

混沌信号发生器的实验研究

黄河, 朱双鹤, 曹国雄, 曲毅, 车育生
(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:采用蔡氏电路及改进型蔡氏电路,实现了混沌信号的产生和混沌同步,给出了实验结果和简要分析,并总结归纳了产生混沌信号的几个要点。实验发现改进型蔡氏电路产生混沌信号易于控制和同步,长期困惑的初始条件问题在实验中得到解决。

关键词:蔡氏电路;混沌;同步;初始条件

中图分类号:TN957.51 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2002)05-0048-04

混沌是确定性系统的内在随机性,作为自然界的一种客观存在的运动形式,广泛存在于自然社会各个领域,并引起人们高度重视。在电子学领域人们也相继开始了对混沌现象的研究,1983年,L·O·Chua教授首次提出蔡氏电路,它是在非线性电路中产生复杂动力学行为的最有效而简单的三阶自治电路;通过蔡氏电路参数的改变可实现倍周期分叉到混沌再到倍周期的全过程,从而使我们能从电路的角度较为直观地对混沌机理和特点进行研究,开辟了混沌研究的新纪元。1990年,美国Pecora-Carroll利用驱动响应法实现了两个混沌系统的同步,这两个突破性进展使混沌理论应用于通信领域成为可能。然而,这些技术应用于实际的基础是:混沌信号易于产生与控制、易于实现同步,这也是研究混沌及混沌保密通信实用化的关键环节。故有必要对混沌信号的产生及同步进行深入的研究^[1]。

1 实验电路

文献[1~3]对蔡氏电路的设计已作详细描述,本文重点从实验角度讨论其特点及改进方法,给出实验结果。如图1所示,蔡氏电路是一个三阶自治振荡系统,包含三个储能元件、一个线性电阻和一个非线性电阻(N_R),其状态方程为

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[\frac{(u_2 - u_1)}{R} - f(u_1) \right] \\ \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[\frac{(u_1 - u_2)}{R} + i_L \right] \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} u_2 \end{cases}$$

式中: u_1 、 u_2 为 C_1 、 C_2 两端电压, i_L 为流过 L 的电流, $f(u_1)$ 是描述非线性电阻 N_R 的 $u-i$ 特性的折线多项式^[4]

$$f(u_1) = m_1 u_1 + \frac{1}{2}(m_0 - m_1) |u_1 + B_p| + \frac{1}{2}(m_1 - m_0) |u_1 - B_p|$$

式中: m_0 和 m_1 分别表示 N_R 的 $u-i$ 特性之内折线段的斜率, B_p 为其折点电压。

1.1 蔡氏电路及其特点

蔡氏电路有多种电路形式,这主要是 N_R 有不同构成方法,图2是两种典型的 N_R 电路。实验时图2(a)

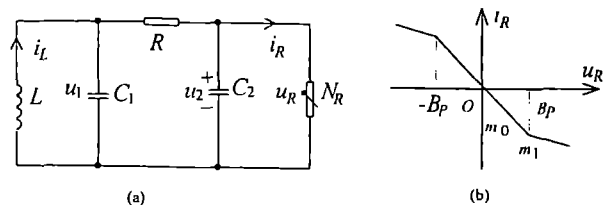


图1 (a)蔡氏电路;(b) N_R 的 $u-i$ 特性图

收稿日期:2002-01-31

基金项目:陕西省自然科学基金项目,(2001-X32.)

作者简介:黄河(1965-),男,湖南益阳人,讲师.主要从事电路、信号系统研究.

中取 $R_1 = R_4 = 46.2 \text{ K}\Omega$, $R_2 = R_3 = 3.3 \text{ K}\Omega$, $R_5 = R_6 = 3 \text{ K}\Omega$, $R_7 = 1.25 \text{ K}\Omega$, 运放采用 $\mu\text{A}741$ (偏压 $\pm 15\text{V}$); 图 2(b) 中取 $R_1 = R_2 = 220 \Omega$, $R_3 = 2.25 \text{ K}\Omega$, $R_4 = R_5 = 22 \text{ K}\Omega$, $R_6 = 3.3 \text{ K}\Omega$, 运放采用 TL082 (偏压 $\pm 9\text{V}$), 则 N_R 的 $u-i$ 特性皆呈现分段负阻特性, 实验结果较理想。

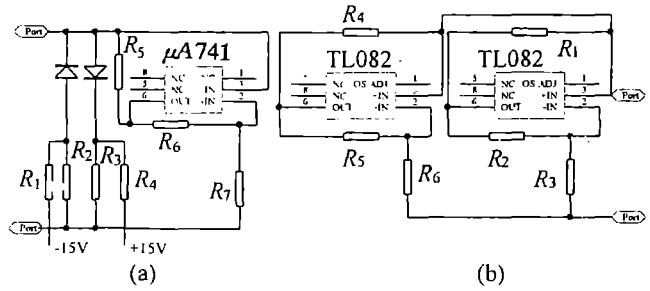


图 2 两种典型的 N_R 电路结构图

以图 2(b) 所示 N_R 电路构建蔡氏电路如图 3 所示, 取 $C_1 = 10 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, $L = 19 \text{ mH}$, $R_1 = R_2 = 220 \Omega$, $R_4 = R_5 = 2.2 \text{ K}\Omega$,

$R_3 = 3.3 \text{ K}\Omega$, $R_6 = 2 \text{ K}\Omega$, R 为 $0-2 \text{ K}\Omega$ 连续可调。 R 作为电路的主要控制参量之一, 对蔡氏系统走向混沌起着关键作用, 实验中改变 R 可直接导致倍周期分叉, 使电路进入混沌。图 4 是实验中拍到的部分照片。图 4(a) 为一极限环图。图 4(b) 表明极限环出现分叉, 周期 1 变为周期 2, 继续减小 R 则倍周期开始分叉。图 4(c) 表明系统出现了周期 4, 进一步减小 R 将出现混沌现象。图 4(d) 为单涡旋吸引子, 这是混沌现象的典型状态之一, 换言之此时系统已进入了非周期状态。随后出现图 4(e) 双涡旋吸引子, 这就是典型的混沌现象, 继续减小 R 会发现混沌吸引子大小、轨道疏密会有微小变化, 还会出现图 4(f) 现象, 即系统由非周期到周期、周期到非周期的演化, 此过程非常复杂, 非周期阶段和周期阶段的持续时间也是随机的, 最终混沌现象消逝。图 4(g) 对应为图 4(a) 的 u_1 时域波形, 为一典型的周期信号。图 4(h) 则可视为周期 3, 出现周期 3 具有重要意义, 虽然此时时域波形仍为周期信号, 但我们可判断只要出现周期 3, 系统必然会出现混沌现象。图 4(i) 对应为图 4(f) 的 u_1 时域波形。另外, 在实验中发现调节蔡氏二极管的特性也可出现混沌吸引子, 其演化过程基本与上述一致; 调节 C_1 、 C_2 、 L 也可起到类似的作用, 其中 C_1 较为敏感。

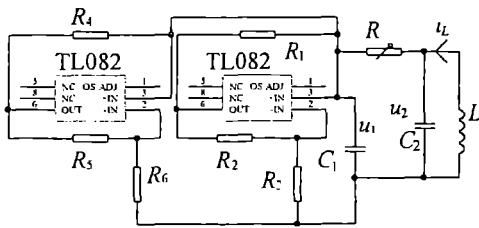


图 3 实验蔡氏电路

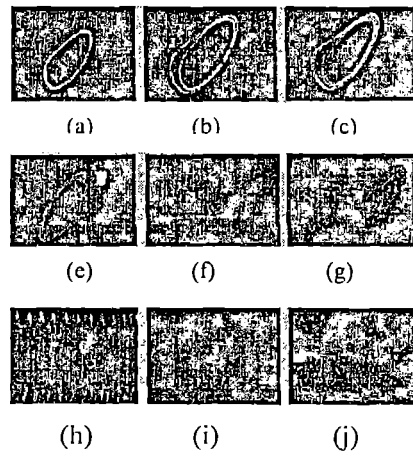


图 4 蔡氏电路实验波形

实验表明此电路对初始条件敏感, 对元件精度要求高, 混沌信号一旦产生则相当稳定。但两个系统要实现同步, 参数必须一致, 这一点很难做到, 实验过程中偶然出现过理想的同步, 多数情况下难于同步, 因此必须对电路进行改进。

1.2 改进型蔡氏电路及同步的实现

根据非线性电路产生混沌信号的机理, 提出了改进型蔡氏电路如图 5 所示。左端加了一个电容、电感和可调电阻组成的电路, 使电路方程由 3 维提高到 5 维, 电路状态方程可描述为

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[\frac{1}{R} (u_2 - u_1) - f(u_1) \right] \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[\frac{1}{R} (u_1 - u_2) + i_{12} \right] \\ \frac{du_3}{dt} = \frac{1}{C_3} \left(\frac{u_3}{R_1} + i_{12} \right) \\ \frac{di_{12}}{dt} = -\frac{u_3 - u_2}{L_2} \\ \frac{di_{L1}}{dt} = -\frac{u_2}{L_1} \end{cases}$$

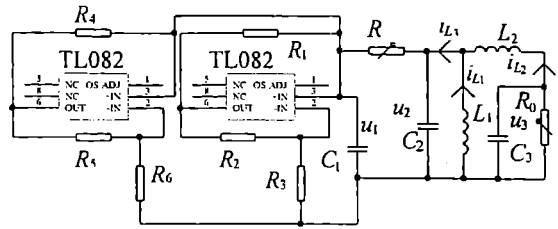


图5 改进型蔡氏电路

原电路参数不变,选定 $L_2 = 44 \text{ mH}$, $C_3 = 1 \text{ } \mu\text{F}$, $R_0 = 0 \sim 500 \text{ } \Omega$, 改变 R 而其他参数不变,在示波器上拍下 u_1 、 u_2 相图及 u_1 时域信号波形,得到经倍周期到混沌再到倍周期的全过程,如图 6(a)至 6(h)所示,周期信号如图 6(i)所示,混沌信号如图 6(j)所示。图 6(k)为 u_1 在双涡漩时的波形,毫无周期可言。

同步实验中,在两系统间接一精密可调电阻作为耦合因子,该可调耦合电阻两端分别接两系统中电容 C_1 和 C_1 ,示波器接电容 C_2 和 C_2 ,调节耦合两系统可以达到同步,实验结果如图 7 所示。由于混沌对系统初始条件极端敏感,要达到完全同步则两系统参数必须一致(如图 7(a))。两系统参数相差较大则出现如图 7(b)所示情况,图中的直线有一定的弯曲。若去掉耦合因子则出现完全不同步状态,如图 7(c)所示。

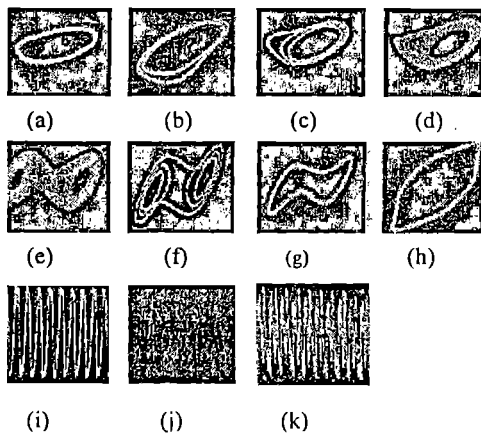


图6 改进型蔡氏电路相图及波形

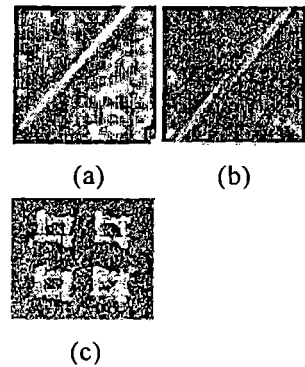


图7 同步实验波形

2 简要分析

2.1 实验结果比较分析

通过实验(实验结果见表1、表2)可总结以下几点:①混沌蔡氏电路对电路元器件精度要求高;②混沌信号对初始条件极端敏感;③有混沌吸引子就有混沌现象;④在单涡漩情况下,容易实现同步;⑤通过表1和表2的比较发现,蔡氏电路能产生稳定的混沌信号,但两系统不易实现同步,它对电路元器件精度要求非常高;而改进型蔡氏电路从倍周期到混沌的阻值可调范围增大,出现双涡漩混沌吸引子的阻值可调范围也明显增大,即改进型蔡氏电路更易于产生混沌信号,进入混沌状态后,混沌信号更为稳定;⑥改进型蔡氏电路对系统元件精度要求相应降低,更易实现混沌的控制与同步,即有更高的鲁棒性。

表1 蔡氏电路经倍周期到混沌的相图与 R 的关系

状态	$R/\text{K}\Omega$	相图照片图号	u_1 波形
周期1 极限环	1.421 ~ 1.383	图4(a)	图4(g)
周期2 极限环	1.376	图4(b)	
单涡漩混沌吸引子	1.374 ~ 1.372	图4(d)	
双涡漩混沌吸引子	1.365 ~ 1.304	图4(e)	

表2 改进型蔡氏电路经倍周期到混沌的相图与 R 的关系

状态	$R/K\Omega$	相图照片图号	u_1 波形
周期1 极限环	1.385 ~ 1.335	图6(a)	图6(i)
周期2 极限环	1.320	图6(b)	
单涡漩混沌吸引子	1.312 ~ 1.306	图6(d)	
双涡漩混沌吸引子	1.289 ~ 1.139	图6(e)、图6(k)	

2.2 混沌现象分析

实验中通过不断改变蔡氏电路和改进型蔡氏电路中 R 值获得了 111 幅混沌吸引子的状态变化图,吸引子本身是很难描述的,虽然我们可以形象地认为不动点即“不动”,周期轨道意味着重复环绕,而奇异吸引子的几何实质却是“揉面条”,不断的拉伸与折叠,初始值的微扰使得相空间的任意相邻轨道呈指数方式发散,但随着系统能量因为其本身特性在演化过程中的消耗,使得相空间运动轨道趋向于一点(吸引子),轨道的收缩与发散体现为轨道的指数型发散范围在有限空间的吸引子上。通俗地讲,指数发散的本质原因在于拉伸与折叠,拉伸变换使得诸轨道在相位空间密集和遍历,折叠则使吸引子具有层次结构。初始条件的微扰由于拉伸而变大,折叠则使相距甚远的轨道汇合,由此丧失了初始条件赋予系统的信息,从而使得系统的长期演化行为不可预测,这是混沌现象的本质,也是其用于保密通信的基础。

实验过程发现系统混沌现象对初值的敏感性只有当系统在控制变量的作用下处于非周期态或不稳态时才体现出来。从概念上讲,系统对初值的敏感性是一个判稳条件,即判断其某个状态是否是一个稳态,而电路控制参量的某些特定值却可以使一个确定系统出现倍周期分叉,两者是完全不同的概念。实际电路中,并不需考虑加入初值,因为混沌是确定性非线性系统的一种必然要发生的内在随机行为,其发生不需要任何外来随机因素,初始值体现在电路结构、元件参数和伏安特性上。在实际电路工作过程中自动产生满足混沌发生的初始条件,实验时可以看到,当系统处于混沌态时,只要保持控制参量不变,系统将稳定处在混沌态中,但同时我们也可从示波器上看到,混沌吸引子一方面处于一个稳定的相空间,另一方面其内部轨道族在此空间里不断地运动,“局部不稳定,整体稳定”就是对双涡漩混沌吸引子特点的精确描述。我们还看到在一个复杂但明确的边界里,轨道在急剧地分离,这是一个动态过程。如要在硬件电路中实现信息的实时传输,则要求收发系统在任意时刻轨道收敛于同一值,具体作法是采用实时同步,使收发系统混沌现象趋于一致。

参考资料:

- [1] 李小春,朱双鹤,王国红,等.混沌信号产生电路的研究[J].空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(5):21—24.
- [2] Chua L O. Chua's circuit: An overview ten years later[J]. of circuits systems and computers,1994,4(2):117—159.
- [3] 葛真.非线性电路及混沌[M].重庆:重庆大学出版社,1989.
- [4] 吴景棠.非线性电路原理[M].北京:高等教育出版社,1990.

(编辑:门向生)

Experiment Study on Chaotic Signal Generator

HUANG He, ZHU Shuang-he, CAO Guo-xiong, QU Yi, CHE Yu-sheng

(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: This paper adopts chua's circuit and the improved chua's circuit to bring about chaotic signal and chaotic synchronization, gives an experimental result and a concise analysis of the result, and concludes the main points of realizing chaotic signal. It is easy to use the improved chua's circuit to control and synchronize chaotic signal in experiment, during which the long-puzzled problem of initial conditions is solved.

Key words: chua's circuit; chaos; synchronization; initial conditions