

基于反馈线性化的直升机滑模控制系统设计

段富海, 何长安

(西北工业大学 自动控制系, 陕西 西安 710072)

摘要:首先介绍了多变量非线性系统基于反馈线性化的滑模控制方法,用它设计的控制律由反馈线性化控制和滑模控制两部分构成,然后用其为某型直升机的垂直飞行模式设计了控制律,并进行了系统仿真研究。仿真结果表明,所设计的控制律能保证直升机稳定跟踪给定输入。这说明基于反馈线性化的滑模控制方案较好地解决了该型直升机垂直飞行的控制问题。

关键词:直升机控制;非线性系统;反馈线性化;滑模控制

中图分类号:V249.122 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2000)04-0001-04

反馈线性化设计方法是非线性控制理论中发展比较成熟一种方法,其基本思想是通过恰当的非线性坐标变换与非线性状态反馈将非线性系统精确线性化或部分精确线性化,使其输入输出之间关系可用一个线性模型来表达,然后再用线性系统设计方法对该线性模型进行设计。为使所设计的系统具有较强的鲁棒性,通常对反馈线性化后的系统采用鲁棒控制策略,这样控制律就由一个反馈线性化控制和一个对付模型不确定性的鲁棒控制两部分构成。滑模控制是一种鲁棒控制方法,可用它作为反馈线性化后系统的鲁棒控制策略。

针对某型直升机垂直飞行模式^[1],进行了反馈线性化控制设计和滑模控制设计,对所设计的系统进行了仿真研究。

1 多变量非线性系统基于反馈线性化的滑模控制方法

1.1 反馈线性化原理

考虑如下 MIMO 仿射非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1)$$

式中记号的定义参见文献[2]。如果系统(1)具有向量相对阶 $r = \{r_1, \dots, r_m\}$,非奇异矩阵 $g(x)$ 对合且解耦矩阵 $A(\xi, \eta)$ 非奇异,则可利用微分同胚坐标变换

$$(\xi, \eta) = Z(x) = [h_1(x), L_f h_1(x), \dots, L_f^{r_1-1} h_1(x); \dots; h_m(x), \dots, L_f^{r_m-1} h_m(x); \eta]^T \quad (2)$$

和非线性状态反馈控制 $u = -A^{-1}(\xi, \eta)[B(\xi, \eta)v]$ (3)

将系统(1)部分线性化为如下彼此解耦的子系统

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{i1} = \xi_{i2} \\ \dot{\xi}_{i2} = \xi_{i3} \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{i(r_i-1)} = \xi_{ir_i} \\ \dot{\xi}_{ir_i} = v_i \\ \eta_{ki} = q_{ki}(\xi, \eta), k = 1, 2, \dots, n_i - r_i \\ y_i = \xi_{i1} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

收稿日期:2000-01-15

基金项目:国家重点基础研究发展规划专项基金资助项目(G1998030417)

作者简介:段富海(1965-),男,甘肃金塔人,高级工程师,博士,主要从事非线性系统控制和飞行控制研究。

其中

$$v = [v_1, \dots, v_m]^T, B(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} L_{f_1}^{r_1} h_1[Z^{-1}(\xi, \eta)] \\ \vdots \\ L_{f_m}^{r_m} h_m[Z^{-1}(\xi, \eta)] \end{bmatrix}, A(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{f_1}^{r_1-1} h_1[Z^{-1}(\xi, \eta)], \dots, L_{g_m} L_{f_1}^{r_1-1} h_1[Z^{-1}(\xi, \eta)] \\ L_{g_1} L_{f_1}^{r_m-1} h_m[Z^{-1}(\xi, \eta)], \dots, L_{g_m} L_{f_1}^{r_m-1} h_m[Z^{-1}(\xi, \eta)] \end{bmatrix}$$

可将线性化子系统(4)的动态分为外部动态和内部动态两部分。动态系统:

$$\dot{\eta} = q_k(\xi, \eta), k = 1, 2, \dots, n_i - r_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

称为系统(4)的内部动态。其余动态为系统的外部动态。另将动态系统:

$$\dot{\eta} = q_{ki}(0, \eta), k = 1, 2, \dots, n_i - r_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

称为系统(4)的零动态。

从应用角度出发,我们主要关心的是系统的外部动态;要求外部动态不仅稳定而且具有优良的品质,至于内部动态只要求它稳定即可。这样设计出的控制律会比较实用简单。零动态表达了非线性系统的一种内在特性,研究零动态旨在找出一种简单的办法来确定内动态的稳定性。文献[2]已证明,如果一个系统的外部动态和零动态分别渐进稳定,则整个系统局部渐进稳定。

综合上述,可将反馈线性化设计步骤归纳为:①将MIMO非线性系统(1)精确线性化或部分精确线性化为系统(4);②研究零动态系统(6)的稳定性;如果零动态全部稳定,则进行步骤③,否则反馈线性化设计方法失效;③采用线性控制方法,使外部动态稳定,使系统满足设计要求,且具有良好的动、静态品质。

1.2 滑模控制方法

对式(4)所示每个子系统,定义如下形式的滑动面函数 $\sigma_i: R^n \rightarrow R$

$$\sigma_i = \alpha_{i1}(y_i - y_{id}) + \sum_{j=1}^{r_i-1} \alpha_{i(j+1)} y_i^{(j)}, \alpha_{ir_i} = 1, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

系数 α_{ij} 是关于 s 的多项式
$$p_i(s) = \alpha_{i1} + \sum_{j=1}^{r_i-1} \alpha_{i(j+1)} s^j, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (8)$$

成为霍尔维兹多项式。

由于在滑模控制设计前已考察过系统(4)的内动态稳定性,故在滑模控制设计时不再考虑内动态。如果采用适当的变结构控制策略,使 $\sigma_i \equiv 0$, 则系统(4)的外动态变为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{i1} = \xi_{i2} \\ \dot{\xi}_{i2} = \xi_{i3} \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{i(r_i-1)} = \xi_{ir_i} = -\alpha_{i1}(\xi_{i1} - y_{id}) - \alpha_{i2}\xi_{i2} - \dots - \alpha_{i(r_i-1)}\xi_{i(r_i-1)} \\ y_i = \xi_{i1} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (9)$$

如果按式(8)选取 α_{ij} , 则系统(9)渐进稳定,从而整个系统渐进稳定。由式(4)得

$$y_i^{(r_i)} = \xi_{ir_i} = v_i, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (10)$$

$$\sigma_i = \alpha_{i1}(\xi_{i1} - y_{id}) + \alpha_{i2}\xi_{i2} + \dots + \alpha_{i(r_i-1)}\xi_{i(r_i-1)} + \xi_{ir_i}, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

将式(11)微分得

$$\dot{\sigma}_i = \alpha_{i1}\dot{\xi}_{i2} + \alpha_{i2}\dot{\xi}_{i3} + \dots + \alpha_{i(n_i-1)}\dot{\xi}_{in_i} + v_i, (i = 1, 2, \dots, m) \quad (12)$$

设 μ_i 和 W_i , $(i = 1, 2, \dots, m)$ 均为正数,如果选取

$$\dot{\sigma}_i = -\mu_i[\sigma_i + W_i \text{sgn}(\sigma_i)], (i = 1, 2, \dots, m) \quad (13)$$

则可求得

$$v_i = -[\alpha_{i1}\dot{\xi}_{i2} + \alpha_{i2}\dot{\xi}_{i3} + \dots + \alpha_{i(n_i-1)}\dot{\xi}_{in_i}] - \mu_i[\sigma_i + W_i \text{sgn}(\sigma_i)], (i = 1, 2, \dots, m) \quad (14)$$

使用式(14)所示的滑模控制,可使滑动模态满足 $\sigma_i = 0, (i = 1, \dots, m)$, 即使整个控制系统渐进稳定。

2 直升机滑模控制系统设计

2.1 直升机模型

某型直升机垂直飞行模态可用如下方程组来描述

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)u_2 \\ y = [y_1, y_2]^T = [x_1, x_4]^T \end{cases} \quad (15)$$

其中 $x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [h, \dot{h}, \omega, \theta, \dot{\theta}]^T$, $u = [u_1, u_2]^T$, h 为高度, ω 为旋翼桨叶转速, θ 为旋翼桨叶总距俯角仰角, u_1 为油门控制输入, u_2 为总距控制输入, $g_1(x) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$, $g_2(x) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$.

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + (a_3 + a_4x_4 - \sqrt{a_5 + a_6x_4})x_3^2 \\ a_7 + a_8x_3 + [a_9\sin x_4 + a_{10}]x_3^2 \\ x_5 \\ a_{11} + a_{12}x_4 + a_{13}x_3^2\sin x_4 + a_{14}x_5 \end{bmatrix}$$

$f(x)$ 中参数如 a_0, a_1 等的标称值参见文献[1]。

2.2 反馈线性化控制设计

系统(15)的相对阶 $r = [r_1, r_2] = [3, 2]$, 采用坐标交换

$$(\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{21}, \xi_{22}) = (y_1, L_f y_1, L_f^2 y_1, y_2, L_f y_2) = (x_1, x_2, f_2, x_4, x_5) \quad (16)$$

和非线性状态反馈控制

$$\begin{aligned} u_1 &= [v_1 - k - (a_1 + 2a_2x_2)f_2] / (2x_3r) - a_8x_3 - a_9x_3^2\sin x_4 - a^{10}x_3^2 - a_7 \\ u_2 &= v_2 - a_{14}x_5 - a_{13}x_3^2\sin x_4 - a_{12}x_4 - a_{11} \end{aligned} \quad (17)$$

可将系统(15)线性化为 $(\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{13}, \xi_{21}, \xi_{22}, y_1, y_2) = (\xi_{12}, \xi_{13}, v_1, \xi_{22}, v_2, \xi_{11}, \xi_{21})$ (18)

其中 $r = a_3 + a_4x_4 - \sqrt{a_5 + a_6x_4}$, $k = x_3^2 [a_4x_5 - \frac{1}{2}a_6x_5(a_5 + a_6x_4)^{-\frac{1}{2}}]$

至此, 系统(15)已完全精确线性化为线性系统(18)。这种可完全线性化的系统, 在线性化过程中不会出现内动态, 故不需进行零动态稳定性考察, 就可直接为其设计滑模控制。

2.3 滑模控制设计

根据滑模控制设计方法, 定义滑动面函数

$$\begin{aligned} \sigma_1(\xi) &= \alpha_{11}(\xi_{11} - y_{1d}) + \alpha_{12}\xi_{12} + \alpha_{13}\xi_{13} \\ \sigma_2(\xi) &= \alpha_{21}(\xi_{21} - y_{2d}) + \alpha_{22}\xi_{22} \end{aligned} \quad (19)$$

选取

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -\mu_1[\sigma_1 + W_1\text{sgn}(\sigma_1)] \\ \sigma_2 &= -\mu_2[\sigma_2 + W_2\text{sgn}(\sigma_2)] \end{aligned} \quad (20)$$

可得滑模控制律为

$$\begin{aligned} v_1 &= -\alpha_{11}\xi_{12} - \alpha_{12}\xi_{13} - \mu_1[\sigma_1 + W_1\text{sgn}(\sigma_1)] \\ v_2 &= -\alpha_{21}\xi_{22} - \mu_2[\sigma_2 + W_2\text{sgn}(\sigma_2)] \end{aligned} \quad (21)$$

3 直升机控制系统仿真

采用式(17)和(21)所示的控制律, 控制直升机从悬停平衡状态: $h = 0.5 \text{ m}, \theta = 0.1 \text{ rad}, \omega = 200 \text{ rad/s}$ 及 $h = \theta = 0$, 过渡到悬停平衡状态: $h = 2 \text{ m}$ 及 $\theta = 0.2 \text{ rad}$ 。滑模控制参数选为 $\mu_1 = 10, W_1 = 2, \alpha_{11} = 22, \alpha_{12} = 25, \alpha_{13} = 8, \mu_2 = 10, W_2 = 2, \alpha_{21} = 25, \alpha_{22} = 9$ 。图 1 和图 2 分别给出了高度和俯仰角控制输出曲线。从图 1 和图 2 可见, 直升机可快速实现对给定高度和俯仰角的稳定跟踪。

4 结束语

直升机是一个耦合比较严重的多变量非线性系统, 为其设计快速性和解耦性均比较理想的飞控系统是很困难的。本文在基于反馈线性化的滑模控制策略中, 反馈线性化可实现系统的解耦控制, 滑模控制可保证控制律的鲁棒性, 因此可较好地解决直升机对给定输入的快速稳定跟踪问题。

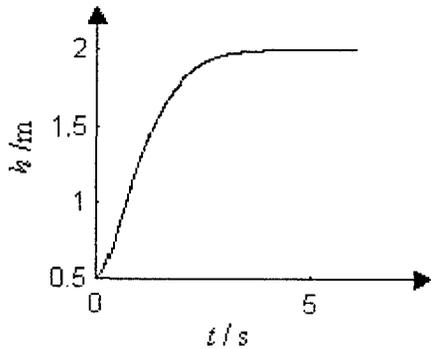


图1 直升机高度控制输出响应曲线

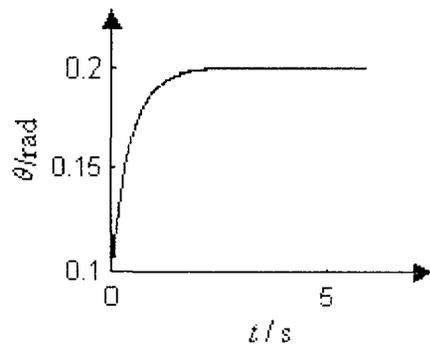


图2 直升机俯仰角控制输出响应曲线

参考文献:

- [1] Kaloust J, Ham C, Qu Z. Nonlinear Autopilot Control Design for a 2-DOF Helicopter Model[J]. IEE Proc-Control Theory Application, 1997, 144(6): 612 - 616.
- [2] 夏小华, 高为炳. 非线性系统控制及解耦[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

Design of Sliding Mode Control System for a Feedback Linearisable Helicopter Nonlinear Model

DUAN Fu-hai, HE Chang-an

(Dept. Of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A sliding mode control approach based on feedback linearisation is presented and the control laws designed by it are composed of two parts: one is feedback linearisable control and the other is sliding mode control. Using this approach, a control system is designed for a helicopter vertical flight mode and simulation works are done. The results show that the controlled helicopter can track the given trajectories stably and the proposed control scheme can solve the control problem of the helicopter vertical flight satisfactorily.

Key words: helicopter control; nonlinear system; feedback linearisation; sliding mode control