RS 码在空地高速数传系统中的应用

宋　博，杜兴民，白　欣，王兴华，唐　红
（空军工程大学 工程学院，陕西 西安 710038）

摘　要：针对影响空地高速数传系统误码因素进行了分析，提出了用 RS 码来解决的方法，在阐述 RS 码编解码原理的基础上，给出了其软件实现框图，通过验证，这种方法纠随机错和突发错能力很强，使系统的容错能力和抗干扰能力有很大的改善，从而满足系统的误码率要求。

关键词：RS 码；误码率；突发错；随机错
中图分类号：TN914　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-3516(2000)05-0020-04

1　空地高速数传系统方案设计

空地高速数传系统是利用超短波频段建立无线数据传输信道，将飞机飞行参数采集系统送来的飞行参数实时传向地面指挥中心，同时也可将地面的指挥控制指令传向飞机，进行实时监控。其系统框图见图 1。

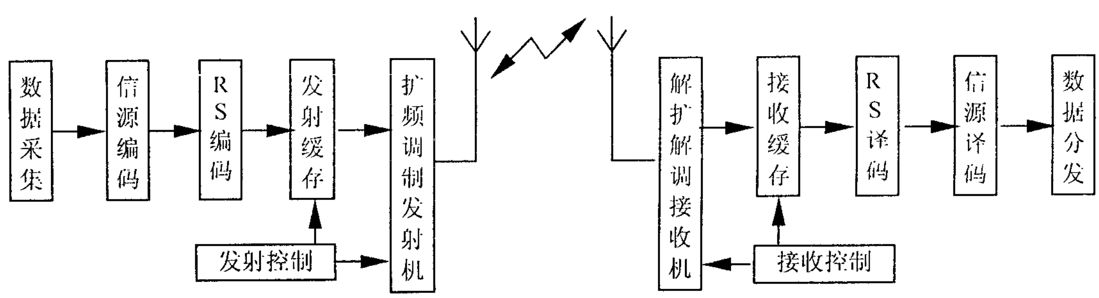

图 1　系统方框图

系统技术指标为：采用 TDMA 工作方式，每个时隙 26 ms；空中飞机数量 30 架；信息速率 128 kbit/s；在高度为 10 000 m，通信距离≥350 km 时，误码率 $P_e \leqslant 1\times10^{-6}$；

在数据传输过程中，信道会受到多种因素的影响，信道中除有随机性高斯白噪声外，还可能存在突发性干扰，特别是持续时间较长（相对于脉冲宽度）、功率较大的突发性干扰会造成成串的信息错误；当飞机起飞或着陆时，相对速度过大而产生的多卜勒频移，也会对信号产生损害，这些因素会使接收端产生误码，造成数据通信可靠性下降[1]，如何抗信道中的干扰，保障数据通信的可靠性，是本系统讨论的主要议题。系统虽然采用了扩频技术，抗干扰能力有了很大的改善，但在数传中，对误码性能要求很高，因此有必要采用差错控制技术来进一步改善数传质量。针对信道中的随机性错误和突发性错误并存的情况，我们选用了纠错能力很强的 RS 码。同其他码型相比 RS 码具有非常强的纠错能力，它实际上已达到了线性码的极限，特别在纠突发错误的能力上 RS 码不仅明显优越于其他码型，而且又具有线性码和循环码的优点，构造简单，实现容易。根据系统的技术指标，要求信道误码率经过纠错后达到 1×10^{-6}以下，端数据率 128 kbit/s，同时保持较高的编码效率，这在一般信道中很难实现，为此，编码时每次读取 8×4＝32 bit 信息，对其进行编码，然后再进行信道传递，这样做极易和机载计算机交联。

收稿日期：1999-12-17
基金项目：电子部飞参数传研究课题
作者简介：宋　博（1971-），男，陕西渭南人，实验师，主要从事信息安全与抗干扰技术研究.

2　RS码编译码原理及其实现

RS码是里德—索洛蒙码的简称,它是由里德(Reed)和索洛蒙(Solomen)应用MS多项式构造出来的,是一类非二进制BCH码,是多进制BCH码中的一个最重要的子类。尽管RS码在理论和实际应用中已很成熟,但国内尚未有效地把RS码设计方案应用于空地高速数传系统中,我们通过软件编程和高速硬件接口电路,实现了在高速数传条件下的编译码算法。

2.1　RS码的编码

GF(2^m)域上RS码一般写成(n,k)形式,其中n为码长$n=2^m-1$,k为信息位的长度,码的最小距离$d=n-k+1$。每个符号表示m比特,可纠$t=(d-1)/2$个错误。设α为GF(2^m)的本原元,码的生成多项式为$g(\chi)=(\chi-\alpha^1)\cdots(\chi-\alpha^{2t})$,由$g(\chi)$所生成的系统码的生成矩阵$\boldsymbol{G}$为

$$\boldsymbol{G}=[I_k,R]=\begin{bmatrix}10\cdots0 & -\tilde{\gamma}_1(\chi)\\ 01\cdots0 & -\tilde{\gamma}_2(\chi)\\ \vdots\vdots\vdots\vdots & \\ 00\cdots1 & -\tilde{\gamma}_k(\chi)\end{bmatrix}$$

式中I_k为$k\times k$阶单位方阵,$\boldsymbol{R}$为$k\times(n-k)$级矩阵,元素$\tilde{\gamma}_i(\chi)(i=1,\cdots k)$表示$\gamma_i(\chi)$的系数,而$\gamma_i(\chi)\equiv\chi^{n-k}\cdot\chi^{k-i}\equiv\chi^{n-i}(\bmod g(\chi),i=1,\cdots k)$,对于RS码的校验矩阵$\boldsymbol{H}$,可以由上式得到$\boldsymbol{H}=[R^{\mathrm{T}},I_{n-k}]=[\tilde{\gamma}_1(\chi)^{\mathrm{T}}\,\tilde{\gamma}_2(\chi)^{\mathrm{T}}\cdots\tilde{\gamma}_k(\chi)^{\mathrm{T}}I_{n-k}]$。

设信息组为$m=(m^0,m^1,\cdots m^{k-1})$,生成的码字为$C=(c^0,c^1,\cdots c^{n-1})$,则$C=mG$[2~4],本设计方案中,选择RS(15,8)码的生成多项式为

$$g(\chi)=\chi^7+a^6\chi^6+a^{13}\chi^5+a^{12}\chi^4+a\chi^3+a^{10}\chi^2+a^{11}\chi+a^{13}$$

由$g(\chi)$所生成的系统生成矩阵$\boldsymbol{G}$为

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&\alpha^2&\alpha^8&1&\alpha^{14}&\alpha^3&\alpha^{12}&\alpha^{13}\\
0&1&0&0&0&0&0&0&1&\alpha^3&\alpha^3&\alpha^{11}&\alpha^7&\alpha^{12}&1\\
0&0&1&0&0&0&0&0&\alpha^2&\alpha^2&\alpha^{14}&1&\alpha^5&\alpha^2&\alpha\\
0&0&0&1&0&0&0&0&\alpha^3&\alpha^{11}&\alpha^5&\alpha^3&\alpha&\alpha^7&\alpha^{13}\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1&\alpha^2&\alpha^4&\alpha^{14}&\alpha^9&\alpha^8&\alpha^8\\
0&0&0&0&0&1&0&0&\alpha^{10}&\alpha^4&1&\alpha^3&\alpha^{10}&\alpha^6&\alpha^{14}\\
0&0&0&0&0&0&1&0&\alpha&\alpha^6&\alpha^9&\alpha^6&\alpha^6&\alpha^{14}&\alpha^4\\
0&0&0&0&0&0&0&1&\alpha^6&\alpha^{13}&\alpha^{12}&\alpha&\alpha^{10}&\alpha^{11}&\alpha^{13}
\end{bmatrix}$$

由生成矩阵$\boldsymbol{G}$易得校验矩阵$\boldsymbol{H}$。所以编码的关键是首先得出生成矩阵$\boldsymbol{G}$,而且为了得到$\boldsymbol{G}$,必须首先找到生成多项式$g(\chi)$。

RS编码程序框图[5]如图2。

RS(15,8)编码程序的主要部分是移位法求校验元$C[8],\cdots C[15]$。它由两个步骤构成,首先完成每次移位时校验元的求解,然后完成码元的移位。本程序算法中根据校验元多项式$h(\chi)=\dfrac{x^n-1}{g(\chi)}=h_k\chi^k+h_{k-1}\chi^{k-1}+\cdots+h_1\chi+h_0$来构造校验元。设系统码的多项式$C(\chi)=c_{n-1}\chi^{n-1}+\cdots+c_1\chi+c_0$。

其前k位系数$c_{n-1}\cdots c_{n-k}$是已知的信息位,后$n-k$位系数$c_{n-k-1}\cdots c_0$是需求的校验元,$C(\chi)$为$g(\chi)$倍式,即$C(\chi)=q(\chi)g(\chi)$,而$h(\chi)C(\chi)=q(\chi)g(\chi)h(\chi)=q(\chi)(\chi^n-1)=q(\chi)\chi^n-q(\chi)$,由于$C(\chi)$最高次数为$n-1$次,$g(\chi)$最高次数为$n-k$次,$q(\chi)$最高次数为$k-1$次,$q(\chi)\chi^n$最低次数为$n$次,即$q(\chi)\chi^n-q(\chi)$中$x^{n-1}\cdots\chi^k$次项系数为0。而$\chi^{n-1-i}$的系数由$\sum_{j=0}^{k}c_{n-k-i}h_j$组成,即$\sum_{j=0}^{k}c_{n-j-i}h_j=0$,因$h_k=1$,从而有$c_{n-i-k}=-\sum c_{n-j-i}h_j\quad i=1,2,\cdots n-k$,即$c_{n-k-1}=-(c_{n-1}h_0+c_{n-2}h_1+\cdots+c_{n-k}h_{k-1})$,$c_{n-k-2}=-(c_{n-2}h_0+c_{n-3}h_1+\cdots+c_{n-k-1}h_{k-1})$,……,$c_{n-k-(n-k)}=c_0=-(c_kh_0+c_{k-1}h_1+\cdots+c_1h_{k-1})$

这表明码字C的第一个校验元c_{n-k-1}可由k个信息元$c_{n-1},\cdots c_{n-k}$与$h(\chi)$的系数相乘得到,而由c_{n-2},

$c_{n-3},\cdots,c_{n-k},c_{n-k-1}$可得到第二个校验元，以此类推可得到所有 $n-k$ 个检验元 $c_{n-k-1},\cdots,c_0$，从而完成 RS 码的编码过程[2]。

2.2　RS 码的译码

由生成矩阵 G 很容易得到校验矩阵为

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}
\alpha^2 & 1 & \alpha^2 & \alpha^3 & 1 & \alpha^{10} & \alpha & \alpha^6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\alpha^8 & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha^{11} & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & \alpha^{13} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & \alpha^3 & \alpha^{14} & \alpha^5 & \alpha^4 & 1 & \alpha^9 & \alpha^{12} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\alpha^{14} & \alpha^{11} & 1 & \alpha^3 & \alpha^{14} & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
\alpha^3 & \alpha^7 & \alpha^5 & \alpha & \alpha^9 & \alpha^{10} & \alpha^6 & \alpha^{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
\alpha^{12} & \alpha^{12} & \alpha^2 & \alpha^7 & \alpha^8 & \alpha^6 & \alpha^{14} & \alpha^{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
\alpha^{13} & 1 & \alpha & \alpha^{13} & \alpha^8 & \alpha^{14} & \alpha^4 & \alpha^{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

RS 译码一般分为五个步骤：(1)由接收码字 $R(\chi)$求伴随式 $S=R\times H^T=(s_1,s_2,\cdots s_{2t})$；(2)由 $S=-M\times\delta(\chi)$求得错误位置多项式 $\delta(\chi)$；(3)用搜索法解出 $\delta(\chi)$的根，求出错误位置；(4)由错误位置求出错误值，得到错误图样 $E(\chi)$；(5)将接收码字与错误图样叠加进行纠错 $\hat{C}(\chi)=R(\chi)+E(\chi)$。RS 码译码程序的框图见图 3。

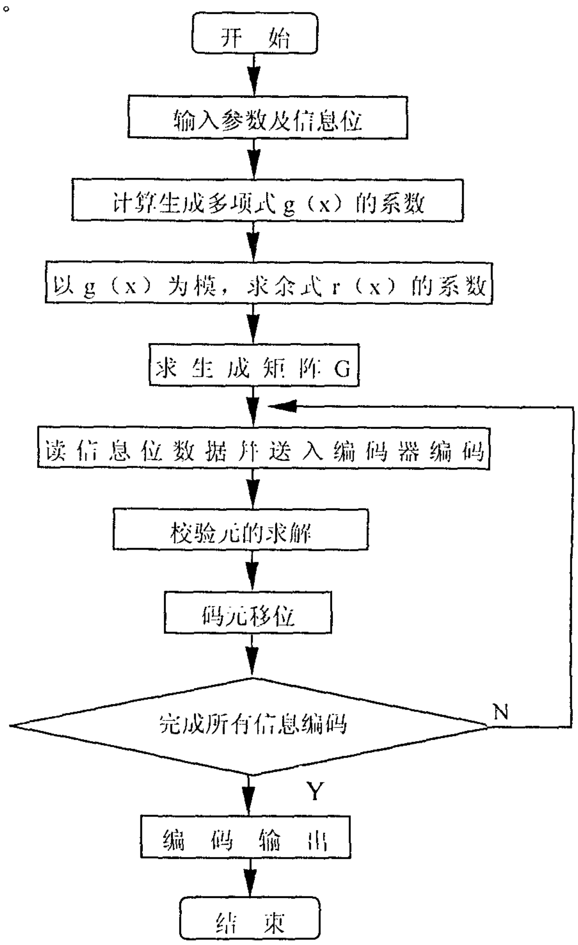

图 2　编码程序框图

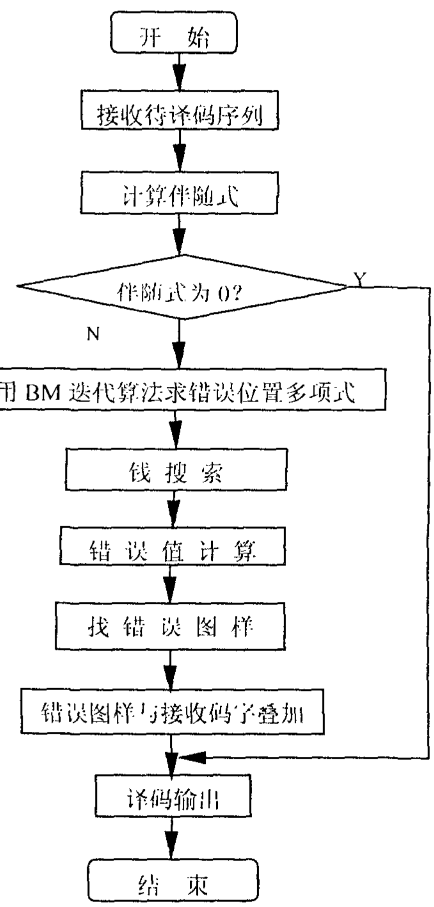

图 3　RS 译码程序框图

RS 译码的复杂性和速度主要取决于第二步求 $\delta(\chi)$，如何简化和快速实现这一步是 RS 译码的关键。由于本程序是已知码型的 RS(15,8)码，所以我们可以很容易计算出系数矩阵 $\boldsymbol{M}$ 是否满秩，如果不满秩，直到把它降秩为满秩为矩阵为止，并求出其满秩矩阵行列式的值，这样也就加快了译码的速度，很好的解决了 RS 译码算法实现过程中的复杂性大和速度慢一这难题，第三步求 $\delta(\chi)$的根，即错误位置，我们采用了钱(Chien)式搜索法求解 $\delta(\chi)$的根，就是确定 $R(\chi)$中哪几位产生了错误。设 $R(\chi)=r_{n-1}\chi^{n-1}+r_{n-2}\chi^{n-2}+\cdots+r_1\chi+r_0$，为了检验第一位 r_{n-1}是否错误，相当于译码器要确定 α^{n-1}是否是错误位置数，这等于检验 $\alpha^{-(n-1)}$是否是 $\delta(\chi)$的根，所以在得到了 $\delta(\chi)$的根后，为了译 r_{n-1}，译码器首先计算 $\delta_1\alpha,\delta_2\alpha^2,\cdots,\delta_t\alpha^t$，然后计算它们的

和是否为-1,若是,则 α^{n-1}是错误位置数,r_{n-1}码元是错误的,否则 r_{n-1}码元是正确的。同理,为了译 r_{n-l},译码器必须计算 $\delta_1\alpha^l,\delta_2\alpha^{2l},\cdots,\delta_t\alpha^{tl}$,并计算其和,若 $\delta_1\alpha^l+\delta_2\alpha^{2l}+\cdots+\delta_t\alpha^{tl}=-1$,$r_{n-l}$有错,$\delta_1\alpha^l+\delta_2\alpha^{2l}+\cdots+\delta_t\alpha^{tl}\neq-1$,$r_{n-l}$正确,这样,依次对每一个 $r_{n-l}(l=1,2,\cdots,n)$进行检验,就得到了 $\delta(\chi)$的根,此过程即为本程序中所采用的钱搜索法[4]。

3　误码率和编码效率

RS[15,8]码的码长 n 为 15,相当于二进制的 60 位,其最小码距 d 为 8,相当于二进制的 32 位,纠错能力 t 为 3,纠随机错误是相当于二进制的 12 位。当信道误码率 P_e 为 1×10^{-3}时,经过 RS[15,8]码纠错后,误码率[6]为 $P_{eF}=\frac{d}{n}e^{-P_e n}\sum_{m=t+1}^{n}(m!)^{-1}(P_e n)^m=\frac{32}{60}e^{-(60\times1\times10^{-3})}\sum_{m=4}^{60}(m!)^{-1}(60\times1\times10^{-3})^m=2.7547\times10^{-7}$

编码效率 $\eta=k/n=8/15=53.33\%$。

结果表明,纠错后的误码率在 10^{-6}之下,符合预定的性能指标。

4　结束语

RS(15,8)码应用于空地数传系统中,能很好的解决由白噪音及外界干扰所引起的随机错和突发错,和扩频技术联合使用,系统具有更强的抗干扰能力,可以在强噪音北景下可靠地工作。经过实验,系统达到了所要求的误码率指标。如果将 RS 码和其它码级联,在码速率符合技术指标的条件下,可进一步提高整个系统的编码增益和抗干扰能力,改善信号质量。

参考文献:

[1]　马秀链,李廷芳,吕淑香. 数字通信差错控制技术[M]. 北京:中国铁道出版社,1991.

[2]　王新梅,肖国镇. 纠错码-原理与方法[M]. 西安:西安电子大学出版社,1991.

[3]　Richard E Blahut. Theory and Practice of Error Control Codes[M]. Reading,Mass:Addison-Wesley Publishing Company Inc,1983.

[4]　Masayuki Hattori,Robert J. McEliece,Gustaave Solomon Subspace Subcodes of Reed-Solomon Codes[J]. IEEE transactions on information theory,1998,44(5):1861-1879.

[5]　邓矣兵,申敏. 现代移动通信中的差错控制[J]. 重庆邮电学院学报. 1999,11(1):20-26.

[6]　赵云杰. H261 图象编解码抗误码能力的改进方案[J]. 无线电通信技术,1999,25(1):51-53.

Application of RS Codes in High Speed Air-ground Date Transmitted System

SONG Bo,　DU Xing-min,　BAI Xin,　WANG Xing-hua,　TANG Hong

(Engineering Institute, AFEU., Xi'an 710038, China)

Abstract: In this paper, the factor which affects the bit error of high speed air-ground date transmitting system is analyzed, and the means of RS codes resolute is put forward, On the basis of expatiating on the RS codes principle, the software flow chart is given. Experiments reveal that the capacity of correcting random error and burst error is better. Accordingly, RS codes strengthens the error bolerance and anti-interference capacity of the system and satisfies the bit error probability demands..

Key words: reed-solomon codes; bit error probability; burst error; random error