

# 经纬度坐标变换及其在防空 C<sup>3</sup>I 系统中的应用

刘进忙, 张晓刚

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

**摘要:**利用地心坐标完成从雷达站球面坐标到指挥中心直角坐标的转换,给出一种变换公式,使转换一步到位,克服了可能引入的误差,给出了详细的推导过程和变换方法,在考虑地球表面曲率的影响下,对误差进行了分析和补偿,对同步测量数据进行了融合,并给出了几种解决偏差估计的方法。

**关键词:**坐标变换;地心坐标;防空 C<sup>3</sup>I

**中图分类号:**TN953 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2002)01-0026-04

在多传感器数据融合系统中,利用多传感器的信息融合技术具有扩大系统的时空覆盖范围,增大数据的覆盖面,提高系统的可靠性和鲁棒性及降低信息模糊度等优点。在防空 C<sup>3</sup>I 系统中,为获得目标的可靠信息需把雷达从站测得的数据转换到情报处理中心的公共参考坐标系中,常为统一直角坐标系。

一般来说,水准面是形状不规则的液体静止表面,是一重力等位面,不是数学表面。而大地水准面是海平面及其在大陆的延伸,具有一般水准面的性质,全球只有一个,可作高程的起算面,它是一个形状不规则的物理表面。旋转椭球面是形状规则的数学表面,用其代替大地水准面,精度可达  $10^{-5}$ ,其高度误差均方值为 50 m,最大 100 m,垂线和法线之间误差通常小于 5",最大可达 40"~60",在测量实践中,通常总是采用旋转椭球面代替大地水准面<sup>[1]</sup>。

## 1 地心坐标系公式推导

如图 1 所示,以地球中心为原点,建立直角坐标系。地球赤道位于  $x-y$  平面, $z$  轴指向北极, $P_0$  点为某雷达站位置, $P$  为  $P_0$  在旋转椭球面上的投影位置(暂不考虑海拔高度,设  $h_0 = 0$ ), $\lambda$  表示经度, $\varphi$  为地理纬度, $\varphi_0$ (对应图中  $\angle P_0OP'$ ) 为地心纬度, $R$  为地球的等效半径, $P_0$  点的地心坐标为  $(x_0, y_0, z_0)$ ,雷达站  $P$  的大地坐标为  $(\lambda, \varphi, h)$ , $h$  为海拔高度。 $P_0$  点满足公式:

$$\frac{x_0^2 + y_0^2}{a^2} + \frac{z_0^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

其中  $a$  为长半轴, $b$  为短半轴,采用 1983 年 IUGG 推荐, $a = 6\,378\,136$  m, $b = 6\,376\,751$  m,由地心经纬度表示的形式为

$$x_0 = R \cos \varphi_0 \cos \lambda, \quad y_0 = R \cos \varphi_0 \sin \lambda, \quad z_0 = R \sin \varphi_0 \quad (2)$$

根据文献[2],可推导出地心纬度  $\varphi_0$  和地理纬度  $\varphi$  及各分量的关系式为

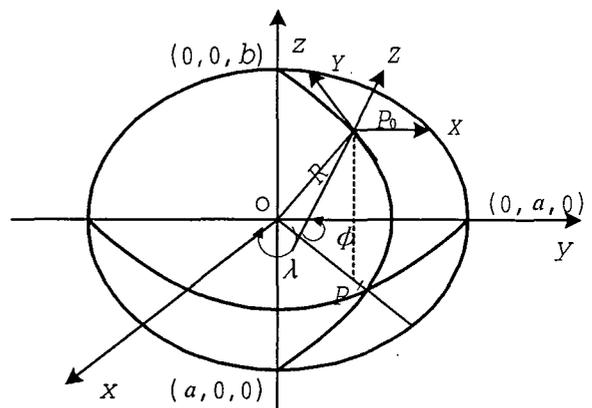


图 1 地心坐标系

收稿日期:2001-07-03

基金项目:国家高等学校骨干教师资助计划项目资助(GG-810-90039-1003)

作者简介:刘进忙(1958-),男,陕西渭南人,教授,主要从事指挥自动化信息处理研究。

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\varphi_0, \cos\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{b^4}{a^4} + \operatorname{tg}^2\varphi}}, \text{ 及 } R = a \sqrt{\frac{1 + \frac{b^4}{a^4}\operatorname{tg}^2\varphi}{1 + \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}^2\varphi}} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)可得到 P 点大地坐标到地心坐标的转换公式

$$x_0 = \frac{a\cos\lambda}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}^2\varphi}}, y_0 = \frac{a\sin\lambda}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}^2\varphi}}, z_0 = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}^2\varphi}} \cdot \frac{b^2}{a^2} + \operatorname{tg}^2\varphi \quad (4)$$

## 2 坐标变换

### 2.1 雷达球坐标到直角坐标的转换

设 Q<sub>1</sub>点在雷达站 P 球面坐标系中的坐标为(ρ, ε, β), ρ 为斜距, β 为方位角, ε 为高低角,目标 Q<sub>1</sub>在雷达站直角坐标系内的坐标为(X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>),则有如下变换公式:

$$X_1 = \rho\cos\varepsilon\sin\beta, Y_1 = \rho\cos\varepsilon\cos\beta, Z_1 = \rho\sin\varepsilon, \quad (5)$$

### 2.2 目标在地心直角坐标系的表示形式

在 P 点建立一直角坐标系,其 X 轴指向正东, Y 轴指向正北, Z 轴为该点重力的反方向,对式(2)的逆变换求单位矢量变换,可得 X, Y, Z 轴的方向单位矢量向量:

$$\begin{aligned} X \text{ 轴: } & [-\sin\lambda \quad \cos\lambda \quad 0]^T \\ Y \text{ 轴: } & [-\cos\lambda\sin\varphi \quad -\sin\lambda\sin\varphi \quad \cos\varphi]^T \\ Z \text{ 轴: } & [\cos\lambda\cos\varphi \quad \sin\lambda\sin\varphi \quad \sin\varphi]^T \end{aligned}$$

以 P 点为雷达站心,用(X, Y, Z)坐标系测量某目标的坐标为(X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>),该点对应的地心坐标系(x, y, z)的坐标为(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>),当 P 点高程相对 P<sub>0</sub>点仅在 Z 轴上变化为 h 时(计入高度 h 值),有如下转变公式

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda & -\cos\lambda\sin\varphi & \cos\lambda\cos\varphi \\ \cos\lambda & -\sin\lambda\sin\varphi & \sin\lambda\cos\varphi \\ 0 & \cos\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 + h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

上式矩阵中,各列为 X, Y, Z 轴的单位方向向量,矩阵为正交阵,其逆阵与转置相同。其中 x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub> 只与雷达站心的经度 λ, 纬度 φ 有关,其值由式(4)给出。(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>)除与经度 λ, 纬度 φ 有关外,还与雷达站心的海拔高度 h 有关,计算时,只需对 Z 方向的值进行修正补偿。

### 2.3 地平直角坐标到地平直角坐标的转换

以 P<sub>1</sub>(λ<sub>1</sub>, φ<sub>1</sub>, h<sub>1</sub>)为雷达站,测量某目标为(X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>),相对地心坐标系为(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>, z<sub>1</sub>),转换到以 P<sub>2</sub>(λ<sub>2</sub>, φ<sub>2</sub>, h<sub>2</sub>)为中心的坐标系为(X<sub>2</sub>, Y<sub>2</sub>, Z<sub>2</sub>),根据式(6),可推导出以 P<sub>2</sub>为中心的坐标转换公式为

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 + h_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_2^T \mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 + h_1 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_2^T \begin{bmatrix} x_{01} - x_{02} \\ y_{01} - y_{02} \\ z_{01} - z_{02} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{R}_2^T \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_2 - \lambda_1) & \sin\varphi_1 \sin(\lambda_2 - \lambda_1) & -\cos\varphi_1 \sin(\lambda_2 - \lambda_1) \\ -\sin\varphi_2 \sin(\lambda_2 - \lambda_1) & \sin\varphi_2 \sin\varphi_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \cos\varphi_2 \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_2 \sin\varphi_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \cos\varphi_2 \cos\varphi_1 \\ \cos\varphi_2 \sin(\lambda_2 - \lambda_1) & -\cos\varphi_2 \sin\varphi_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \sin\varphi_2 \cos\varphi_1 & \cos\varphi_2 \cos\varphi_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \sin\varphi_2 \cos\varphi_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2^T \begin{bmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ z_{01} \end{bmatrix} = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} + \operatorname{tg}^2\varphi_1}} \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_2 - \lambda_1) \\ -\sin\varphi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg}^2\varphi_1 \cos\varphi_2 \\ \cos\varphi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg}^2\varphi_1 \sin\varphi_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_2^T \begin{bmatrix} x_{02} \\ y_{02} \\ z_{02} \end{bmatrix} = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} + \operatorname{tg}^2 \varphi_2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin \varphi_2 + \frac{b^2}{a^2} \sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 + \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg} \varphi_2 \sin \varphi_2 \end{bmatrix}$$

均可离线算出,可以减少实时计算的运算量。对同经度的雷达站,即当  $\lambda_2 = \lambda_1$  时有

$$\mathbf{R}_2^T \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_2 - \varphi_1) & -\sin(\varphi_2 - \varphi_1) \\ 0 & \sin(\varphi_2 - \varphi_1) & \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \end{bmatrix}$$

## 2.4 空中目标大地坐标的确定

在式(7)中,令  $X_2 = 0, Y_2 = 0, Z_2 = 0$ ,可求出  $Q_1$  点的经度  $\lambda_2$ ,地理纬度  $\varphi_2$  以及高程  $H$

$$\mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{02} \\ y_{02} \\ z_{02} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 + h_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ z_{01} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ z_{01} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中,上式右边部分可利用式(6)进行求解。将式(4)、(6)代入上式化简,并计算可得

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{z_{01}}{\sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2}} \cdot (1 + W + W^2 + W^3 + \dots), W = \frac{a}{\sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2}} \cdot \frac{e^2 \cos \varphi_2}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_2}} \quad (9)$$

式(9)中, $a$  为地球椭球的长半轴, $e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \approx 0.006\ 694\ 379\ 99$  为地球椭球的偏心率。如果上式扩号内的级数求和取到二次幂(这时误差范围为  $\frac{W^3}{1-W} \times 100\% < 10^{-6}$ ,则可导出下式,递推求出  $Q_1$  点的经纬度  $\lambda_2$ ,地理纬度  $\varphi_2$  以及高程  $H$  为

$$\varphi_2 \approx \operatorname{arctg} \left[ \frac{z_{01}}{\sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2}} \cdot (1 + W + W^2) \right], \lambda_2 = \operatorname{arctg} \left[ \frac{x_{01}}{y_{01}} \right], H = \frac{\sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2}}{\cos \varphi_2} - \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_2}} \quad (10)$$

## 3 雷达测量转换数据的融合

### 3.1 同步测量转换数据的融合

由文献[3](P138),雷达观测值  $Z$  的标准差  $\delta_z$  可表示为  $\delta_z = \frac{kM}{(S/N)^{1/2}}$ ,式中, $S/N$  为匹配的雷达接收机输出端的最大信号—噪声比, $k$  是大约为 1 的常数, $M$  为脉冲宽度。

对雷达而言,回波功率通常是未知的,且对不同的目标及同一目标在不同的时刻反射不一样。因而, $\delta_z$  随时间、目标类型而变化。为处理方便,通常假定观测误差有固定的标准偏差: $\delta = \text{常数} = 0.1\mu, \mu$  取决于发射脉冲宽度  $\tau$  和天线电波束宽度  $B$ ,于是有

$$\begin{cases} \delta_\rho = 0.1c\tau/2 \\ \delta_\varepsilon = 0.1B_\varepsilon \\ \delta_\beta = 0.1B_\beta \end{cases} \quad \text{协方差阵 } \mathbf{R}_{\text{极}} = \begin{bmatrix} \delta_\rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_\beta^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中  $c$  为光速。运用式(5),球坐标转换为相应的直角坐标后,可推得相应的转换误差为

$$\begin{cases} \delta_x^2 = \delta_\rho^2 \cos^2(\varepsilon) \cos^2(\beta) + \rho^2 \cos^2(\varepsilon) \sin^2(\beta) \delta_\rho^2 + \rho^2 \sin^2(\varepsilon) \cos^2(\beta) \delta_\varepsilon^2 \\ \delta_y^2 = \delta_\rho^2 \cos^2(\varepsilon) \sin^2(\beta) + \rho^2 \cos^2(\varepsilon) \cos^2(\beta) \delta_\rho^2 + \rho^2 \sin^2(\varepsilon) \cos^2(\beta) \delta_\varepsilon^2 \\ \delta_z^2 = \delta_\rho^2 \sin^2(\varepsilon) + \rho^2 \cos^2(\varepsilon) \delta_\varepsilon^2 \end{cases} \quad (12)$$

由式(7),可计算推得

$$\begin{cases} \delta_{X2}^2 = M_{11}^2 \delta_{X1}^2 \\ \delta_{Y2}^2 = M_{22}^2 \delta_{Y1}^2 \\ \delta_{(Z2+h2)}^2 = M_{33}^2 \delta_{(z1+h1)}^2 \end{cases}, \text{其中 } M = \mathbf{R}_2^T \mathbf{R}_1 \quad (13)$$

于是同一时刻,雷达 2 与雷达 1 转换来的对同一目标测量的融合值可用下式进行计算

$$\begin{cases} \hat{X}_2^p(X) = \frac{\delta_{x_2}^2 \cdot \delta_x^2(2)}{\delta_{x_2}^2 + \delta_x^2(2)} \left( \frac{X_2}{\delta_{x_2}^2} + \frac{X(2)}{\delta_x^2(2)} \right) \\ \hat{X}_2^p(Y) = \frac{\delta_{y_2}^2 \cdot \delta_y^2(2)}{\delta_{y_2}^2 + \delta_y^2(2)} \left( \frac{Y_2}{\delta_{y_2}^2} + \frac{Y(2)}{\delta_y^2(2)} \right) \\ \hat{X}_2^p(Z) = \frac{\delta_{(z_2+h_2)}^2 \cdot \delta_z^2(2)}{\delta_{(z_2+h_2)}^2 + \delta_z^2(2)} \left( \frac{Z_2+h_2}{\delta_{(z_2+h_2)}^2} + \frac{Z(2)+h_2}{\delta_z^2(2)} \right) \end{cases}, \text{方差为} \begin{cases} \delta_{2p}^2(X) = \left( \frac{1}{\delta_{x_2}^2} + \frac{1}{\delta_x^2(2)} \right)^{-1} \\ \delta_{2p}^2(Y) = \left( \frac{1}{\delta_{y_2}^2} + \frac{1}{\delta_y^2(2)} \right)^{-1} \\ \delta_{2p}^2(Z) = \left( \frac{1}{\delta_{(z_2+h_2)}^2} + \frac{1}{\delta_z^2(2)} \right)^{-1} \end{cases} \quad (14)$$

上式中,  $\hat{X}_2^p$  表示有两部雷达进行测量时的融合值,  $X_2$  表示雷达站 1 的观测在雷达站 2 坐标系下的转换数据,  $X(2)$  表示雷达站 2 的直角坐标系测量数据,  $\delta_{2p}^2$  表示融合估计后的误差方差。

当有多个雷达站进行观测时,可用下式进行递归计算,重复使用。

$$\hat{X}_3^p = \hat{X}_2^p + \frac{\delta_{x_2p}^2}{\delta_{x_2p}^2 + \delta_{x_3p}^2} (X_3^p - \hat{X}_2^p) \quad (15)$$

### 3.2 误差估计及解决

除以上的情况外,其可能的误差来源还有,雷达站的校准误差,各传感器在自己的参考坐标系中所测方位角、高低角和距离的偏差等。对测量偏差,在不考虑测量噪声的情况下,运用最小二乘法则能对传感器的偏差进行很好的估计<sup>[4]</sup>。在时钟同步的情况下<sup>[5]</sup>,可采用目标的非线性转换坐标机动模型,用扩展的卡尔曼滤波算法,能准确的估计出分布式传感器系统中,多个三坐标雷达相对于公共参考坐标系的位置、方位误差。此外,对多变的传感器偏差,采用神经网络和知识库以及智能计算相结合的方法来适应偏差变化以解决配准的不足也是一种可能的途径<sup>[6]</sup>。

#### 参考文献:

- [1] 熊 介. 椭圆大地测量学[M]. 北京:解放军出版社. 1988.
- [2] 华中和. 雷达网信息处理(上)[M]. 武汉:空军雷达学院. 1992.
- [3] 菲利那 A,斯塔德 F A. 雷达数据处理(第一卷)[M]. 北京:国防工业出版社. 1988.
- [4] Zhou Yifeng, Henry L, martin B. Sensor alignment with Earth - centered Earth - fixed coordinate system[J]. IEEE Trans on AES, 1999, 35(2): 410 ~ 416.
- [5] Nassib Nabba, Robert H, Bishop. Solution to a multisensor Tracking problem with sensor registration errors[J]. IEEE Trans on AES, 1999, 35(1): 354 ~ 363.
- [6] 贺席兵,李 敬,敬忠良. 多传感器中传感器配准技术发展综述[J]. 空军工程大学学报, 2001, 2(2), 11 ~ 13.

(编辑:田新华)

## The Coordinate Transformation Based on Longitude - Latitude and its Application in Air - defense C<sup>3</sup>I System

LIU Jin - mang, ZHANG Xiao - gang

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

**Abstract:** Coordinate transformation (C - T) is an important link in the formation processing of air - defense C<sup>3</sup>I. The transformation from spherical surface coordinate of radar's station to right - angle coordinates of the command center is fulfilled through the earth - centered coordinates, which makes the conversion to the location directly, overcomes the error maybe produced from the processing of C - T. The detailed derivation process and transformation method are given out. Considering the effects of the curvature of the earth's surface, the analysis and compensation for the errors are carried through and several methods for the error estimating are brought out.

**Key words:** coordinate transformation; Earth - Centered coordinate; air - defense C<sup>3</sup>I