所以, 传动比  $i_{31}$  可写成:

$$i_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\overline{AP_{13}}}{\overline{DP_{13}}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\ell_1}{DE} \quad (1)$$

按式(1)用图解法求  $i_{31}$  时, 不会因  $P_{13}$  有时落在无穷远处给求解带来不便, 因为  $\overline{DE}$  在有限的图幅内很容易找到。

如图2所示, 当机构运动到连杆与机架平行位置  $AB_1C_1D$  和  $AB_2C_2D$  时,  $\overline{DE} = \overline{AB} = \ell_1$ , 则  $i_{31} = 1$ , 故  $\omega_3 = \omega_1$ , 主从动曲柄的瞬时角速度相等。机构从  $AB_1C_1D$  位置运动到  $AB_2C_2D$  位置的过程中, 由于  $AB < DE$  (如图2中  $AB_1C_1D$  位置所示), 所以  $i_{31} < 1, \omega_3 < \omega_1$ , 从动曲柄3处于慢转阶段。从  $AB_2C_2D$  位置转到  $AB_1C_1D$  位置的过程中, 由于  $AB > DE$  (如图2中  $AB_2C_2D$  位置所示), 所以  $i_{31} > 1, \omega_3 > \omega_1$ , 从动曲柄3处于快转阶段。

从以上分析可知, 主动曲柄等速回转一周时, 从动曲柄有慢转和快转两个阶段。通常双曲柄机构在应用

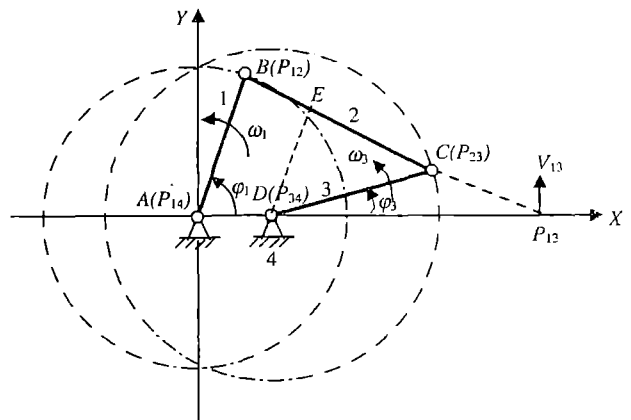


图1 双曲柄机构传动比分析

中,慢转阶段用于工作行程,快转阶段用于空回行程。于是,双曲柄机构的急回运动特性系数可以写成:

$$K = \frac{\text{从动曲柄空回行程的平均角速度}}{\text{从动曲柄工作行程的平均角速度}} = \frac{\text{从动曲柄快转阶段的平均角速度 } \omega_k}{\text{从动曲柄慢转阶段的平均角速度 } \omega_m}$$

在图 2 中,令  $\varphi_1 - \varphi_1 = \Delta\varphi_1, \varphi_2 - \varphi_3 = \Delta\varphi_3$ , 则慢转和快转阶段主从动曲柄的运动对应关系如表 1 所示。

表 1 主从动曲柄的运动对应关系

慢转阶段		快转阶段	
主动曲柄 1	从动曲柄 3	主动曲柄 1	从动曲柄 3
$AB_1 \rightarrow AB_2$	$BC_1 \rightarrow BC_2$	$AB_2 \rightarrow AB_1$	$BC_2 \rightarrow BC_1$
$\Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_1$	$\Delta\varphi_3 = \varphi_3 - \varphi_3$	转角 = $2\pi - \Delta\varphi_1$	转角 = $2\pi - \Delta\varphi_3$
$t_m = \Delta\varphi_1 / \omega_1$	$\omega_m = \Delta\varphi_3 / t_m =$ $\Delta\varphi_3 \omega_1 / \Delta\varphi_1$	$t_k = (2\pi - \Delta\varphi_1) / \omega_1$	$\omega_k = (2\pi - \Delta\varphi_3) / t_k =$ $\omega_1 (2\pi - \Delta\varphi_3) / (2\pi - \Delta\varphi_1)$

由表 1 可得出:

$$K = \frac{\omega_k}{\omega_m} = \frac{(2\pi - \Delta\varphi_3) \cdot \Delta\varphi_1}{(2\pi - \Delta\varphi_1) \cdot \Delta\varphi_3} \tag{2}$$

## 2 解析法分析双曲柄机构的急回运动特性

利用式(2)求急回运动系数  $K$  时,必须先求得  $\Delta\varphi_1$  和  $\Delta\varphi_3$ 。由前述可知: $\Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_1, \Delta\varphi_3 = \varphi_3 - \varphi_3$ 。为了求出  $\varphi_1, \varphi_1, \varphi_3, \varphi_3$ ,在图 1 中建立直角坐标系  $XAY$ 。则运动副  $B、C$  的坐标分别为

$$\begin{cases} X_B = l_1 \cos\varphi_1 \\ Y_B = l_1 \sin\varphi_1 \end{cases} \quad \begin{cases} X_C = l_4 + l_3 \cos\varphi_3 \\ Y_C = l_3 \sin\varphi_3 \end{cases}$$

在图 2 中,当机构处于连杆与机架平行的位置  $AB_1C_1D$  时, $B、C$  点的坐标满足:

$$\begin{cases} Y_B = Y_C \\ X_C - X_B = l_2 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} l_1 \sin\varphi_1 = l_3 \sin\varphi_3 \\ l_3 \cos\varphi_3 - l_1 \cos\varphi_1 = l_2 - l_4 \end{cases}$$

当机构处于连杆与机架平行的位置  $AB_2C_2D$  时, $B、C$  点的坐标满足:

$$\begin{cases} X_B = Y_C \\ X_B - X_C = l_2 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} l_1 \sin\varphi_1 = l_3 \sin\varphi_3 \\ l_1 \cos\varphi_1 - l_3 \cos\varphi_3 = l_2 + l_4 \end{cases}$$

由以上关系式可得出:

$$\begin{aligned} \cos\varphi_1 &= \frac{l_1^2 - l_1^2 - (l_2 - l_4)^2}{2l_1(l_2 - l_4)} = A_1 \\ \varphi_1 &= \begin{cases} \arccos|A_1| & A_1 > 0 \\ \pi - \arccos|A_1| & A_1 < 0 \end{cases} \\ \cos\varphi_1 &= \frac{l_1^2 - l_3^2 + (l_2 + l_4)^2}{2l_1(l_2 + l_4)} = A_1 \\ \varphi_1 &= \begin{cases} 2\pi - \arccos|A_1| & A_1 > 0 \\ \pi + \arccos|A_1| & A_1 < 0 \end{cases} \\ \cos\varphi_3 &= \frac{l_3^2 - l_1^2 + (l_2 - l_4)^2}{2l_3(l_2 - l_4)} = A_3 \\ \varphi_3 &= \begin{cases} \arccos|A_3| & A_3 > 0 \\ \pi - \arccos|A_3| & A_3 < 0 \end{cases} \\ \cos\varphi_3 &= \frac{l_1^2 - l_3^2 - (l_2 + l_4)^2}{2l_3(l_2 + l_4)} = A_3 \end{aligned}$$

$$\varphi_3 = \begin{cases} 2\pi - \arccos|A_3| & A_3 > 0 \\ \pi + \arccos|A_3| & A_3 < 0 \end{cases}$$

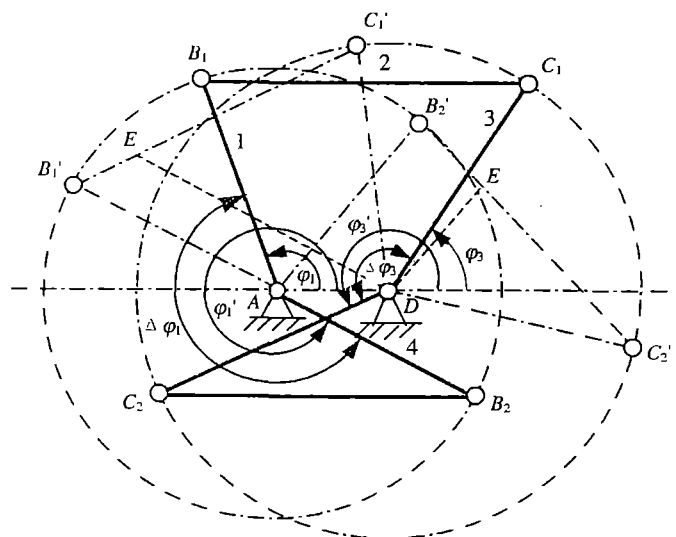


图 2 双曲柄机构急回运动特性分析

### 3 应用实例

以图2所示的双曲柄机构为例,已知  $l_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 140 \text{ mm}$ ,  $l_3 = 110 \text{ mm}$ ,  $l_4 = 50 \text{ mm}$ ,下面分别用图解法和解析法求解急回运动特性系数  $K$ 。

#### 1) 图解法

作图2所示的机构简图,从图上量得  $\Delta\varphi_1 = 224^\circ$ ,  $\Delta\varphi_3 = 145^\circ$ ,则:

$$K = \frac{\omega_k}{\omega_m} = \frac{(2\pi - \Delta\varphi_3) \cdot \Delta\varphi_1}{(2\pi - \Delta\varphi_1) \cdot \Delta\varphi_3} = \frac{(360^\circ - 145^\circ) \times 224^\circ}{(360^\circ - 224^\circ) \times 145^\circ} \approx 2.44$$

#### 2) 解析法

$$\cos\varphi_1 = \frac{l_3^2 - l_1^2 - (l_2 - l_4)^2}{2l_1(l_2 - l_4)} = \frac{110^2 - 100^2 - (140 - 50)^2}{2 \times 100 \times (140 - 50)} \approx -0.3333$$

$$\varphi_1 = \pi - \arccos 0.3333 \approx 109.47^\circ$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{l_1^2 - l_3^2 + (l_2 + l_4)^2}{2l_1(l_2 + l_4)} = \frac{110^2 - 100^2 + (140 + 50)^2}{2 \times 100 \times (140 + 50)} \approx -0.8947$$

$$\varphi_1 = 2\pi - \arccos 0.8947 \approx 333.47^\circ$$

$$\cos\varphi_3 = \frac{l_3^2 - l_1^2 + (l_2 - l_4)^2}{2l_3(l_2 - l_4)} = \frac{110^2 - 100^2 + (140 - 50)^2}{2 \times 110 \times (140 - 50)} \approx 0.5152$$

$$\varphi_3 = \arccos 0.5152 \approx 59^\circ$$

$$\cos\varphi_3 = \frac{l_1^2 - l_3^2 - (l_2 + l_4)^2}{2l_3(l_2 + l_4)} = \frac{100^2 - 110^2 - (140 + 50)^2}{2 \times 110 \times (140 + 50)} \approx -0.9139$$

$$\varphi_3 = \pi + \arccos 0.9139 \approx 204^\circ$$

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_1 \approx 333.47^\circ - 109.47^\circ \approx 224^\circ$$

$$\Delta\varphi_3 = \varphi_3 - \varphi_3 \approx 204^\circ - 59^\circ \approx 145^\circ$$

$$K = \frac{\omega_k}{\omega_m} = \frac{(2\pi - \Delta\varphi_3) \cdot \Delta\varphi_1}{(2\pi - \Delta\varphi_1) \cdot \Delta\varphi_3} = \frac{(360^\circ - 145^\circ) \times 224^\circ}{(360^\circ - 224^\circ) \times 145^\circ} \approx 2.44$$

#### 参考文献:

- [1] 孙 桓,傅则绍. 机械原理[M]. 北京:高等教育出版社,1989年.  
[2] 杨可桢,程光蕴. 机械设计基础[M]. 北京:高等教育出版社,1999年.

(编辑:田新华)

## Research on Fast Back Cutting Back Kinematic Characteristic of Double - Crank Mechanism

YANG Zeng-xuan<sup>1</sup>, GAO Hong-ni<sup>1</sup>, TIAN Ye<sup>2</sup>

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China; 2. Troops 93448, Da Gang, Tian jin 300270, China)

**Abstract.** In the paper, the graphic method and the analytic method are applied to analyze the fast back kinematic characteristic of double crank mechanism, in term of which the formula of fast back kinematic characteristic coefficient of double crank mechanism is deduced. Finally, an applied example is presented.

**Key words.** double crank mechanism; fast back kinematic characteristic; graphic method; analytic method