空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)
第1卷第1期 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY Vol.1 No.1
2000年4月 (NATURAL SCIENCE EDITION) Apr. 2000

测试性验证中抽样方案的精确算法

徐忠伟， 周玉芬， 高锡俊
(空军工程大学 工程学院航空电子工程系，陕西 西安 710038)

摘 要： 在测试性验证中首选的二项分布是离散取值的,由于计算困难,确定抽样方案通常采用一些变通的方法。通过对二项分布函数的研究,证明它是关于概率p和试验中允许失败次数r的单调增函数,是关于试验次数n的单调减函数。根据这些结论,提出了求解二项分布的联立不等式的精确算法,在可能的求解区域采用多变量折半搜索的算法,确定联立不等式的最优解,从而可以快速准确地获得测试性验证的抽样方案。最后,将计算结果与IEC1123作了比较,证明了此算法的正确性。

关键词： 测试性验证;抽样方案;二项分布;软件包
分类号： O24 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3516(2000)01-0076-03

测试性这一术语是1975年由F. Liour等人提出的,到80年代,测试性已成为一门与可靠性、维修性并列的独立学科。目前,在我国的某些型号中已明确提出了测试性的定量要求,如故障检测率(FDR)、故障隔离率(FIR)、故障虚警率(FAR)等,因此,如何进行测试性的验证成为控制产品测试性水平的一道重要关口。测试性验证的内容由产品的技术合同或技术规范规定,其中验证FDR、FIR和FAR是一项重要工作。由于抽样方案的确定涉及对二项分布函数不等式组的求解,计算困难,通常采用一些变通的方法。本文提出的方法,可精确而且快速地求解二项分布函数不等式组,可以较好地满足测试性、可靠性验证等方面的要求。

1 测试性验证中抽样方案的确定

测试性验证的各种分布中二项分布为首选[1]。故障检测率、故障隔离率和虚警率的验证试验可认为是一种成败型试验,在试验中,故障被测出,被隔离到规定的可更换单元,均表示一成功事件;反之,未测出故障,未能将故障隔离到规定的可更换单元,均为一失败事件。所以,故障检测率和故障隔离率的验证试验可用二项分布来进行验证和评价。若合同中规定了承制方风险α,使用方风险β,最低可接受值p_1和目标值p_0,这种验证称为标准型方案。其判决准则为:在n次注入故障中,由BIT/ETE所未能检测出的故障数s_n不大于r,则认为产品的FDR合格,予以接收,否则拒绝。抽样方案记为(n,r),它是下列方程组的解。

$$\begin{cases} \alpha \geqslant \sum\limits_{i=r+1}^{n} c_n^i (1-p_0)^i p_0^{n-i} = 1 - B(n,r,p_0) \\ \beta \geqslant \sum\limits_{i=0}^{r} c_n^i (1-p_1)^i p_1^{n-i} = B(n,r,p_1) \end{cases}$$

二项分布是离散的,离散分布的计算历来被视为难点,直到1990年才见到计算二项分布函数B(n,r,p)和泊淞分布函数P(n,k,p)的算法[2,3],至今未见关于两个B(n,r,p)或两个P(n,k,p)联立求解的报道。为了求抽样方案(n,r),不得不采用某些变通的方法。如有的采用两次查表对比法[4],有的采用正态近似法[5],有的采用三角函数近似法[6],有的采用图解法——诺莫图法[7]。这些方法误差较大,而且手工操作费时费力。为了克服以上缺陷,本文提出了一种B(n,r,p)二元联立方程的快速求解方法,实现了二项分布参数检验抽样方案(n,r)的实时计算。

收稿日期:1999-12-17
作者简介:徐忠伟(1968-),男,讲师.

2　二项分布函数的单调性分析

本算法的基础是B(n,r,p)的单调性。假设产品真实的FDR为P，依照二项分布，在n次试验中失败次数不大于r的概率为

$$B(n,r,p)=\sum_{i=0}^{r}c_n^i(1-p)^ip^{n-i}$$

该函数中，p在区间[0,1]上连续取值，对其的一阶偏导可计算为

$$\frac{\partial B(n,r,p)}{\partial p}=\frac{\partial}{\partial p}\sum_{i=0}^{r}c_n^i(1-p)^ip^{n-i}=c_n^{r+1}(r+1)(1-p)^rp^{n-r-1}\geqslant 0$$

而n、r离散取值，B(n,r,p)关于n、r的一阶差分记为$\Delta_n B(n,r,p)$和$\Delta_r B(n,r,p)$，其中

$$\begin{aligned}\Delta_r B(n,r,p)&=B(n,r+1,p)-B(n,r,p)=\sum_{i=0}^{r+1}c_n^i(1-p)^ip^{n-i}-\sum_{i=0}^{r}c_n^i(1-p)^ip^{n-i}\\&=c_n^{r+1}(1-p)^{r+1}p^{n-r-1}\geqslant 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_n B(n,r,p)&=B(n+1,r,p)-B(n,r,p)=\sum_{i=0}^{r}c_{n+1}^i(1-p)^ip^{n+1-i}-\sum_{i=0}^{r}c_n^i(1-p)^ip^{n-i}\\&=\sum_{i=1}^{r}(1-p)^ip^{n-i}(c_{n+1}^ip-c_n^i)+p^{n+1}-p^n=-c_n^r(1-p)^{r+1}p^{n-r}\leqslant 0\end{aligned}$$

可见，B(n,r,p)是关于p的单调增函数，是关于n的单调减函数，是关于r的单调增函数。

3　标准型方案的快速算法

因为使用方风险β是指产品真实FDR未达到最低可接受值p_1而试验通过的概率，由于B(n,r,p)关于p单调增，显然$B(n,r,p_1)$为其上限，故按合同应满足

$$B(n,r,p_1)\leqslant\beta \tag{1}$$

而承制方风险α是指产品真实FDR已达到设计目标值p_0而试验却拒收的概率，显然$1-B(n,r,p_0)$为其上限，故按合同应满足

$$B(n,r,p_0)\geqslant 1-\alpha \tag{2}$$

联立(1)、(2)两式，求出n和r，即可确定试验方案。这里(1)、(2)两式为不等式，因为若取为等式，则由于n、r的离散取值，可能使(1)、(2)两式的联立无解。采用不等式后可能存在无穷多解，为了使验证试验费用最少，一般采用n最小的解。

根据前面讨论的B(n,r,p)的单调性，可以采用折半搜索法求出(1)、(2)两式联立的解。首先，对于确定的r，可以找到满足(1)式的最小n值，将此n、r代入(2)式，若(2)式成立，则n、r即是(1)、(2)两式联立的解，若(2)式不成立，则增大r的取值，再寻找满足(1)式的最小n值，以判断(2)式是否成立，从而确定(1)、(2)两式联立的解。具体的程序框图如图1，其中R为r的搜索上限，N为n的搜索上限。

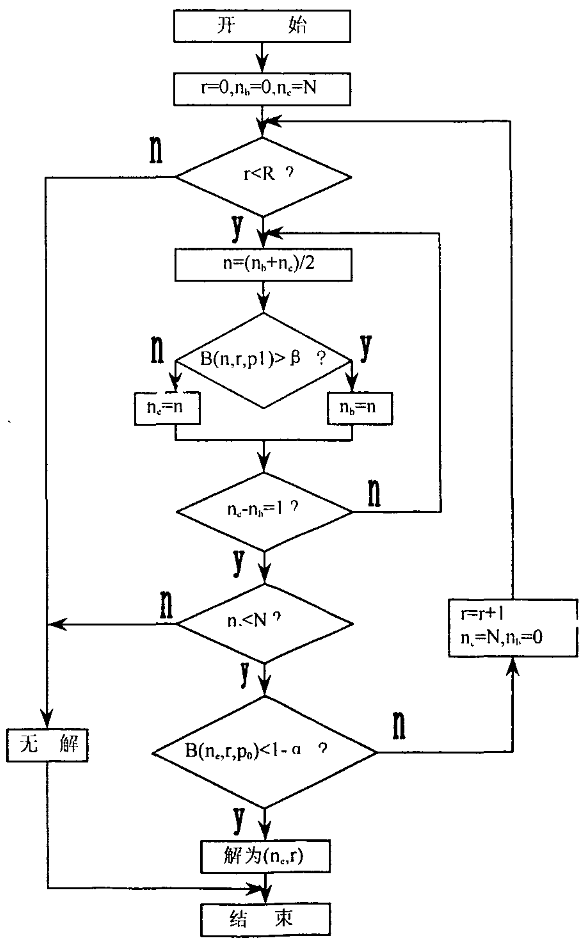

图1　程序框图

4　结论

为了验证上述算法的正确性，我们选取了部分计算结果和同样采用二项分布模型的各个标准进行了比较，数据如表1所示。其中TDSP采用上述直接计算方法，从结果可以看出，TDSP的计算结果与IEC1123完全相同，与GB5080仅在$p_1=0.65$、$p_0=0.8$、$\alpha=\beta=0.2$时有差异。但此结果显然是错的，一

则因为GB5080等同IEC605-5-1982，而IEC1123是它的更新；二则因为大量计算结果的一致，已经表明算法的正确性。

表1 标准型抽样方案对比

	p_1	p_0	$\alpha=\beta=0.05$		$\alpha=\beta=0.1$		$\alpha=\beta=0.2$		$\alpha=\beta=0.3$	
			n	r	n	r	n	r	n	r
TDSP	0.65	0.8	98	26	61	16	28	7	13	3
IEC1123	0.65	0.8	98	26	61	16	28	7	13	3
GB5080	0.65	0.8	98	26	61	16	28	8	13	3
TDSP	0.8	0.9	135	19	86	12	39	5	18	2
IEC1123	0.8	0.9	135	19	86	12	39	5	18	2
GB5080	0.8	0.9	135	19	86	12	39	5	18	2
TDSP	0.85	0.95	93	8	60	5	28	2	16	1
IEC1123	0.85	0.95	93	8	60	5	28	2	16	1
GB5080	0.85	0.95	93	8	60	5	28	2	16	1
TDSP	0.97	0.99	521	9	308	5	142	2	81	1
IEC1123	0.97	0.99	521	9	308	5	142	2	81	1
GB5080	0.97	0.99	521	9	308	5	142	2	81	1

所以，本文提出的这个算法，是一种关于联立二项分布不等式组的快速精确算法，可应用于可靠性、测试性等诸多方面。我们采用此方法研制的测试性验证软件包已经在空军各军代局使用也是一个例证。

参 考 文 献

[1] 周玉芬，徐松涛，高锡俊. 测试性验证的理论和方法研究[J]. 电子产品可靠性与环境试验，1998，(2)：10～15.

[2] P. N. Bowerman, E. M. Scheuer. Calculation of the binomial cumulative distribution function[J]. IEEE Trans. Reliability, 1990, 39(7): 162～166.

[3] P. N. Bowerman, R. G. Nolty, E. M. Scheuer. Calculation of the Poisson cumulative distribution function[J]. IEEE Trans. Reliability, 1990, 39(7): 158～161.

[4] 田仲. 测试性验证方法研究[J]. 航空学报，1995，16(增)：65～70.

[5] GJB2072-1994 维修性试验与评定[S].

[6] IEC1123-1991 Reliability testing-compliance test plans for success ratio[S].

[7] V. S. kouikoglou. Single sampling plans for attributes satisfying an arbitrary set of constraints-A Graphical Approach[J]. Microelectronic and reliability 1994, 39(6): 1071～1077.

An Accurate Algorithm of Sampling Plan in Testability Demonstration

XU Zhong-wei, ZHOU Yu-fen, GAO Xi-jun

(Dept. of Aeronautical Electronics of the Engineering Institute, AFEU., Xi'an 710038, China)

Abstract: Binomial distribution is preferred in testability demonstration, but it is discrete. Because of calculation difficulty, the sampling plan is usually worked out with some adaptations. Through the research of binomial probability distribution function (PDF), it has been proved that the PDF is a monotone increasing function of probability p and allowable failure time r in test, and is a monotone decreasing function of test time n. With these conclusions, we present an accurate algorithm to solve the simultaneous inequality of binomial PDF. An optimum solution can be worked out by adopting multivariate half-folded searching algorithm, so that we can get the sampling plan of testability demonstration accurately and quickly. At last we compared the calculation result with IEC1123, and the correction of our algorithm has been proved.

Key words: Testability demonstration; Sampling plan; Binomial distribution; Software package