

# 概率可靠性模型的可靠性

郭书祥, 冯立富

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**研究了机械概率可靠性设计模型的可靠性问题,通过实际计算探讨了概率特征参数和分布型式等可能出现的偏差对可靠性计算结果的影响。说明了概率可靠性模型的一些局限性和合理建模的重要性。

**关键词:**随机变量;概率分布;概率可靠性;可靠性模型

**中图分类号:**O213.2, TB114.3   **文献标识码:**A   **文章编号:**1009-3516(2000)05-0072-03

机械结构和零部件的设计,受控于材料特性、几何尺寸、作用载荷和失效条件及其它因素的不确定性。传统的方法是通过安全因子处理不确定性。其缺点已是人所共知。所以,人们更感兴趣的是采用更为合理的概率可靠性设计,其中,将不确定参量作为随机变量或随机过程,在设计中要求结构或构件不失效的概率不小于容许的最低限度。在过去的几十年中,概率可靠性方法在结构工程中得到了成功的应用,并已成为工程中处理不确定性的最常用的方法。但众所周知,概率可靠性方法是以有足够的信息为基础的。当可得到的不定参量的数据信息不足以精确定义概率模型时,主观的分布假设可导致概率计算出现较大误差。

## 1 概率可靠性模型

在机械结构或零部件的设计中,由失效准则确定的功能函数常可表为如下形式<sup>[1]</sup>

$$M = g(R, S) = R - S \quad (1)$$

式中, $R$ 、 $S$ 分别表示强度和应力(或广义强度和应力)参量。可为其它基本参量的函数。 $M < 0$ 和 $M > 0$ 分别表示结构处于失效和安全状态。假设 $R$ 、 $S$ 为随机变量,其概率密度函数分别为 $f_R(r)$ 和 $f_S(s)$ 。根据应力强度分布干涉理论,对应此功能函数的可靠度为

$$P_r = P(R > S) = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) \left[ \int_s^{\infty} f_R(r) \right] ds \quad (2)$$

此积分一般可通过数值积分法、图解法或 Monte-Carlo 模拟法求解。当 $R$ 、 $S$ 的分布为一些特定函数时,可给出其具体的解析表达。如当 $R$ 、 $S$ 均服从正态分布时,可给出失效概率为

$$P_f = 1 - \Phi(-\beta) \quad (3)$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。 $\beta$ 为可靠性指标,可表述为

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4)$$

式中, $\mu$ 和 $\sigma$ 分别表示均值和标准差。式(4)即为所谓的“联结方程”。在机械零部件的可靠性分析和设计中得到广泛应用。对一般实际工程问题,式(1)中的 $R$ 、 $S$ 常为其它基本随机变量的函数。一种常用的方法是通过基本随机变量特征参数的函数运算<sup>[2~4]</sup>,确定出所谓的综合随机变量 $R$ 和 $S$ 的统计特征,再代入联结方程进行求解。这一分析计算途径也被许多教科书和一些机械设计手册等广为采用。这里,我们以此模型为例,探讨可能出现的偏差的影响。

## 2 特征参数的影响

在概率可靠性模型中,基本随机参量的统计参数(如均值和方差)对计算结果起着决定性作用。实际问题中的统计参数需根据收集到的可靠性数据进行参数估计或分布拟合来确定。其结果一般与采样母体和样本的容量等有关,即特征参数本身也具有一定的不确定性。另一方面,由基本随机变量的统计参数和函数运算求出的综合随机变量的统计特征也必然存在偏差。现设,式(4)中的 $\mu_R=260$  MPa, $\mu_S=150$  MPa,且 $R,S$ 的变异系数均为0.08。则由式(3)、(4)可求得失效概率为 $P_f=2.28 \times 10^{-6}$ 。当 $R,S$ 的均值和标准差各有5%的偏差时,易得失效概率 $P_f$ 的上界为 $P_f^u=1.95 \times 10^{-4}$ 。是名义值的约85.5倍。和下界之间的差异则更大。显然,失效概率对描述分布的概率参数极为敏感。

## 3 分布型式的影响

先看一实例。设计一传动轴。已知所传递的扭矩 $T=10\ 000 \pm 2\ 000$  N·m,轴材料的强度为 $\tau_{-1}=230 \pm 50$  MPa。试对该轴进行可靠性设计<sup>[3]</sup>。

轴的失效为断裂破坏。若要求的可靠度 $P_r=0.999\ 999$ 时,按概率可靠性方法设计的准则为

$$P(\tau_{-1} > \tau) \geq 0.999\ 999 \quad (5)$$

其中, $\tau$ 为轴的工作剪应力。有

$$\tau = \frac{T}{W_T} \quad (6)$$

这里, $W_T$ 为轴的抗剪断面模量。

设轴的直径 $d=(\mu_d, \sigma_d)$ ,且 $\sigma_d=0.001\mu_d$ 。根据一般的概率可靠性方法,把所给变异范围作为 $3\sigma$ 界限,按随机变量的运算规则确定出 $\tau$ 的均值和标准差后,代入联结方程<sup>[3]</sup>,可解得

$$\mu_d = 71.56 \text{ mm}, \quad \sigma_d = 0.7156 \text{ mm} \quad (7)$$

圆整后,取轴的直径为

$$d = 72 \pm 2.2 \text{ mm} \quad (8)$$

这里是假设 $\tau_{-1}$ 和 $\tau$ 均服从正态分布。假若随机变量 $\tau, \tau_{-1}$ 服从的是对数正态分布,则以上所设计轴的失效概率 $P_f=1.06 \times 10^{-5}$ 。为所要求值的约10.6倍。事实上,即使所有基本变量均服从正态分布,对其进行函数运算后所得综合变量一般也不服从正态分布。且其分布一般不易确定。

## 4 结论及讨论

在机械工程中,虽然已积累了大量的数据资料,但很多参数通常是以公差的形式给出,或给出的是一范围,而并非分布特征。美国著名学者Elishakoff<sup>[5]</sup>曾把“给我分布函数。我就可以进行可靠性计算”和名言“给我一个支点,我就可以搬动地球”相提并论。虽然得到随机变量的分布函数并不象找到“搬动地球的支点”那样困难,但很多情况下,它确实是未知或不易准确预知的。尤其是“综合”随机变量。在实际工程中,这一点常被一些习惯性的分布假设所掩盖。由文中计算可看出,概率参数的不准确和主观的分布假设可能导致概率计算出现很大误差。尤其是当所要求的可靠度很高时。因此,不确定性的处理一般不可随意假设。基于有关研究,笔者认为,对一些可靠度要求很高的构件的设计,概率可靠性模型的适用性是值得研究的。原因在于:当要求的可靠度超过0.999 99时,其失效概率在 $10^{-5}$ 量级之下。如此之小的失效概率,①在数值上很难处理。因为由于模型的不准确和计算过程中造成的各种累积误差可能远远超过这一量级。②其结果很难进行实验验证。因为,即使是数值仿真试验,其抽样次数一般应不少于 $10^7$ 量级,计算量非常大,要进行实物试验验证,无论是经济上或时间上都是不可能的,即从理论讲是难以保证的。当所掌握的数据资料可完全定义概率模型时,概率可靠性方法是处理不确定性的一种较为理想的方法。概率可靠性方法在工程中已发挥的重要作用也是勿用置疑的。但任何模型都有其适用的条件和要求。模型的不准确所引起的偏差是任何好的算法都无法弥补的。计算模型应根据掌握的资料合理选取。

**参考文献:**

- [1] 孔瑞莲. 航空发动机可靠性工程[M]. 北京: 航空工业出版社, 1996.
- [2] 牟致忠. 可靠性设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
- [3] 周开勤, 唐蓉城, 杨景惠. 机械设计师实用手册[M]. 天津: 天津科技出版社, 1995.
- [4] 李良巧, 顾唯明. 机械可靠性分析与设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- [5] Elishakoff I. Essay on uncertainties in elastic and visco elastic structures; from A M Freudental's criticisms to modern covel modeling[J]. Computers & Structures, 1995, 56(2): 871 - 895.

## **Reliability of the Probabilistic Models for Mechanical Reliability**

GUO Shu-xiang, Feng Li-fu

(Engineering Institute, AFEU., Xi'an 710038, China)

**Abstract:** The reliability of the probabilistic models for mechanical reliability design is investigated. Some effects of the inaccuracy which may occur in the probabilistic parameters of characteristics and the form of distributions on the calculated results of reliability are studied through practical calculations. The limitations of the probabilistic models for mechanical reliability and the importance of the rational modeling are demonstrated.

**Key words:** random variable; probabilistic distribution; probabilistic reliability; reliability mode