第2卷第2期 空军工程大学学报(自然科学版) Vol.2 No.2
2001年4月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION) Apr.2001

论基于概率模型的结构可靠性优化设计

郭书祥[1]， 吕震宙[2]， 李为吉[2]， 冯元生[2]
(1.空军工程大学 工程学院，陕西 西安 710038;2.西北工业大学 飞机工程系，陕西 西安 710072)

摘 要:结构优化设计的目标是实现可能的最优设计。而结构设计受控于材料特性、几何参数、作用载荷及失效条件等诸多因素。这些因素通常存在不可避免的不确定性。为了实现安全性和经济性之间的协调和平衡,能合理处理各种不确定性的结构可靠性方法和先进的优化设计技术的结合成为人们的一种自然的选择。基于可靠性的结构优化设计,可在结构安全性和经济性之间达到最佳平衡。因而成为设计者所追求的最高目标。文中简要介绍和论述基于概率可靠性的结构优化设计技术的主要内容、方法及其相关问题的研究概况。

关键词:概率模型;优化设计;结构可靠性
中图分类号:TB114.3; O224 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)02-0067-04

做为一种先进的、高效的工程设计方法,结构优化技术已成为结构设计的有力工具。在传统的结构优化设计中,结构所处的载荷环境、结构参数及失效模式、设计要求、优化的目标函数、约束条件和设计变量等均被处理为确定性的。其设计思想是基于传统的安全因子法。即通过人为假设的安全因子考虑影响结构性能的所有不确定性。这在一定程度上简化了结构的设计和计算过程,降低了计算工作量。但随着结构可靠性技术的发展,人们逐渐认识到,在很多情况下,由于不确定性的考虑不合理,为追求重量最轻或费用最小的优化目标,确定性的结构优化设计得出的结构余度更小,失效模式增多。因而比未经优化的结构具有更高的失效概率。这一点已为有关的实验研究[1]所证实。结构的设计需要合理地定量计入各种影响结构性能的不确定性,需要在安全性和经济性之间进行协调和平衡。为此,能合理处理各种不确定性的结构可靠性理论和优化技术的结合成为人们的一种自然的选择。采用基于可靠性的结构优化设计技术,可在安全性和经济性之间达到最佳平衡,因而成为设计者所追求的更高层次的目标。

1 结构优化设计的基本类型

根据设计变量的种类,结构优化问题一般可分为如下五个层次:

1)截面尺寸优化。设计变量为元件截面尺寸,如杆、梁、柱等的横截面尺寸,板、壳的厚度等。

2)形状和几何优化。尺寸、形状设计变量,在固定的拓朴结构形式下进行结构的边界或交界面的形状或结点坐标的优化。如扭杆或梁的横截面形状,三维结构的交界面形状,梁、拱、壳等结构元件的中心线或中心面形状,框架结构的结点,连续梁的跨度等。

3)拓扑优化。尺寸、形状、构形等设计变量。涉及结构中元件和结点的数量、空间次序及相互联结等。如桁架和框架中元件及结点的数目、桥跨的数目等。

4)材料优化。涉及材料机械性能的选取。通常为离散的。在复合材料及其结构的设计中也可为连续的。

5)选型及总体优化。涉及最佳结构型式的选取及最优布局,如桁架、框架或板壳等结构型式的选取。其中,结构类型、拓扑参数、材料参数、结构形状及元件尺寸等均被同时作为设计变量,是一种较高层次上的

收稿日期:2000-09-13
基金项目:国家自然科学基金资助项目(59575040;59775032)
作者简介:郭书祥(1964-),男,陕西商州市人,讲师,博士生,主要从事结构可靠性分析和设计研究.

优化。

目前,基于可靠性的结构优化设计,大多数工作涉及的设计变量属第一、二两个层次,部分工作涉及到第三个层次。对高层次的优化问题,因其复杂性,确定性问题的优化还处于研究发展之中,基于可靠性的优化还未涉及到这些领域。

2 可靠性优化的模型结构

基于可靠性的结构优化模型一般由可靠性分析模型和优化计算模型组成。而可靠性模型涉及结构响应计算(结构分析)和结构可靠性估计,包括由结构分析模型计算结构的响应参数,用以估计极限状态函数及其对基本参量的梯度。可靠性估计涉及随机参量的描述、失效水平的定义、失效模式的枚举及可靠性指标的估计等。优化计算模型包括引入优化变量、建立目标函数及约束中可靠性指标的要求描述、优化问题的迭代求解等。总的可靠性优化计算模型还包括目标函数及优化变量的敏度计算及约束计算等。

在基于可靠性的结构优化中,通常以结构的重量作为目标函数。以与结构的可能失效模式相关联的可靠性要求为约束。也可以与结构的初始造价、维护费用及失效损失等有关的总的期望价值作为目标函数。此时,可在设计中较全面地考虑结构全寿命期的总期望价值,并进行最优检修和维护决策。

若设 $z=(z_1,\cdots,z_n)$ 为 n 个优化设计变量,$\boldsymbol{\alpha}$ 为随机变量向量,$\boldsymbol{b}$ 为状态变量向量(如结点位移、应力等)。约束涉及单失效模式或元件失效,则元件级的可靠性优化问题一般可描述为

$$\left.\begin{array}{l} \min\ W(z)\ 或\ C_T(z) \\ \text{s.t.}\ P_r[G_i(z,\boldsymbol{b},\boldsymbol{\alpha})\leqslant 0]\leqslant p_i\ 或\ \beta_i(z)\geqslant\beta_i^{\min}\quad(i=1,\cdots,m) \\ B_j(z,\boldsymbol{b},\boldsymbol{\alpha})\geqslant 0\quad(j=1,2,\cdots,l) \\ z_k^l\leqslant z_k\leqslant z_k^u\quad(k=1,\cdots,n) \end{array}\right\}\tag{1}$$

式中,$W(z)$或 $C_T(z)$为目标函数,$G(\cdot)$为功能函数。β_i 和 $P_r(\cdot)$为元件 i 或失效模式 i 的可靠性指标和失效概率。$\beta_i^{\min}$ 或 p_i 为相应可接受的最低或最大限。

结构体系的可靠性优化问题可描述为

$$\left.\begin{array}{l} \min\ W(z)\ 或\ G_T(z) \\ \text{s.t.}\ P_r\{\bigcup_{i=1}^{m}[G_i(z,\boldsymbol{b},\boldsymbol{\alpha})\leqslant 0]\}\leqslant p_s\ 或\ \beta_s(z)\geqslant\beta_s^{\min} \\ B_j(z,\boldsymbol{b},\boldsymbol{\alpha})\geqslant 0\quad(j=1,\cdots,l) \\ z_k^l\leqslant z_k\leqslant z_k^u\quad(k=1,\cdots,n) \end{array}\right\}\tag{2}$$

式中,β_s 为体系的可靠性指标,$\beta_s^{\min}$ 为相应的最小容限,p_s 为相应的失效概率容限。

式(1)、(2)与传统的结构优化的主要区别在于:传统的结构优化中,约束常为应力、位移、固有频率等。但在可靠性优化中,为元件或体系的可靠性。对同一优化问题,约束中可能同时含有元件级和体系的可靠性要求。此时的优化公式为(1)、(2)的综合。

3 结构的可靠性计算

结构的失效概率可用基本参数向量 $\boldsymbol{X}$ 属于失效域的概率表征。可归结为一多维积分。其求解一般可用数值仿真法,或用简单的表面形状近似失效域的边界,利用一阶或二阶可靠性方法(FORM/SORM)求解。以 Monte Carlo(MC)法为基础的各类数值仿真法在结构的可靠性分析中一直起着很重要的作用。直接 MC 法是按照基本随机变量的概率密度函数抽取样本,并代入功能函数进行统计试验而求解。对大规模的数值仿真,计算量很大,并不实用。重要抽样法、方向模拟法、分层抽样法等是在此基础上发展起来的一些更为有效的仿真方法。其中的自适应重要抽样法常被用于可靠性优化中的可靠性计算。通常,先进的仿真方法结合响应面法被认为是最有效的可靠性分析途径之一。但应指出,在可靠性优化中,需多次重复估算结构体系的可靠性,并进行敏度计算。基于仿真可靠性计算的优化设计通常计算量很大,对大型结构似不实用。

FORM/SORM 为近似的解析概率算法。其中,将基本变量 $\boldsymbol{X}$ 空间变换为由独立标准正态变量组成的 $\boldsymbol{u}$ 空间。极限状态曲面(或失效面)$g(\boldsymbol{X})=0$ 变为 $G(\boldsymbol{u})=0$,再确定 $\boldsymbol{u}$ 空间的设计点(β 点),并将 $G(\boldsymbol{u})=0$ 用

一过设计点与其相切的超平面或二次超曲面近似。结构的可靠性指标 β 为标准化正态空间中从坐标原点到失效面的最短距离。即

$$\left.\begin{aligned} \beta &= \min \frac{1}{2}\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} \\ \text{s.t. } & g(T(\boldsymbol{u})) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

由于 FORM/SORM 易于提供一些优化算法中所必须的敏度信息,是可靠性优化设计中最常用的可靠性分析方法。

结构体系的可靠性分析,一般涉及结构主要失效模式的枚举,各单失效模式的可靠性计算和体系的可靠性估算。体系的可靠性主要由发生概率相对很高的少量主要失效模式决定。所以,主失效模式的枚举是结构体系可靠性分析中的关键问题之一。较常用的方法有 β-展开法、分枝-限界法、工程准则和优化准则法等。分枝-限界法是通过分枝,找出全部失效模式的失效路径,再通过限界处理舍弃其中对体系可靠性贡献很小的次要失效模式,仅保留主失效模式所对应的失效路径。此法对冗余度较低的结构系统很有效,是中、小规模结构可靠性优化的常用方法之一。准则法是用增量载荷法确定体系的强度,用元件的承力比或承力比的变化率确定主要失效模式。由于优化准则法的计算量小、效率高,也是可靠性优化的常用算法之一。

4 可靠性优化中的优化算法

式(1)、(2)所表示的可靠性优化问题,在用常用方法 FORM/SORM 进行可靠性计算时,通常为两级优化。在上一级为设计变量 z 的优化,低一级为可靠性计算时在标准正态变量空间求可靠性指标的优化。此两级优化是分离的。在进行可靠性计算时,是对固定的 z^i 值进行。在上一级迭代计算 z^{i+1} 的新值时,是对固定的 β 点。低一级求解可靠性指标的优化问题中,约束函数为结构的功能函数,可为线性或非线性的。其求解可用一般的线性或非线性优化方法。有关研究表明[2],梯度向量法、拉格朗日乘子法、序列二次规划法、HL-RF 法等对结构的有限元可靠性分析是适用的。对非线性的有限元可靠性分析,序列二次规划法和改进的 HL-RF 法更为有效。

对上一级的优化来说,由于式(1)、(2)中的可靠性约束为非线性的,原则上,可用一般的非线性优化算法求解。相应确定性优化计算中的所有有效算法,原则上可用于可靠性优化计算。但同确定性优化问题的求解一样,对一些具体问题,各种方法的效率和有效性差异很大。粗略地讲,适用于非线性约束的优化解法可分为直接解法和间接解法两大类。直接法处理一般约束广泛应用于结构优化。如罚函数法、序列线性规划法、序列二次规划法、梯度法、拉格朗日法及可行方向法等。这些方法对小规模的结构优化问题比较适用。有些方法可改进、推广用于大型复杂结构的优化。在优化算法中,基于序列二次规划的算法通常被认为是最为有效和可行的方法。间接解法包括把问题分解成若干子结构(或子系统)。每一子系统有其自己的目标函数和约束。各子系统在低层次上对系统起控制作用,并由系统在高层次上控制,此类方法主要涉及子结构间的信息流程及问题的协调以实现整体目标。应该指出,优化一个子问题而不考虑和其它子问题间的相互作用将导致非优解。著名的间接方法有模型协调法、目标协调法、线性分解法等,各法用于结构的可靠性优化设计已有一些理论研究。

在可靠性优化中,在得到最优设计前,需要多次重复计算元件或体系的可靠性。且一些有效的非线性优化算法需要一阶信息,必须计算可靠度或可靠性指标的敏度或梯度,其整个计算量较大。因此,可靠性计算及优化算法的选择很重要。一些有效的近似方法的研究受到重视[3-4],这些近似方法通过结构响应的表达、功能函数的构造及可靠性计算等方面的近似和简化处理,使原来复杂的优化计算在计算量上可以被接受,并可用于复杂结构的优化。高效、快速的敏度分析方法对提高整个优化计算的效率和速度也起着重要作用。Enovoldsen[5]等提出用半解析算法进行有限元或随机有限元可靠性优化中可靠性指标或功能函数的敏度分析,可比普通的微分算法效率更高。

5 结束语

结构的可靠性优化问题,一般涉及结构分析、设计敏度分析、可靠性分析及迭代优化计算等。其计算量很大。在实际应用中还涉及以下问题:

1)复杂结构的分析必须用有效的数值计算方法。如有限元或随机有限元方法等。此时,表达功能函数的结构响应不能表达为基本随机变量和设计变量的封闭形式。且设计计算过程中,结构计算的数值模型有时需要不断改变(如形状优化中的有限元模型),以适应迭代过程中结构的变化;

2)一般需同时考虑元件级和系统级两个层次的可靠性要求;

3)随机的设计变量可有不同的分布型式。

在优化中还需考虑设计变量间可能的统计相关。这些问题都更增加了结构可靠性优化的计算量和难度。目前,结构的可靠性优化设计的广泛应用仍受到限制的主要障碍在于计算量大、计算效率低。因此,对复杂结构问题,开发速度快、精度高和有效实用的算法是非常必要的。另外,由于非概率可靠性方法[6]对原始数据的要求低,运算量小,将其用于结构的可靠性优化设计,其计算工作量将远小于概率可靠性方法。因此,是一条可能的发展途径。

参考文献:

[1] Maglaras G, Ponslet E, Haftka P T, et al. Analytical and expenmental companson of probabilistic and deterministic optimization [J]. AIAA Journal, 1996, 34(7): 1512 - 1518.

[2] Liu P L, Der kiuraghian A. Optimization algorthms for structural reliability[J]. Structural Safety, 1991, 13(3): 161 - 177.

[3] Li Weiji, Yang Li. An effective optimization procedure based on structural reliability[J]. Computers & Structures, 1994, 52(5): 1061 - 1067.

[4] Sepulevda A E. Structural synthesis with reliability constraınts usıng approximation concepts[J]. AIAA Journal, 1996, 34(8): 1641 - 1643.

[5] Enevoldsen I, Sorensen J D. Reliability-based optimization in structural engıneering[J]. Structural Safety, 1994, 15(3): 169 - 196.

[6] 郭书祥,冯元生,吕震宙. 随机有限元方法和结构可靠性[J]. 力学进展, 2000, 30(3): 343 - 350.

Probabilistic Reliability-Based on Optimization of Structures

GUO Shu-xıang[1], LU Zhen-zhou[2], LI Wei-ji[2], FENG Yuan-sheng[2]

(1. The Engineernng Institute of the Air Force Engineernng University(AFEU.), Xi'an 710038, China;

2. Aircraft Department, Northwestern Polytechnic Universıty, Xi'an 710072, China)

Abstract: Structural design ıs subject to some unavoidable uncertainties ın material and geometrical propertıes, loads, etc. To achieve the goal of harmony and balance between the structural safety and economy, the combinatıon of structural reliability theory, ın which uncertainties can be handled reasonably, and the advanced techniques for the optimization of structures becomes a natural choice of engıneers. The optimization of structures based on reliability can make an optımum balance between safety and economy, and thus became the high goal of structural desıgners. In this paper, the techniques of probabilistic reliability-based on structural optimization are briefly revıewed ın contents, methods and its relative theorıes. Some existing problems are discussed.

Key words: probabilistic model; structural optimization; structural reliability