战斗部破片动态飞散区的变换

鲁卫红, 李彦彬

(空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800)

摘 要:为提高导弹战斗部破片动态飞散区破片密度计算精度,对文献[1]的破片动态飞散密度计 算模型进行了分析。认为文献[1]提出的战斗部破片相对目标的动态飞散密度与战斗部破片相对 地面(或空气)的动态飞散密度计算变换关系式有误。提出了对文献[1]所建模型的修正。通过仿 真计算,证明修正后的模型与实际一致,克服了原模型的误差。

关键词:战斗部;动态飞散区;破片密度

中图分类号:TJ760.3⁺1 文献标识码:A 文章编号:1009-3516(2001)05-0068-05

文献[1]提出的动态飞散区1和动态飞散区2的定义:

动态飞散区 1 定义为战斗部破片相对地面(或空气)的飞散区。动态飞散区 1 中某点 (r_1, ω_1, ϕ_1) 处垂 直于破片速度 V_a 的截面 dS₁ 的破片数为 dN₁,则动态飞散区 1 的破片密度为

$$F_{1}(r_{1},\omega_{1},\phi_{1}) = \frac{1}{N} \frac{\mathrm{d}N_{1}}{\mathrm{d}S_{1}}$$
(1)

动态飞散区 2 定义为战斗部破片相对目标的飞散区。设通过动态飞散区 2 中某点 (r_2, ω_2, ϕ_2) 处垂直于 破片相对速度 \vec{V} , 的截面 dS₂ 的破片数为 dN₂,则动态飞散区 1 的破片密度为

$$F_{2}(r_{2},\omega_{2},\phi_{2}) = \frac{1}{N} \frac{dN_{2}}{dS_{2}}$$
(2)

按上述定义,文献[1]认为动态飞散区1与动态飞散区2转换关系式为

$$F_2(r_2,\omega_2,\phi_2) = F_1(r_1,\omega_1,\phi_1)/\cos\theta$$

$$\cos\theta = E_1 \cdot E_2 = \frac{V_g \cdot V_r}{|V_g| |V_r|}$$
(3)

式中, V_g 为破片相对地面的速度。 V_r 为破片相对目标的速度。 E_1 为 V_g 的单位方向矢量, E_2 为 V_r 的单位 方向矢量。(r_2, ω_2, ϕ_2)可由(r_1, ω_1, ϕ_1)确定。

经过分析,本文认为转换关系式(3)应修正为下式

$$F_{2}(r_{2},\omega_{2},\phi_{2}) = F_{1}(r_{1},\omega_{1},\phi_{1}) \left| \frac{E_{1} \cdot N}{E_{2} \cdot N} \right|$$
(4)

其中, E_1 为 V_g 的单位方向矢量, E_2 为 V_r 的单位方向矢量,N为破片飞散曲面 $r_1(\omega_1,\phi_1)$ 在点 (r_1,ω_1,ϕ_1) 处法线单位矢量。下文是(4)式及N的计算公式的推导。

1 公式推导

在图 1 所示原点在导弹战斗部炸点的导弹坐标系 $OX_M Y_M Z_M$ 中分析战斗部破片初速度。考虑导弹飞行 速度 \overline{V}_M ,战斗部破片初速度 $V_{g0} = V_0(\varphi) + V_M$

设 V_{g0} 在 OX_{M} 轴投影记为 V_{g0x} ,在 $OY_{M}Z_{M}$ 平面投影为 V_{ρ} ,则

收稿日期:2000-12-07

基金项目:中国工程物理研究院院外科研预研基金资助项目(96030415)

作者简介:鲁卫红(1968-),男,河北安平人,副教授,硕士,主要从事雷达信号处理及导弹引战配合研究.

$$V_{g0} = \sqrt{V_{g0x}^2 + V_{\rho}^2}$$
 (5)

$$\cot\phi_1 = \frac{V_{g0x}}{V_{\rho}}, (0 < \phi_1 < \pi)$$
 (6)

$$V_{g0x} = V_{Mx} + V_0(\varphi)\cos\varphi \qquad (7)$$

$$V_{\rho} = V_{M_{v}} \cos \omega_{1} + V_{M_{z}} \sin \omega_{1} +$$

 $\sqrt{V_0^2(\varphi)\sin^2\varphi - (V_{M_z}\cos\omega_1 - V_{M_y}\sin\omega_1)^2}$ (8) 式中, V_{M_x} , V_{M_y} , V_{M_z} 为导弹速度 V_M 三个正交分量。 V_0 (φ)为静态飞散方向角 φ 方向的破片初速度。点(r_1 , ω_1 , ϕ_1)处的破片速度大小

$$V_{g} = V_{g0}e^{-K_{H}r_{1}} = \frac{V_{g0x}}{\cos\phi_{1}}e^{-K_{H}r_{1}}$$
(9)

 V_{g} 的单位方向矢量

$$\boldsymbol{E}_{1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{1x} \\ \boldsymbol{E}_{1y} \\ \boldsymbol{E}_{1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{1} \\ \sin \phi_{1} \cos \omega_{1} \\ \sin \phi_{1} \sin \omega_{1} \end{bmatrix}$$
(10)

在目标观察系,原地面观察的动态飞散区1中点 (r_1,ω_1,ϕ_1) 沿目标速度相反方向移到动态飞散区2中 (r_2,ω_2,ϕ_2) 点处。 (r_2,ω_2,ϕ_2) 与 (r_1,ω_1,ϕ_1) 坐标关系式为

$$r_{2} = \sqrt{x^{2} + y^{2} + z^{2}}$$

$$x = r_{1}\cos\phi_{1} - V_{Tx}t$$

$$\omega_{2} = \tan^{-1}\frac{z}{y}$$

$$y = r_{1}\sin\phi_{1}\cos\omega_{1} - V_{Ty}t$$

$$(11)$$

$$\phi_{2} = \cos^{-1}\frac{x}{r_{2}}$$

$$z = r_{1}\sin\phi_{1}\sin\omega_{1} - V_{Tz}t$$

式中, V_{T_x} , V_{T_y} , V_{T_z} 为目标速度 V_T 三个正交分量;t为破片飞行时间^[2]

$$t = \frac{\cos\phi_1(e^{-K_H r_1} - 1)}{V_{g0x}K_H}$$
(12)

式中,K_H为空气阻力引起的破片速度衰减系数。

动态飞散区 2 中破片速度

$$V_{r}(r_{2},\omega_{2},\phi_{2}) = V_{g}(r_{1},\omega_{1},\phi_{1}) - V_{T}$$
(13)

V, 的三个正交分量为

$$\begin{bmatrix} V_{rx} \\ V_{ry} \\ V_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{g}\cos\phi_{1} - V_{Tx} \\ V_{g}\sin\phi_{1}\cos\omega_{1} - V_{Ty} \\ V_{g}\sin\phi_{1}\sin\omega_{1} - V_{Tz} \end{bmatrix}$$
(14)

V, 的单位方向矢量为

$$E_{2} = \begin{bmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \\ E_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{xx} / \sqrt{V_{xx}^{2} + V_{yy}^{2} + V_{xz}^{2}} \\ V_{y} / \sqrt{V_{xx}^{2} + V_{yy}^{2} + V_{xz}^{2}} \\ V_{xy} / \sqrt{V_{xx}^{2} + V_{yy}^{2} + V_{xz}^{2}} \end{bmatrix}$$
(15)

由于动态飞散区 1 中点 $O_1(r_1, \omega_1, \phi_1)$ 与动态飞散区 2 中 $O_2(r_2, \omega_2, \phi_2)$ 点是物理上同一点,只是在地面、目标两个不同观察系处于弹体坐标系的不同位置。换言之,在地面观察当破片通过动态飞散区 1 的 $O_1(r_1, \omega_1, \phi_1)$ 点时,在目标观察破片通过动态飞散区 2 的 $O_2(r_2, \omega_2, \phi_2)$ 点。而且,在地面观察系破片飞散形成的破片曲面 $r_1(\omega_1, \phi_1)$ 在点 (r_1, ω_1, ϕ_1) 处的法线单位矢量与目标观察系破片飞散形成的破片曲面 $r_2(\omega_2, \omega_2)$



图1 在导弹坐标系中破片初速度·V_g与破片 静态初速度 V_g、导弹飞行速度 V_u关系示意图 在地面观察,设破片曲面 $r_1(\omega_1,\phi_1)$ 在 $O_1(r_1,\omega_1,\phi_1)$ 点处存在一面积微元 ΔS , ΔS 内所含破片数为 ΔN ,则按动态飞散区 1 破片密度定义,可得

$$F_1(r_1, \omega_1, \phi_1) = \frac{1}{N} \frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}S_1} = \frac{1}{N} \frac{\Delta N}{\Delta S \mid E_1 \cdot N \mid}$$
(16)

同理,在目标观察,破片曲面 $r_2(\omega_2,\phi_2)$ 在 (r_2,ω_2,ϕ_2) 点面积微元仍为 ΔS , ΔS 内所含破片数为 ΔN 不变,则按动态飞散区 2 破片密度定义,可得

$$F_2(r_2, \omega_2, \phi_2) = \frac{1}{N} \frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}S_2} = \frac{1}{N} \frac{\Delta N}{\Delta S \mid E_2 \cdot N \mid}$$
(17)

综合(16)、(17)式,可得

$$F_{2}(r_{2},\omega_{2},\phi_{2}) = F_{1}(r_{1},\omega_{1},\phi_{1}) \left| \frac{E_{1} \cdot N}{E_{2} \cdot N} \right|$$
(18)

下面给出 N 计算式^[3]

$$N = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = \frac{\partial r_1}{\partial \omega_1} \cos\phi_1$$

$$a_2 = \frac{\partial r_1}{\partial \omega_1} \sin\phi_1 \cos\omega_1 - r_1 \sin\phi_1 \sin\omega_1$$

$$a_3 = \frac{\partial r_1}{\partial \omega_1} \sin\phi_1 \sin\omega_1 + r_1 \sin\phi_1 \cos\omega_1$$

$$b_1 = \frac{\partial r_1}{\partial \phi_1} \cos\phi_1 - r_1 \sin\phi_1$$

$$b_2 = \frac{\partial r_1}{\partial \phi_1} \sin\phi_1 \cos\omega_1 + r_1 \cos\phi_1 \cos\omega_1$$

$$b_3 = \frac{\partial r_1}{\partial \phi_1} \sin\phi_1 \sin\omega_1 + r_1 \cos\phi_1 \sin\omega_1$$

$$d_4 = \frac{\partial r_1}{\partial \phi_1} \sin\phi_1 \sin\omega_1 + r_1 \cos\phi_1 \sin\omega_1$$



图 2 在地面观察时破片曲面 r₁(ω₁,φ₁)与在目标观察时破片曲面 r₂(ω₂,φ₂)对应关系示意图

由式(9)、(12)式可得

$$r_{1} = \frac{\ln(K_{\rm H}V_{g0}t + 1)}{K_{\rm H}}$$
(20)

所以

$$\frac{\partial r_1}{\partial \omega_1} = \frac{\partial r_1}{\partial V_{g0}} \cdot \frac{\partial V_{g0}}{\partial \omega_1}$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial \phi_1} = \frac{\partial r_1}{\partial V_{g0}} \cdot \frac{\partial V_{g0}}{\partial \phi_1}$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial V_{g0}} = \frac{t}{K_H V_{g0} t + 1}$$
(21)

$$\frac{\partial V_{g0}}{\partial \omega_{1}} = \frac{V_{g0x} \cdot \frac{\partial V_{g0x}}{\partial \omega_{1}} + V_{\rho} \cdot \frac{\partial V_{\rho}}{\partial \omega_{1}}}{V_{g0}}$$

$$\frac{\partial V_{g0}}{\partial \phi_{1}} = \frac{V_{g0x} \cdot \frac{\partial V_{g0x}}{\partial \phi_{1}} + V_{\rho} \cdot \frac{\partial V_{\rho}}{\partial \phi_{1}}}{V_{g0}}$$
(22)

由式(7)~(10),可得

$$\frac{\partial V_{\rho}}{\partial \omega_{1}} \doteq A + \frac{B \frac{\partial \varphi}{\partial \omega_{1}} + AC}{D}$$
$$\frac{\partial V_{\rho}}{\partial \phi_{1}} = \frac{B \frac{\partial \varphi}{D \partial \phi_{1}}}{\frac{\partial V_{g0x}}{\partial \omega_{1}}} = E \frac{\partial \varphi}{\partial \omega_{1}}$$
$$\frac{\partial V_{g0x}}{\partial \phi_{1}} = E \frac{\partial \varphi}{\partial \phi_{1}}$$
$$\frac{\partial \varphi}{\partial \phi_{1}} = \frac{A \cdot D + A \cdot C}{D \cdot E \cdot \tan \phi_{1} - B}$$

2...

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \phi_1} = \frac{D \cdot V_{\rho}}{\sin^2 \phi_1 \left(B \cdot \cot \phi_1 - D \cdot E \right)}$$

$$A = V_{Mz} \cos \omega_1 - V_{My} \sin \omega_1$$

$$B = V_0^2(\varphi) \sin \varphi \cos \varphi + V_0(\varphi) V_0(\varphi) \sin^2 \varphi \qquad (23)$$

$$C = V_{Mz} \sin \omega_1 + V_{My} \cos \omega_1$$

$$D = \sqrt{V_0^2(\varphi) \sin^2 \varphi - A^2}$$

$$E = V_0'(\varphi) \cos \varphi - V_0(\varphi) \sin \varphi$$

 $V_0(\varphi)$ 是 $V_0(\varphi)$ 关于 φ 的导数。

2 计算举例

例一:假设在导弹坐标系中战斗部静态飞散角 φ =75°~105°,破片初速 $V_0(\varphi)$ =2000 m/s,破片密度 $F_0(\varphi)$ =38200 片/弧度。导弹速度 $V_{\rm M}$ =[1000,0,0]^T m/s。目标(飞机)速度 V_T =[-400,0,0,0]^T m/s。 $K_{\rm H}$ =0.03。在 ω_2 =0°平面内,取D= r_2 sim ϕ_2 =10~50 m,H= r_2 cos ϕ_2 =10~50 m 的区域进行计算。

利用文献[1]的模型计算得到战斗部破片相对目标的动态飞散密度结果如图 3(a) 所示。利用本文的 模型,计算得到战斗部破片相对目标的动态飞散密度结果如图 3(b) 所示。

例二:破片初速 $V_0(\varphi) = 2 000 \cos^2 \varphi - 90^{\circ} \text{m/s}$,其它同例一。

利用文献[1]的模型计算得到战斗部破片相对目标的动态飞散密度结果如图 4(a)所示。利用本文的 模型,计算得到战斗部破片相对目标的动态飞散密度结果如图 4(b)所示。



图 3(a) 文献[1] 计算的动态飞散密度

图 3(b)本文计算的动态飞散密度

结果分析:

1)当战斗部静态飞散角范围内破片初速近似为常数时,则文献[1]和本文的结果是接近的。文献[1]的 误差不大。之所以这样,是因为当战斗部静态飞散角范围内破片初速近似为常数时,破片曲面上各点的 *N* 和 *E*₁ 方向接近,式(3)和式(4)差别小。

2)当战斗部静态飞散角范围内破片初速分布不均,如例二,中央速度大,两侧速度小时,则文献[1]和本 文的结果出现较大的差异。经计算获知,当战斗部静态飞散角范围增大后,文献[1]和本文的结果差异会更 大。之所以这样,是因为当战斗部静态飞散角范围内破片初速分布不均,破片曲面上各点的 N 和 E,方向不 再接近,特别是动态飞散区的边缘附近,使得式(3)和式(4)计算结果差别较大。



3 结论

文献[1]建立的模型有错误,影响破片动态飞散密度计算精度。当战斗部静态飞散角范围内破片初速 近似为常数时,影响比较小;当战斗部静态飞散角范围内破片初速分布不均,战斗部静态飞散角范围增大后, 影响比较大。本文的修正模型克服了文献[1]的模型的缺陷。仿真计算证明本文的模型与实际一致。

参考文献:

[1]何广军,万少松,高福利.防空导弹战斗部破片飞散特性分析[J].空军工程大学学报,2000,(4):17-20. [2]鲁卫红.防空导弹定向战斗部与毁伤研究报告[R].西安:空军导弹学院,1998. [3]《简明数学手册》编写组.简明数学手册[M].上海:上海教育出版社,1979.

Transformations of the Dynamic Scattering Section of Warhead Flinders

LU Wei - hong, LI Yan - bin

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800 China)

Abstract: In order to increase the calculating precision of the dynamic scattering density of warhead flinders, this paper analyzes the calculating model of the literature [1] associated with the dynamic scattering density of Warhead flinders, and locates the errors in the transformation formula between the dynamic scattering density of Warhead flinders in relation to the target and the dynamic scattering density of Warhead flinders in relation to the ground (or the air). It rectifies the errors of literature [1]. The simulation examples show that the model is true.

Key words: warhead; dynamic scattering section; flinders density.