

## 斜筋斗特性研究

胡朝江

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:** 推导了斜筋斗计算公式,并计算分析了其速度、高度特性,及轨迹平面倾斜角、过载对斜筋斗的影响,计算结果与理论分析一致。

**关键词:** 斜筋斗; 轨迹滚转角; 轨迹平面

**中图分类号:** V212.13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2000)02-0008-03

现代空战表明,战斗机不仅应具有很好的能量机动性,还应有快速改变机动状态和转动机动平面以确保机动平面与瞄准平面重合,从而有利于导弹发射的能力,即飞机应具有很好的敏捷性<sup>[1]</sup>。为达到这一目的,飞机就不得不完成各种激烈的机动动作,其中在不同平面内进行的大小不同的转弯就是最常见的机动动作。而在各种转弯机动动作中,斜筋斗最具代表性,筋斗可视为轨迹平面倾斜角等于 $90^\circ$ 的斜筋斗,水平面内的盘旋可视为 $0^\circ$ 时的情形。

## 1 计算公式推导

如图1所示,设 $\delta A$ 为轨迹平面, $\xi$ 为 $\delta A$ 与水平面的夹角, $oX_d Y_d Z_d$ 为地面坐标系, $o$ 为飞机质心, $V$ 为速度矢量, $\theta_1$ 为 $V$ 在 $\delta A$ 内的轨迹俯仰角, $\delta B$ 为 $V$ 与 $oY_d$ 张成的平面, $Y$ 为升力矢量, $Y_h$ 为 $Y$ 在 $\delta B$ 面内的投影, $\gamma_s$ 为 $Y$ 与 $Y_h$ 的夹角,显然即为轨迹滚转角, $\psi_s$ 为偏航角, $Y_A$ 为 $Y$ 在 $\delta A$ 面内的投影, $\delta$ 为 $Y$ 与 $\delta A$ 法线方向的夹角, $G$ 为重力。

## 1.1 建立飞机运动方程

由图1可知,重力 $G$ 在轨迹平面坐标系 $oZ_d$ 、 $oV$ 、 $oY_A$ 三个方向的分量分别是 $G \cos \xi$ 、 $G \sin \xi \sin \theta_1$ 及 $G \sin \xi \cos \theta_1$ ,升力沿这三个方向的分量分别是 $Y \cos \delta$ 、 $0$ 、 $Y \sin \delta$ ,推力 $P$ 近似看成沿 $oV$ 方向,阻力 $Q$ 沿 $oV$ 的反方向,则在轨迹平面坐标系中的飞机运动方程可建立如下:

$$\begin{aligned} dV/dt &= g[(P - Q)/G - \sin \xi \sin \theta_1] \\ d\theta_1/dt &= g(n_y \sin \delta - \sin \xi \cos \theta_1)/V \\ d\psi_s/dt &= -g(n_x \cos \delta - \cos \xi)/(V \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (1)$$

$\psi_{s1}$ 为速度矢量在与倾斜平面相垂直的平面内的偏航角。显然有 $d\psi_{s1}/dt = 0$ ,即

$$\delta = \arccos(\cos \xi / n_y) \quad (2)$$

将速度矢量在地面坐标系三个方向 $oX_d$ 、 $oY_d$ 、 $oZ_d$ 的分量 $V \cos \theta_1$ 、 $V \sin \theta_1 \sin \xi$ 、 $-V \sin \theta_1 \cos \xi$ 分别代入飞机运动方程得

$$dL/dt = V \cos \theta_1$$

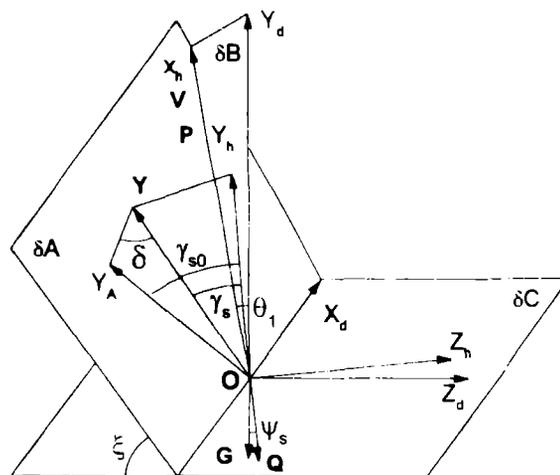


图1 斜筋斗各几何元素关系及受力分析

$$\begin{aligned} dH/dt &= V\sin\theta_1\sin\xi \\ dZ/dt &= -V\sin\theta_1\cos\xi \end{aligned} \tag{3}$$

1.2 推导控制律公式

如图 1 所示, 设  $Y_A$  与  $Y_h$  的夹角是  $\gamma_{s0}$ , 由简单的分析可知:

$$\gamma_s = \gamma_{s0} - (90^\circ - \delta) \tag{4}$$

式中  $\delta$  可据(2)式算出, 故只需求出  $\gamma_{s0}$  即可得  $\gamma_s$ 。由于  $\gamma_{s0}$  相当于  $Y_A$  与铅垂平面  $\delta B$  的夹角, 故一旦知道  $Y_A$  在  $\delta B$  法向的分量即可求出  $\gamma_{s0}$ 。若已知偏航角  $\Psi_s$ , 则只需求出  $Y_A$  在地面坐标系  $oX_d, oY_d, oZ_d$  方向的分量即可。沿  $Y_A$  方向的单位矢量在  $oX_d, oZ_d$  方向的分量由图 1 得:

$$\begin{aligned} Y_{zd} &= -\sin\theta_1 \\ Y_{xd} &= -\cos\theta_1\cos\xi \end{aligned} \tag{5}$$

故有偏航角

$$\begin{aligned} \sin\Psi_s &= \sin\theta_1\cos\xi / (\sin^2\theta_1\cos^2\xi + \cos^2\theta_1)^{1/2} \\ \cos\Psi_s &= \cos\theta_1 / (\sin^2\theta_1\cos^2\xi + \cos^2\theta_1)^{1/2} \end{aligned} \tag{6}$$

由(5)、(6)式可得  $Y_A$  方向单位矢量沿航迹坐标系  $oZ_h$  方向的分量为

$$Y_{zh} = Y_{zd}\sin\Psi_s + Y_{xd}\cos\Psi_s = -\cos\xi / (\sin^2\theta_1\cos^2\xi + \cos^2\theta_1)^{1/2} \tag{7}$$

若  $\lambda$  设为  $Y_A$  与  $\delta B$  面法线方向的夹角, 则有

$$\lambda = \arccos(\cos\xi / (\sin^2\theta_1\cos^2\xi + \cos^2\theta_1)^{1/2}) \tag{8}$$

当  $0^\circ < \theta_1 \leq 90^\circ$  或  $270^\circ < \theta_1 \leq 360^\circ$  时, 升力矢量  $Y$  正向在水平面  $\delta C$  上方, 故  $Y_A$  与  $Y_h$  夹角为锐角, 故有

$$\gamma_{s0} = 90^\circ - \lambda \tag{9}$$

将(2)式、(8)式及(9)式代入(4)式得:

$$\gamma_s = \delta - \lambda = \arccos(\cos\xi/n_y) - \arccos(\cos\xi / (\sin^2\theta_1\cos^2\xi + \cos^2\theta_1)^{1/2}) \tag{10}$$

当  $90^\circ < \theta_1 \leq 270^\circ$  时, 升力矢量  $Y$  正向在水平面  $\delta C$  下方, 故  $Y_A$  与  $Y_h$  夹角为钝角, 故有

$$\gamma_{s0} = 90^\circ + \lambda \tag{11}$$

将(2)式、(8)式及(11)式代入(4)式得:

$$\gamma_s = \delta + \lambda = \delta + \arccos(\cos\xi / (\sin^2\theta_1\cos^2\xi + \cos^2\theta_1)^{1/2}) \tag{12}$$

(10)式及(12)式即组成斜筋斗控制律计算公式。

2 斜筋斗的高度、速度及过载特性

在计算中油门位置设定为始终处于最大状态; 过载控制规律给定, 若给定值大于因最大升力系数而导致的限制值, 则取限制值。推力  $P$  的高度、速度特性根据原始数据采用二元三次抛物线插值方法求得<sup>[2]</sup>。阻力系数  $C_x = C_{x0} + AC_y^2$ , 式中  $C_{x0}$  及  $A$  的速度特性由原始数据插值而得<sup>[3]</sup>。考虑到在筋斗顶点时, 飞机必须具有保持机动性所必须的过载, 计算中  $n_{ymin}$  值取为 1.2。

算例飞机为一架歼击机, 机重  $G = 71\,290\text{N}$ , 机翼面积  $S = 23\text{m}^2$ 。轨迹平面倾角  $\xi = 60^\circ$ ,  $\theta_1$  与  $n_y$  的关系给定为<sup>[4]</sup>:  $(\theta_1, n_y) = (0^\circ, 1.5), (30^\circ, 6), (90^\circ, 4), (180^\circ, 2), (330^\circ, 5), (360^\circ, 2)$ 。其余角度处的值由插值求得。飞机进入斜筋斗的初始高度及计算结果见图 2~6。

由图 2 可知, 在进入速度给定为  $300\text{m/s}$  时, 则高度低, 飞机完成斜筋斗的可能性大, 斜筋斗半径大。当高度升致接近  $7500\text{m}$  地, 则在该进入高度下不能完成斜筋斗。因为在速度给定时, 高度越高, 则飞机具有的动压就越小, 因而机动性就降低, 故完成斜筋斗的难度就增大。又因

$$dV/d\theta_1 = V((P - Q)/G - \sin\xi\sin\theta_1) / (n_y\sin\delta - \sin\xi\cos\theta_1)$$

当高度较低时, 推力  $P$  较大; 而在低速内, 飞机的阻力  $Q$  的两个组成部分零升阻力  $Q_0 = \rho C_{x0} \cdot V^2 S / 2$  和升致阻力  $Q_i = 4A(n_y G / (\rho V^2 S))^2$  大小相当, 故阻力  $Q$  随高度变化不大, 因而高度较小时,  $V$  较大, 故在初始速度相同时, 高度低, 斜筋斗半径大。

由图 3 可知, 在进入高度给定为  $4\,000\text{m}$  时, 进入速度大, 飞机完成斜筋斗的能力也强, 且斜筋斗半径也大。这同样是因为速度较大时, 飞

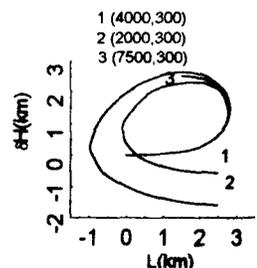


图 2 高度对斜筋斗的影响

机动压较大,故机动性也较强,因而易完成斜筋斗动作。由计算可知,在该高度下,当进入速度小到接近 220m/s 地,则飞机不能完成斜筋斗动作。显然,若不希望半径过大,则应使进入速度尽可能取完成斜筋斗的下边界值。

图 4 为斜筋斗与相同高度、速度下进入的筋斗的轨迹的比较。由比较可知,筋斗的轨这高度较斜筋斗的高。因为

$$\begin{aligned} dH/d\theta_1 &= V^2 \sin\theta_1 \sin\xi / (g(n_y \sin\delta - \sin\xi \cos\theta_1)) \\ &= V^2 \sin\theta_1 / (g(((n_y^2 - \cos^2\xi) / \sin^2\xi)^{1/2} - \cos\theta_1)) \end{aligned}$$

显然,当  $\xi$  增大时,该式分母项变小,即  $dH/d\theta_1$  变大,故筋斗的轨迹高度较斜筋斗的高。

图 5 给出了在  $\theta_1=330^\circ$  时不同过载的斜筋斗轨迹计算结果。由该图可知,在该轨迹倾角时的过载值大,则斜筋斗改出的高度损失小。事实上,增大该轨迹倾角时的过载值,相当于增大了法向加速度,因而也就增大了曲率,故斜筋斗改出时高度损失变小了。

图 6 为  $\gamma_s$  随  $\theta_1$  的变化关系曲线。由该图可知,当  $0^\circ < \theta_1 < 90^\circ$  或  $270^\circ < \theta_1 \leq 360^\circ$  时,  $\gamma_s$  为锐角,这是因为升力矢量  $Y$  正向在水平面  $\delta C$  上方;同样,当  $90^\circ < \theta_1 \leq 270^\circ$  时,升力矢量  $Y$  正向在  $\delta C$  下方,故  $\gamma_s$  为钝角。

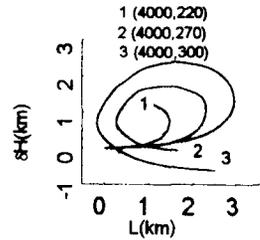


图 3 速度对斜筋斗的影响

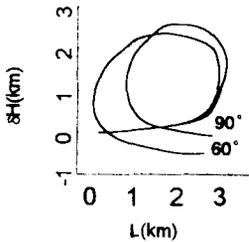


图 4 筋斗、斜筋斗比较

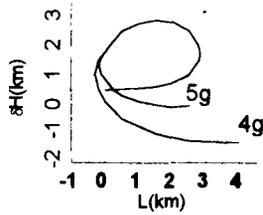


图 5 过载对斜筋斗影响

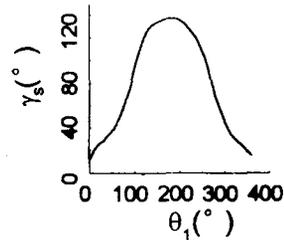


图 6  $\gamma_s$  随  $\theta_1$  的变化

### 3 结论

- (1) 动压越大,飞机完成斜筋斗的能力越强,轨迹半径也越大;
- (2) 轨迹平面倾角大,则完成斜筋斗的难度增大,轨迹高度增高;
- (3) 增大  $330^\circ$  轨迹角时的过载值,可增加斜筋斗的改出高度;
- (4) 当  $\xi$  及  $n_y$  给定时,  $\gamma_s$  仅与  $\theta_1$  有关,而与  $H$ 、 $V$  无关。

### 参 考 文 献

[1] Bitten R. Qualitative and Quantitative Comparison of Government and Industry Agility Metrics[J]. Journal of Aircraft, 1990, 27(3).  
 [2] 杨华中. 数值计算方法与 C 语言工程函数库[M]. 北京: 科学出版社, 1996.  
 [3] 金长江. 飞行力学—飞机性能计算[M]. 北京: 国防工业出版社, 1990.  
 [4] 范立钦. 飞行性能计算手册[M]. 西安: 飞行力学编辑部, 1985.

## Study of Inclined Loop Maneuver Characteristics

HU Chao-jiang

(The Engineering Institute, AFEU., Xi'an 710038, China)

**Abstract:** The equation about the loop maneuver of an aircraft in an inclined plane is derived. Its dynamic characteristics involved with speed and altitude, the influence of the inclined angle of the trajectory plane and load on it are also calculated and analyzed in this paper. The analysis shows that the results are correct.

**Key words:** loop in an inclined plane; trajectory roll angle; trajectory plane