第 2 卷第 1 期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol. 2 No. 1
2001 年 2 月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Feb. 2001

二次型稳定 H∞鲁棒飞行控制

陈 恒[1,2]， 张玉琢[1]， 朱战霞[1]
(1. 西北工业大学 无人机研究所，陕西 西安 710072；2. 空军工程大学 工程学院，陕西 西安 710038)

摘 要：建立飞行/推力数学模型时，总存在着因不确定性而导致建模误差。实际中，有一类不确定性不改变对象模型的动态阶数，并可用参数摄动来描述。本文将二次型稳定性概念应用于飞行/推力控制系统，用 H∞控制理论设计的控制系统能很好地解决这类参数不确定的鲁棒控制问题，进行了数字仿真，结果表明 H∞飞行控制系统有较好的鲁棒性，能够满足对飞行控制系统的鲁棒稳定性的要求。

关键词：二次型稳定性；H∞控制；飞行/推力控制；鲁棒性
中图分类号：V249.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-3516(2001)01-0019-04

飞机是一个非常复杂的对象，飞机飞行范围广，其飞机和发动机参数变化范围非常大，参数摄动对稳定性有极大的影响[1]。所以，设计飞行/推力控制系统时，不管采用什么控制方法，都必须确保所设计的飞行/推力控制系统有很强的鲁棒稳定性。H∞控制就是一种特殊的控制方法理论，用它所设计的控制系统都具有较强的鲁棒稳定性[2~3]。因而到目前为止，H∞控制已得到了广泛地应用，例如倒摆控制，飞行控制[4]，以及发动机控制[5]等等。

建立飞机飞行/推力数学模型时，总是存在建模误差。此外，模型参数中所包含各种系数、质量、转动惯量、各种气动参数及导数等的测量和计算总存在着误差，以及老化等因素都会引起不确定性，这类不确定性不改变对象模型的动态阶数，并且都可以用参数摄动来描述。

1 问题的提出

设具有参数摄动的系统描述如下

$$x = (A + \Delta A(t))x \tag{1}$$

式中，$A \in R^{n\times n}$为已知定常阵，$\Delta A(t) \in R^{n\times n}$为摄动阵且关于 t 是连续可微的。

假设参数摄动阵 $\Delta A(t)$可以描述为

$$\Delta A(t) = E\Sigma(t)F \tag{2}$$

式中，$E \in R^{n\times n}$，$F \in R^{q\times n}$是已知定常阵，$\Sigma(t) \in R^{r\times q}$为未知函数阵，并假设 $\Sigma(t)$属于如下定义的集合 Ω·

$$\Omega = \{\Sigma(t) \mid \Sigma^{T}(t) \leqslant I, \forall\, t\} \tag{3}$$

引用如下定义和定理[6]。

定义 1.1　对于式(1)系统，如果存在适当阶的正定阵 P 和标量 $\alpha > 0$，使得

$$x^{T}(t)[A^{T}P + PA]x(t) + 2x^{T}(t)\Delta A^{T}(t)Px(t) \leqslant -\alpha \| x(t) \|^{2}, \forall\, t \tag{4}$$

对于任意 $x(t)$的轨迹都成立，则称该系统是二次型稳定的(Quadratically stable)。

定理 1.1　系统式(1)是二次型稳定的充分必要条件是 A 为稳定阵，且

$$\| F(SI - A)^{-1}E \|_{\infty} \leqslant 1 \tag{5}$$

成立。

收稿日期：2000-09-22
作者简介：陈　恒(1965-)，男，江苏淮阴人，实验师，博士生，主要从事系统测试与控制理论研究.

2　H∞控制器设计

设具有参数摄动的被控对象由如下状态方程所描述

$$x = (A + \Delta A(t))x + (B + \Delta B(t))u \tag{6}$$

式中,u 为控制输入,$\Delta A(t) = E\Sigma(t)F_a$,$\Delta B = E\Sigma(t)F_b$,$\Sigma(t) \in \Omega$ 为摄动阵,并且假设摄动阵满足下述匹配条件

$$[\Delta A(t) \quad \Delta B(t)] = E\Sigma(t)[F_a \quad F_b] \tag{7}$$

式中,E,F_a,F_b 为具有适当维数的已知矩阵,$\Sigma(t)$为未知函数矩阵,且 $\Sigma(t) \in \Omega$。

对于上述被控对象,考虑设计状态反馈控制器

$$u = Kx \tag{8}$$

使得闭环系统为二次型稳定的问题。将式(8)代入式(6)得

$$\dot{x}\ [(A + BK) + (\Delta A(t) + \Delta B(t)K)]x \tag{9}$$

将式(7)代入式(9)得

$$x = [(A + BK) + E\Sigma(t)(F_a + F_bK)]x \tag{10}$$

将(10)同式(1)相比较,同样可定义上述对象的控制系统的二次型稳定性概念。

应用上述定理,可确定式(6)系统二次型稳定的充分必要条件为 $A+BK$ 为稳定阵且

$$\| (F_a + FK)(SI - A - BK)^{-1}E \| \infty \leqslant 1 \tag{11}$$

成立。

一般 H∞控制标准设计问题[7~8]

给定的增广被控对象

$$G(s) = \begin{bmatrix} A & E & B \\ F_a & 0 & F_b \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

的 H∞标准设计问题就是判断是否存在反馈控制器 K,使得闭环系统内部稳定且下式

$$(F_a + F_bK)(SI - A - BK)^{-1}E = \mathrm{LET}(G(s), K) \tag{13}$$

(LET:线性分数变换 linear fractional transformation),且

$$\| \mathrm{LFT}(G(s), K) \|_{\infty} \leqslant 1 \tag{14}$$

不等式成立。

因此,比较式(14)和式(11)可知,使系统二次型稳定的控制器的设计问题就等价于如图 1 所示的基于状态反馈的 H∞标准设计问题。

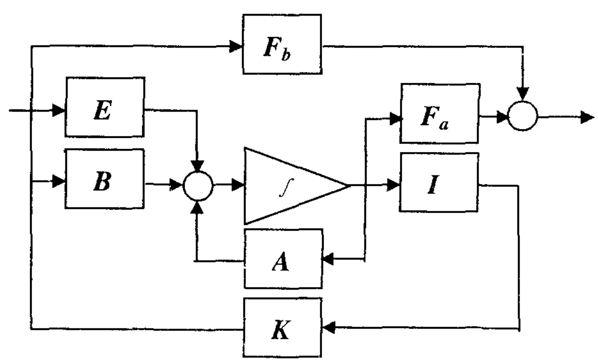

图 1　二次型稳定性与 H∞设计问题

现将定义 1.1 及定理 1.1 应用于式(6)系统可得[6]:

设 F_b 列满秩。对于被控对象式(6)存在使闭环系统是二次型稳定的状态反馈控制器式(8)的充分必要条件是 *Riccati* 不等式

$$A^{\mathrm{T}}P + PA + PEE^{\mathrm{T}P} + F_a^{\mathrm{T}}F_a - (PB + F_a^{\mathrm{T}}F_a)(F_b^{\mathrm{T}}F_b)^{-1}(B^{\mathrm{T}}P + F_b^{\mathrm{T}}F_a) < 0 \tag{15}$$

有正定解 $P>0$。若上式有解,则使闭环系统二次型稳定的 H∞控制器如下给定:

$$K = -(F_b^{\mathrm{T}}F_b)^{-1}(B^{\mathrm{T}}P + F_b^{\mathrm{T}}F_a) \tag{16}$$

3　H∞鲁棒飞行/推力控制器的设计

设被控对象(飞行/推力控制)模型如下[7]

$$\begin{aligned} x &= (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{17}$$

式中输入量为 $u=[\xi \quad \delta_p \quad \delta_e]^{\mathrm{T}}$,$\xi$ 为综合变量,δ_p 为发动机推力,δ_e 为升降舵偏角;

状态量为 $x=[h \quad v_x \quad \alpha \quad \theta \quad q]^{\mathrm{T}}$,$h$ 为飞行高度,v_x 为飞行速度,α 为迎角,θ 为俯仰角;q 为俯仰角变化率;

输出量为 $y=[v_x \quad \theta \quad q]^{\mathrm{T}}$,$v_x$ 为飞行速度,α 迎角,θ 俯仰角。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.1320 & 0 & -1.000 \\ 0 & -0.0538 & -0.1712 & 0 & 0.0705 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 \\ 0 & 0.0485 & 0 & -0.8556 & 0 \\ 0 & -0.2909 & 0 & 1.0532 & -0.6859 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.1200 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4.4190 & 0 & -1.6650 \\ 1.5750 & 0 & -0.0732 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

系统参数摄动由下列矩阵表示

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix} 0.02 & 0 & \\ 0 & 0.02 & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_a=\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_b=\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

将以上矩阵代入式(15)解方程得正定解

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix} -0.0247 & 0.0010 & -0.0140 & 0.0215 & 0.0143 \\ 0.0010 & -0.0001 & 0.0012 & -0.0003 & -0.0001 \\ -0.0140 & 0.0012 & -0.0193 & 0.0000 & -0.0016 \\ 0.0215 & -0.0003 & 0.0000 & -0.0317 & -0.0228 \\ 0.0143 & -0.0001 & -0.0016 & -0.0228 & -0.0166 \end{bmatrix}$$

根据上解 $\boldsymbol{P}$,由式(16)得满足要求的控制器为

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} -1.4693 & 0.0060 & 0.0104 & 0.7046 & 0.5079 \\ -0.0042 & -0.9997 & -0.0047 & 0.0012 & 0.0005 \\ -.1474 & -0.0020 & -1.0003 & -0.2180 & -0.1569 \end{bmatrix}$$

从图 2 可看出在有参数摄动的情况下,飞行闭环控制系统同样能迅速地回到稳定点,说明 H∞飞行控制系统有较好的鲁棒,能够满足对飞行控制系统的鲁棒稳定性的要求。

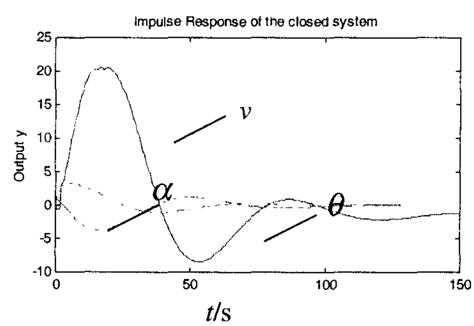

图 2　飞行控制闭环回路的脉冲响应

参考文献:

[1] Rosenbrock H H. The stability of multivariable systems[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1972, 17(1): 105 - 107.

[2] Francis B A. A course in H∞ control theory[M]. New York: Springer-verlag, 1987.

[3] Doyle J. Analysis of feedback systems with structured uncertainties[J]. IEEE Proceedings of Control Theory and Applications, 1982,

[4] Lin Cing-Fang, Yu Tie-Jun. Nonlinear H∞ Flight Control System Design for Aircraft[R]. AIAA —97—3697.

[5] 陈 恒. 涡扇发动机控制规律的研究[D]. 西安:西北工业大学,1994.

[6] 申铁龙. H∞控制理论及应用[M]. 北京:清华大学出版社,1996.

[7] Maciejowski J M. Multivarable Feedback Design[M]. Great Britain: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

[8] Glover K, Dyle J. Lecture Notes in Control and Information Siences[M]. New York: Springer-Verlag, 1989.

[9] Isidori A, Astofi A. Disturbance attenuation and H∞ control via measurement feedback in nonlinear systems[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1992, 37(9): 1283 - 1293.

Quadratically stable H∞ robust controller for the integrated flight/propulsion control system

CHEN Heng[1,2], ZHANG Yu-zhuo[1], ZHU Zhan-xia[1]

(1. The Institute for Drone, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072, China;

2. The Engineering Instute, AFEU., Xi'an 710038, China)

Abstract: Being built up, the mathematics model of the plant is always influenced by the parameters uncertainties. Whatever control theory used for the integrated flight/propulsion control, it is necessary to be sure that the flight/propulsion closed loop control system has the strong robust stability. This paper applies the H∞ theory to the flight/propulsion control system. The following questions can be covered in this paper: the quadratically stability concept mentioned in the flight/propulsion control; H∞ controller for flight/propulsion control designed; digitally simulation of the flight/propulsion control closed loop system; the satisfied conclusion to prove the system meets the robust requirements of the flight/propulsion control system.

Key words: H∞ controller; quadratically stability; flight/propulsion control; robust stable