

# 基于自适应参数估计的微动时频表征重构方法

李开明<sup>1,2</sup>, 王欢<sup>3</sup>, 解岩<sup>4</sup>, 陈卓<sup>3</sup>, 高泽岳<sup>5</sup>

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077; 2. 信息感知技术协同创新中心, 西安, 710077; 3. 西安电子工程研究所总体二部, 西安, 710100; 4. 四川省政府服务和公共资源交易服务中心, 成都, 610000; 5. 95894 部队, 北京, 112211)

**摘要** 针对数据缺失条件下的目标微动回波时频表征重构问题, 提出了一种基于自适应参数估计的微动时频表征重构方法。首先, 将缺失的微动时频表征重构问题建模为基于  $L_p$  范数最小化的稀疏重构问题, 其次, 引入哈达玛积参数将  $L_p$  范数最小化稀疏重构问题转化为多个  $L_2$  范数联合最小化问题, 并采用迭代吉洪诺夫正则化求解, 同时在每次迭代过程中根据重构结果自适应估计正则化参数, 最后, 采用除偏处理减小了重构时频表征的振幅衰减。与传统微动回波时频表征重构方法相比, 所提方法避免了需要人工设置正则化参数不足的问题, 并且重构的时频表征更加完整。仿真实验和实测数据处理结果验证了所提方法的有效性和稳健性。

**关键词** 微多普勒效应; 信号重构; 稀疏优化; 参数估计; 时频分析

**DOI** 10.3969/j.issn.2097-1915.2024.05.014

**中图分类号** TN95 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2024)05-0107-08

## A Reconstruction Method of Micro-Motion TFR Based on Adaptive Parameter Estimation

LI Kaiming<sup>1,2</sup>, WANG Huan<sup>3</sup>, XIE Yan<sup>4</sup>, CHEN Zhuo<sup>3</sup>, GAO Zeyue<sup>5</sup>

(1. Information and Navigation School, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;  
2. Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an 710077, China;  
3. The Second System Design Department, Xi'an Electronic Engineering Research Institute, Xi'an 710100, China; 4. Sichuan Provincial Government Affairs Service and Public Resources Exchange Service Center, Chengdu 610000, China; 5. Unit 95894, Beijing 112211, China)

**Abstract** In view of the time-frequency representation (TFR) reconstruction of the micro-motion signals under conditions of incomplete data, a reconstruction method of micro-motion is proposed based on the adaptive parameter estimation. Firstly, the missing micro-motion TFR reconstruction problem is modeled on the  $L_p$  norm minimization sparse reconstruction problem, and by introducing Hadamard product parameter (HPP), the  $L_p$  norm minimization sparse reconstruction problem is transferred to a joint minimization problem with multiple  $L_2$  norm, and solved by using iterative Tikhonov regularization. Simultaneously, the regularization parameter is estimated adaptively in each iteration based on reconstruction results. Finally, the amplitude decay of the reconstructed TFR is reduced by the de-biasing process. Compared with the traditional micro-motion echo time-frequency representation

**收稿日期**: 2023-12-29

**基金项目**: 国家自然科学基金面上项目(62371468, 62301599, 62271500, 62131020)

**作者简介**: 李开明(1982-), 男, 山西应县人, 副教授, 博士(后), 研究方向为雷达成像与目标识别。E-mail: kimysunrsp@163.com

**通信作者**: 解岩(1986-), 女, 吉林松原人, 高级工程师, 博士, 研究方向为大数据和人工智能研究与应用。E-mail: xiey0607@163.com

**引用格式**: 李开明, 王欢, 解岩, 等. 基于自适应参数估计的微动时频表征重构方法[J]. 空军工程大学学报, 2024, 25(5): 107-114. LI Kaiming, WANG Huan, XIE Yan, et al. A Reconstruction Method of Micro-Motion TFR Based on Adaptive Parameter Estimation[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2024, 25(5): 107-114.

reconstruction method, the proposed method avoids the disadvantage of setting the regularization parameter manually, and the reconstructed TFR is more complete. The effectiveness and robustness of the proposed method is verified by simulation and measured data processing.

**Key words** micro-Doppler effect; signal reconstruction; sparse optimization; parameter estimation; time-frequency analysis

目标或目标部件主体平动之外的振动、旋转等运动被称为微动(micro-motion)。微动会引起雷达目标回波的频率调制,并在目标多普勒频率附近产生附加的调制边带,这种现象被称为微多普勒效应(micro-Doppler effect)<sup>[1]</sup>。由于微多普勒效应是雷达目标的一个独特特征,它为目标识别和雷达成像的研究提供了有效的信息<sup>[2]</sup>。然而在实际应用中,微动目标的回波信号可能存在部分缺失,如多目标跟踪场景中,跟踪扫描雷达通常无法对单个目标保持高数据率的持续观测,或是在远距离探测、噪声干扰等存在的情况下,散射截面面积小且起伏大的微动目标回波在观测时间内有可能部分淹没在接收机噪声中,造成目标回波信噪比相对较低。这种数据缺失的情况会影响目标微动特征的提取<sup>[3]</sup>。

随着稀疏非平稳信号处理技术的发展,针对数据缺失条件下的微动信号重构方法已经受到广泛关注<sup>[4]</sup>。微动信号重构方法根据使用字典矩阵的不同,主要分为参数化字典和时频字典两类。通过构建完备离散参数化字典并采用匹配追踪类算法,可以实现欠采样信号的恢复和重构<sup>[5]</sup>。因此,稀疏微动特征重构问题可以被看作是欠采样条件下的微动参数估计问题。虽然通过构造完备微动原子字典并采用平滑 $L_0$ 范数(smoothed  $L_0$ )算法<sup>[6]</sup>和正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit)<sup>[7]</sup>等求解,可以获得准确的微动参数,但是构造上述方法所用的字典至少需要3个参数的原子,即微动幅度、频率和初始相位,随着参数维数的增加,字典中的原子数量迅速增加,会导致计算机的存储量和计算时间迅速增加。

相比过完备离散参数化字典,通过时频变换构建的字典矩阵泛化能力更强,因此结合稀疏信号处理的稀疏时频重构方法被广泛应用于处理缺失或欠采样的非平稳信号<sup>[8]</sup>。具有代表性的时频变换包括维纳分布(Wigner-Ville distribution)及其改进型分布<sup>[9-10]</sup>、短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)<sup>[11]</sup>、分数阶傅里叶变换<sup>[12]</sup>等,它们均被构造为稀疏字典矩阵,并用于重构随机缺失的微动时频表征。然而迭代收缩阈值算法(iterative shrinkage-thresholding algorithm, ISTA)<sup>[13]</sup>、交替

方向乘子法(alternating direction multiplier method, ADMM)<sup>[14]</sup>等具有代表性的稀疏重构求解算法的效果依赖于正则化参数的取值,当参数选择不当时会出现幅度衰减和过稀疏等问题<sup>[15]</sup>。虽然已有一些学者开始研究参数的选择问题,但是最优化参数的估计仍然是一个开放问题<sup>[16]</sup>。基于模型驱动的深度学习方法提供了一种解决途径<sup>[17]</sup>,但这类方法均依赖于训练大规模的数据集,所以需要大量时间资源,此外,所训练的参数值与字典的形式紧耦合,导致泛化能力不强。

哈达玛积参数化(Hadamard product parametrization, HPP)的方法已被成功应用于求解稀疏正则化问题,且已被证明可以获得较为稳定的解<sup>[18-19]</sup>。在此基础上,本文提出了一种基于自适应参数估计的微动时频表征重构方法。首先,基于微动目标回波信号在时频域的稀疏性,将数据随机缺失的微动时频表征重构问题建模为 $L_p$ 正则化问题;其次,通过HPP将 $L_p$ 正则化问题转化为多个 $L_2$ 正则化问题,并采用求解精度较高的迭代吉洪诺夫正则化方法交替获得每个 $L_2$ 正则化问题的解,同时基于每次迭代重构的结果自适应地估计优化参数;最后,采用除偏处理减小了重构微动时频表征的幅度衰减。仿真和实测数据的实验结果表明,与传统的微动时频表征重构方法相比,所提方法获得的时频表征更加完整。

## 1 时频表征重构模型

微动目标回波可以由点散射模型构建<sup>[13]</sup>,数据缺失条件下的微动目标回波可表示为:

$$s(t) = \sum_{u=1}^K a_u \rho(t) \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda_c} R_u(t)\right) \quad (1)$$

式中: $K$ 为散射点的数量; $\lambda_c$ 为发射信号波长; $a_u$ 为第 $u$ 个散射点的散射强度; $\rho(t)$ 为回波的缺失采样情况, $\rho(t) \subset \{0, 1\}$ ;  $R_u(t)$ 为第 $u$ 个散射点到雷达参考点的瞬时距离。

$s(t)$ 是由微动调制的非平稳信号,即微多普勒信号。短时傅里叶变换(STFT)可以将非平稳信号的能量在时频平面上进行表征<sup>[20]</sup>,其表达式为:

$$\text{TF}(t, f) = \int s(\tau) g_\sigma(\tau - t) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau \quad (2)$$

式中:  $\text{TF}(t, f)$  为  $s(t)$  的时频表征,  $f$  为瞬时频率;  $g_\sigma$  为一个时长为  $\sigma$  的窗函数, 在本文中窗函数设置为高斯窗。

实际中, 由于  $s(t)$  的部分数据是缺失的, 因此通过 STFT 获得的时频表征往往是散焦的。将其改写为矩阵形式<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{f}_{(NM) \times 1}^0 = \mathbf{H}_{(NM) \times (NM)} \mathbf{Q}_{(NM) \times N} \mathbf{B}_{N \times N} \mathbf{s}_{N \times 1}^0 \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{H} = \text{diag}\{\mathbf{E}, \dots, \mathbf{E}\}$ ,  $\mathbf{E}_{N \times N}$  为离散傅里叶变换矩阵, 其表示形式为:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^1 & \dots & W_N^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $W_N = \exp(-j2\pi/(N))$ ,  $N = Mm_s$ ,  $m_s$  为短时窗的滑动步长;  $\mathbf{Q} = [\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_m, \dots, \mathbf{P}_M]^T$  为滑动窗矩阵,  $\mathbf{P}_m = \text{diag}\{p^m(1), \dots, p^m(n), \dots, p^m(N)\}$ ,  $n \in [1, N]$ , 即对角矩阵;  $\mathbf{B} = \text{diag}\{b(1), \dots, b(n), \dots, b(N)\}$ ,  $b(n) \in \{0, 1\}$ , 即对角的缺失采样矩阵, 短时傅里叶变换矩阵可表示为  $\mathbf{W} = \mathbf{H}\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{NM \times N}$ , 数据无缺失的理想微动目标回波信号为  $\mathbf{s}^0 = [s^0(1), \dots, s^0(n), \dots, s^0(N)]^T$ , 数据缺失的微多普勒信号的时频表征为  $\mathbf{f}^0$ ;  $\mathbf{G}$  为短时傅里叶逆变换, 即  $\mathbf{G} = (\mathbf{W})^\dagger$ ,  $(\cdot)^\dagger$  为求伪逆变换操作。设  $\mathbf{s}^0 = \mathbf{G}\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{f}$  为理想微动目标回波信号时频表征, 则数据缺失的微动目标信号可以表示为:

$$\mathbf{s} = \mathbf{B}\mathbf{G}\mathbf{f} + \mathbf{n} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{n}$  为加性噪声向量。

将式(5)中的复数表示形式转化为实数形式有:

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{s}) \\ \text{Im}(\mathbf{s}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{G}) & -\text{Im}(\mathbf{G}) \\ \text{Im}(\mathbf{G}) & \text{Re}(\mathbf{G}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{f}) \\ \text{Im}(\mathbf{f}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{n}) \\ \text{Im}(\mathbf{n}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

由于微动目标的强散射点通常是稀疏分布的, 因此, 可以通过添加稀疏正则项, 将式(6)转化为  $L_0$  正则化问题:

$$\hat{\mathbf{r}} = \arg \min_{\mathbf{r}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Omega}\mathbf{A}\mathbf{r}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{r}\|_0 \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^{2NM \times 1}$ ;  $\lambda \in \mathbb{R}^+$  为正则化参数;  $\|\mathbf{r}\|_0$  为

向量  $\mathbf{r}$  中非零元素的个数;  $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{s}) \\ \text{Im}(\mathbf{s}) \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{G}) & -\text{Im}(\mathbf{G}) \\ \text{Im}(\mathbf{G}) & \text{Re}(\mathbf{G}) \end{bmatrix}; \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{f}) \\ \text{Im}(\mathbf{f}) \end{bmatrix}; \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{0}) \\ \text{Im}(\mathbf{0}) \end{bmatrix}。$$

$L_0$  正则化问题可以通过 OMP 算法有效解决, 这些算法也被称为原子分解<sup>[6]</sup>。但由于 0 范数是不连续的, 该模型很难求解得到最优解<sup>[13]</sup>。一种有效的策略是将  $L_0$  范数松弛为  $L_1$  范数。松弛后的优化问题可以表示为:

$$\hat{\mathbf{r}} = \arg \min_{\mathbf{r}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Omega}\mathbf{A}\mathbf{r}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{r}\|_1 \quad (8)$$

式中:  $\|\mathbf{r}\|_1$  为向量  $\mathbf{r}$  的元素绝对值之和。  $L_1$  正则化问题可以被当做基追踪问题或者套索回归问题, 可以通过 ADMM 或 ISTA 算法求解实现<sup>[13-14]</sup>。

$L_1$  正则化问题是一个凸优化问题, 这类问题可以获得最优值, 并且在某些条件下还可以得到和  $L_0$  正则化问题一样稀疏的解, 因此被广泛应用, 并被公认为是解决稀疏性问题的有效工具<sup>[16]</sup>。若需要进一步获得比  $L_1$  正则化问题更加稀疏的解, 一种有效的改进方法是将  $L_1$  正则化转换为  $L_p$  正则化, 其表达式为:

$$\hat{\mathbf{r}} = \arg \min_{\mathbf{r}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Omega}\mathbf{A}\mathbf{r}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{r}\|_p^p \quad (9)$$

式中:  $0 < p \leq 1$ ,  $\|\mathbf{r}\|_p$  为正则化项,  $\|\mathbf{r}\|_p = (\sum_{i=1}^{2NM} |r_i|^p)^{1/p}$  为  $L_p$  范数,  $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^{2NM \times 1}$ 。

通常,  $L_p$  正则化问题可以获得比  $L_1$  正则化更稀疏的解, 当  $p \in [1/2, 1)$  时,  $p$  值越小,  $L_p$  正则化问题获得的解越稀疏; 当  $p \in (0, 1/2]$  时,  $L_p$  正则化问题生成的解的稀疏性没有显著变化, 因此  $L_{1/2}$  正则化在所有  $L_p$  正则化中具有代表性<sup>[21]</sup>, 则该问题可以表示为:

$$\hat{\mathbf{r}} = \arg \min_{\mathbf{r}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Omega}\mathbf{A}\mathbf{r}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{r}\|_{1/2}^{1/2} \quad (10)$$

HPP 方法已经被证明可以将  $L_p$  正则化问题表示为多个  $L_2$  正则化问题<sup>[18]</sup>。根据 HPP 方法, 式(9)的求解问题可以改写为:

$$\hat{\mathbf{a}}_l = \arg \min_{\mathbf{a}_l} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Omega}\mathbf{A}(\mathbf{a}_1 \circ \dots \circ \mathbf{a}_k)\|_2^2 +$$

$$\frac{\lambda}{k} \sum_{l=1}^k \|\mathbf{a}_l\|_2^2 \quad (11)$$

式中:  $k = 2/p$ ;  $\mathbf{r} = \mathbf{a}_1 \circ \dots \circ \mathbf{a}_k$ ,  $\circ$  为哈达玛乘积。

哈达玛乘积就是对同等大小的 2 个矩阵相同位置上乘积。式(9)的全局最优解已经被证明可以由式(11)的局部最小值近似得到<sup>[18]</sup>。

## 2 自适应参数估计微动时频表征重构

前文通过引入 HPP 对重构时频表征问题进行了建模, 下面设计一种自适应参数估计方法来重构时频表征。方法的框架如表 1 所示, 式(11)中定义的问题可通过以下步骤进行求解。

表 1 自适应微动时频表征重构算法方法框架

Tab. 1 Algorithm framework of adaptive micro-motion TFR reconstruction

输入: 相对误差  $\xi > 0$ , 迭代计数器  $i = 0$

输出: 时频表征  $f$

1. 初始化:  $\Psi^{(i)}, a_1^{(i)} \dots a_k^{(i)}, \lambda^{(i)}, a = \sqrt[k]{A^T Y}$
2. Repeat
3. for  $l = 1:k$  do
4.  $b_l^{(i)} = (a_1^{(i)} \circ \dots \circ a_k^{(i)}) / a_l^{(i)}$
5. 更新  $\hat{a}_l$
6. 更新正则化参数  $\lambda$
7.  $r^{(i+1)} = a_1 \circ \dots \circ a_k$
8. end for
9. Until  $\|f^{(i+1)} - f^{(i)}\|_2 / \|f^{(i)}\|_2 < \xi$
10. 获得重构的时频表征  $f$

在重构过程中添加了正则化参数  $\lambda$  的更新步骤, 以确保正则化参数  $\lambda$  随着重构结果能够自适应地估计并调整, 其中  $i$  为迭代次数, 通过相对误差  $\|f^{(i+1)} - f^{(i)}\|_2 / \|f^{(i)}\|_2 < \xi$  作为停止迭代的条件,  $\xi$  为相对误差,  $f^{(i)}$  可以表示为:

$$f^{(i)} = r_A^{(i)} + jr_B^{(i)} \quad (12)$$

式中:  $r_A^{(i)} \in \mathbb{R}^{NM \times 1}$  和  $r_B^{(i)} \in \mathbb{R}^{NM \times 1}$  分别由重构向量  $r^{(i)}$  第  $1 \sim NM$  个元素和  $(NM+1) \sim 2NM$  个元素组成, 表 1 中向量  $a$  的元素初始值被设置为  $A^T Y$  元素的  $k$  次方根。

式(11)中定义的问题是一个无约束优化问题, 可以被重新推导为:

$$\min_{a_l} (a_l \circ b_l^{(i)})^T D (a_l \circ b_l^{(i)}) (a_l \circ b_l^{(i)})^T Q + \lambda \frac{a_l^T a_l}{k} \quad (13)$$

式中:  $D = (\Omega A)^T \Omega A$ ;  $Q = (\Omega A)^T Y$ 。

根据哈达玛积的性质,  $(a_l \circ b_l^{(i)})^T D (a_l \circ b_l^{(i)})$  和  $(a_l \circ b_l^{(i)})^T Q$  可以分别转换为  $a_l^T (D \circ b_l^{(i)} (b_l^{(i)})^T) a_l$  和  $a_l^T (b_l^{(i)} \circ Q)$ 。因此, 式(13)可以被改写为:

$$\min_{a_l} a_l^T (D \circ b_l^{(i)} (b_l^{(i)})^T) a_l \dots - 2a_l^T (b_l^{(i)} \circ Q) + \lambda \frac{a_l^T a_l}{k} \quad (14)$$

定义  $G_b = \Omega A \circ (E \otimes (b_l^{(i)})^T)$ , 其中  $E \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$  为元素全为 1 的向量,  $\otimes$  代表克罗内克积。

因此, 式(14)描述的问题可以被重新表述为:

$$a_l^{(i+1)} = \arg \min_{a_l} \|Y - G_b a_l\|_2^2 + \frac{\lambda}{k} \|a_l\|_2^2 \quad (15)$$

式(15)中定义的问题被认为是一个岭回归问题, 可以通过吉洪诺夫正则化有效地求解  $L_2$  正则

化问题<sup>[22]</sup>。为了获得更精确的解, 采用迭代吉洪诺夫正则化求解上述问题, 式(15)描述的问题可以被重新定义为:

$$a_l^{(i+1)} = \arg \min_{a_l} \|Y - G_b a_l\|_2^2 + \lambda \frac{\|a_l - a_l^{(i)}\|_2^2}{k} \quad (16)$$

式(16)的解  $a_l^{(i+1)}$  将会在解  $a_l^{(i)}$  的附近, 当  $0 < \lambda^{(i)} < \infty$ ,  $\|Y - G_b a_l^{(i+1)}\|_2^2$  的值比  $\|Y - G_b a_l^{(i)}\|_2^2$  的值更小。

对式(16)求关于  $a_l$  的偏导, 可得:

$$\frac{\partial}{\partial a_l} \left\{ \|Y - G_b a_l\|_2^2 + \lambda \frac{\|a_l - a_l^{(i)}\|_2^2}{k} \right\} = -k G_b^T Y + k G_b^T G_b a_l + \lambda (a_l - a_l^{(i)}) \quad (17)$$

令其值为零, 则式(16)的解为:

$$a_l^{(i+1)} = \left( G_b^T G_b + \frac{\lambda^{(i)}}{k} I \right)^{-1} \left( G_b^T Y + \lambda^{(i)} \frac{a_l^{(i)}}{k} \right) \quad (18)$$

式中:  $I \in \mathbb{R}^{2NM \times 2NM}$  为单位矩阵。

为了获得正则化参数  $\lambda$ , 将式(18)表示为:

$$\left( G_b^T G_b + \frac{\lambda^{(i)}}{k} I \right) a_l^{(i+1)} = \left( G_b^T Y + \lambda^{(i)} \frac{a_l^{(i)}}{k} \right) \quad (19)$$

经过化简推导可得:

$$\lambda^{(i)} (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) = k G_b^T Y - k G_b^T G_b a_l^{(i+1)} \quad (20)$$

将  $Y$  近似为  $G_b a^{(i+2)}$ , 则:

$$\lambda^{(i)} (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \approx k G_b^T G_b a_l^{(i+2)} - k G_b^T G_b a_l^{(i+1)} \quad (21)$$

进一步, 采用  $(a^{(i+1)} - a^{(i)})$  近似  $(a^{(i+2)} - a^{(i+1)})$ 。

$$\lambda^{(i)} (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \approx k G_b^T G_b (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \quad (22)$$

在等式两边都乘以  $(a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})^T$ , 可得:

$$(a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})^T \lambda^{(i)} (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \approx k (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})^T G_b^T G_b (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \quad (23)$$

因为  $\lambda^{(k)}$  是一个标量, 则式(23)可改写为:

$$\lambda^{(i)} (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})^T (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \approx k (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})^T G_b^T G_b (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}) \quad (24)$$

最终得到正则化参数  $\lambda$  的更新公式为:

$$\lambda^{(i)} = \frac{k \|G_b (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})\|_2^2}{\|a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)}\|_2^2} \quad (25)$$

当  $G_b (a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})$  增大而  $(a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})$  减小时, 认为  $(a_l^{(i+1)} - a_l^{(i)})$  经过  $G_b$  投影后重构信号的效果明显, 所以增大  $\lambda$ ; 反之则减小  $\lambda$ 。

一般情况下, 由于引入稀疏正则化项, 重构结果的幅度与理想数据相比有一定的衰减。采用除偏操作来对重构结果进行处理可以减小幅度的衰减。在除偏操作中, 将重构结果中的零元素或较小的值设置为零, 然后基于处理过的重构结果对目标函数进行最小化。此时, 目标函数可表示为:

$$\min_{r_l} \|Y - Fr_l\|_2^2 \quad (26)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为  $\mathbf{\Omega A}$  的部分列向量组成的矩阵;  $\mathbf{r}_l$  为除偏后的非零元素的向量;  $\mathbf{I}$  为重构结果中非零元素位置相对应的索引号;  $\mathbf{r}$  的非零值可以用  $\mathbf{r}_l$  替换来实现除偏。

采用最小二乘法来求解式(26)中所描述的问题,则  $\mathbf{r}_l$  的解可表示为:

$$\mathbf{r}_l = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{Y} \quad (27)$$

综上所述,基于哈达玛积参数化的自适应微动时频表征重构方法的处理流程如表 2 所示,其中,  $\lambda$  的初始值设置为  $\zeta \|\mathbf{A}^T \mathbf{Y}\|_\infty$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  为无穷范数,且满足  $0 < \zeta \ll 1$ , 向量  $\mathbf{a}$  的元素初始值设置为  $\mathbf{A}^T \mathbf{Y}$  元素的  $k$  次方根。

表 2 基于哈达玛积参数化的自适应微动时频表征

Tab. 2 TFR reconstruction by adaptive Hadamard product parametrization

输入: 相对误差  $\xi > 0$ , 迭代计数器  $i = 0$ ,

输出: 时频表征  $f$

1. 初始化:  $\mathbf{a} = \sqrt[k]{\mathbf{A}^T \mathbf{Y}}$ ,  $\lambda^{(0)} = \zeta \|\mathbf{A}^T \mathbf{Y}\|_\infty$
2. Repeat
3. for  $l = 1 : k$  do
4.  $\mathbf{b}_l^{(i)} = (\mathbf{a}_1^{(i)} \circ \dots \circ \mathbf{a}_k^{(i)}) / \mathbf{a}_l^{(i)}$
5.  $\mathbf{G}_b = \mathbf{\Omega A} \circ (\mathbf{E} \otimes (\mathbf{b}_l^{(i)})^T)$
6.  $\mathbf{a}_l^{(i+1)} = (\mathbf{G}_b^T \mathbf{G}_b + \frac{\lambda^{(i)}}{k} \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{G}_b^T \mathbf{Y} + \lambda^{(i)} \frac{\mathbf{a}_l^{(i)}}{k})$
7.  $\lambda^{(i)} = \frac{k \|\mathbf{G}_b (\mathbf{a}_l^{(i+1)} - \mathbf{a}_l^{(i)})\|_2}{\|\mathbf{a}_l^{(i+1)} - \mathbf{a}_l^{(i)}\|_2}$
8. end for
9.  $\mathbf{r}^{(i+1)} = \mathbf{a}_1 \circ \dots \circ \mathbf{a}_k$
10. Until  $\|\mathbf{r}^{(i+1)} - \mathbf{r}^{(i)}\|_2 / \|\mathbf{r}^{(i)}\|_2 < \xi$
11. Update  $\mathbf{r}$  by  $\mathbf{r}_l = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{Y}$
12.  $\mathbf{f}^{(i+1)} = \mathbf{r}_A^{(i+1)} + j \mathbf{r}_B^{(i+1)}$
13. 获取重构的时频表征  $f$

### 3 实验结果与分析

本节采用仿真和实测数据验证所提方法的性能。所有仿真和实验在配置为 Intel Core i5-9300H @ 2.40 GHz CPU 的个人电脑使用 MATLAB 2019 实现。

#### 3.1 仿真验证

为保证 STFT 字典矩阵重构的性能,设滑动步长  $m_s$  为 1,高斯窗函数的长度为 53。为减少迭代误差,设相对误差  $\xi < 0.01$ 。基于大量的实验验证,将参数  $\zeta$  设置为 0.1~0.001。后续选择对比的硬阈值迭代(iterative hard-thresholding, IHT)<sup>[16]</sup>算法、迭代收缩阈值算法(ISTA)<sup>[13]</sup>、交替方向乘子法(ADMM)<sup>[14]</sup>的正则化参数区间为 0.1~0.01,ADMM 算法的惩罚参数设为 0.1。

#### 3.1.1 圆柱体目标的回波信号

首先对圆柱体翻滚目标的回波信号进行仿真分析,验证所提方法的可行性。设目标有 3 个强散射点,其中一个位于目标中心,其余 2 个微动散射点对称分布于圆柱底面圆环边缘,圆环边缘散射点的回波可近似为正弦调频信号。翻滚半径为 0.3 m,径向速度为 1 m/s,加速度为  $-2 \text{ m/s}^2$ ,翻滚频率为 1 Hz。

翻滚目标回波信号时频表征仿真结果如图 1 所示。图 1(a)为数据没有缺失的理想信号时频表征。数据随机缺失 35% 的样本,数据缺失模型如图 1(b)所示,白色和黑色部分分别为缺失样本和可用样本。翻滚目标缺失回波信号的时频表征如图 1(c)所示,可见因为数据的缺失,时频域中出现了一些干扰的伪峰。IHT、ISTA、ADMM 和所提方法重构的时频表征分别如图 1(d)~图 1(g)所示。通过比较可以看出,相比其他算法,IHT 算法重构的微动特征在时频域上并不显著。与 IHT 算法相比,ISTA 算法和 ADMM 算法所得到的时频特征相对聚焦,但是与理想信号的时频特征相比还有差距,存在明显的数据缺失。此外,与 ISTA 算法、ADMM 算法相比,所提方法可以重建出更为完整的时频表征。

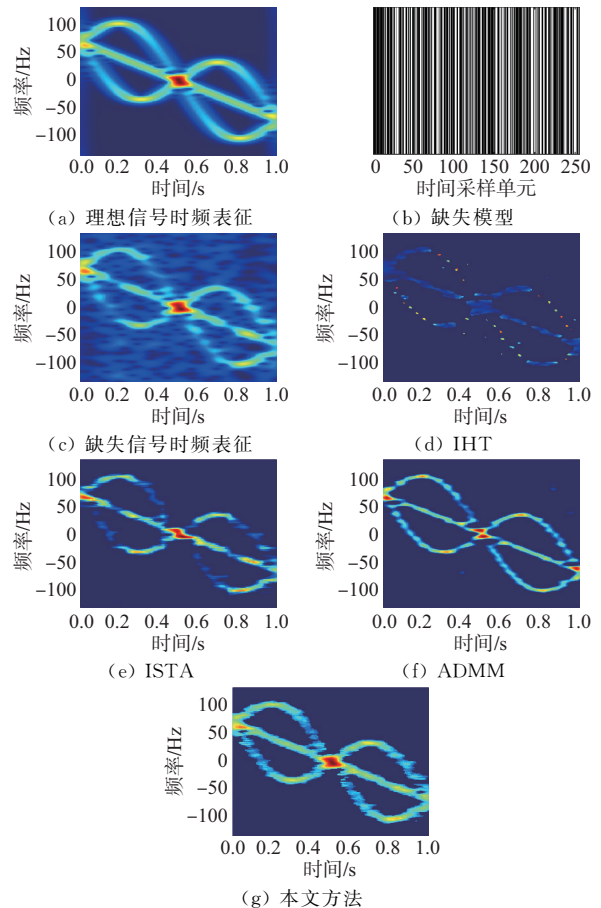


图 1 不同方法重构的翻滚目标回波信号时频表征结果  
Fig. 1 Reconstructed TFR of the echoes for tumbling target by different methods

表 3 为本文所提方法与 IHT、ISTA、ADMM 算法的对比结果。可见,在相同的软硬件条件下,IHT、ISTA、ADMM 和所提方法的运行时间分别为 17 s、15 s、51 s 和 391 s。虽然所提方法的执行时间相对较长,但是由于自适应更新正则化参数且对重构的时频表征采用了除偏处理,使得所提方法重构的时频表征相对于其他方法更接近理想信号的时频表征。

表 3 算法运行时间对比结果

Tab. 3 Comparison results of algorithm running time		
算法	运行时间/s	软硬件条件
IHT	17	CPU: Intel Core i5-9300H @ 2.40 GHz; 内存 32 G; 硬盘 2 T 操作系统: 64 位; MATLAB 2019
ISTA	15	
ADMM	51	
本文方法	391	

### 3.1.2 锥体进动目标回波信号

采用锥体进动目标的仿真数据验证所提方法的有效性。相比于翻滚,目标进动更加复杂。进动的无尾翼锥体目标包含锥顶散射点和锥底面的 2 个滑动散射点,设进动频率为 1 Hz,进动角为  $10^\circ$ ,质心到圆锥顶和底部的距离分别为 2 m 和 0.5 m,锥底半径为 0.5 m,雷达载频为 10 GHz,采样频率为 256 Hz。

进动目标回波信号时频表征仿真结果如图 2 所示。图 2(a)为数据没有缺失的理想信号时频表征。当数据随机缺失 35% 时,数据缺失的模型如图 2(b)所示,白色和黑色部分分别为缺失样本和可用样本。采用图 2(b)所示的缺失数据,进动目标回波缺失信号的时频表征如图 2(c)所示。因为数据的缺失,微动目标回波信号在时频域中是散焦的。采用 IHT、ISTA、ADMM 和本文所提方法重构的时频表征分别如图 2(d)~图 2(g)所示。对比可以发现,上述方法都能够减小缺失样本带来的背景噪声,相对于其他方法,IHT 算法重构的时频表征是不连续且过稀疏的。相对于理想信号,ISTA 算法、ADMM 算法所重构的数据在时频域有部分的缺损。相较于 ISTA 算法和 ADMM 算法,所提方法重构的时频表征较为完整。如表 3 所示,在相同的软硬件条件下,IHT、ISTA、ADMM 和所提方法的执行时间分别为 17 s、16 s、64 s 和 410 s。尽管本文所提出的方法需要更长的执行时间,但它可以使重构的时频表征更接近理想信号的时频表征,具有一定的优势。

为了定量分析所提方法的性能,采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 来衡量重构结果与理想信号时频表征之间的差异程度,具体定义为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{\text{framesize}} \sum_{i=1}^{\text{framesize}} [|\mathbf{f}_i| - |\hat{\mathbf{f}}_i|]^2} \quad (28)$$

式中:framesize 为重构时频图的像素数量;  $|\mathbf{f}_i|$  为

重构时频图第  $i$  个像素的幅度值;  $|\hat{\mathbf{f}}_i|$  为理想信号时频图的第  $i$  个像素的幅度值。

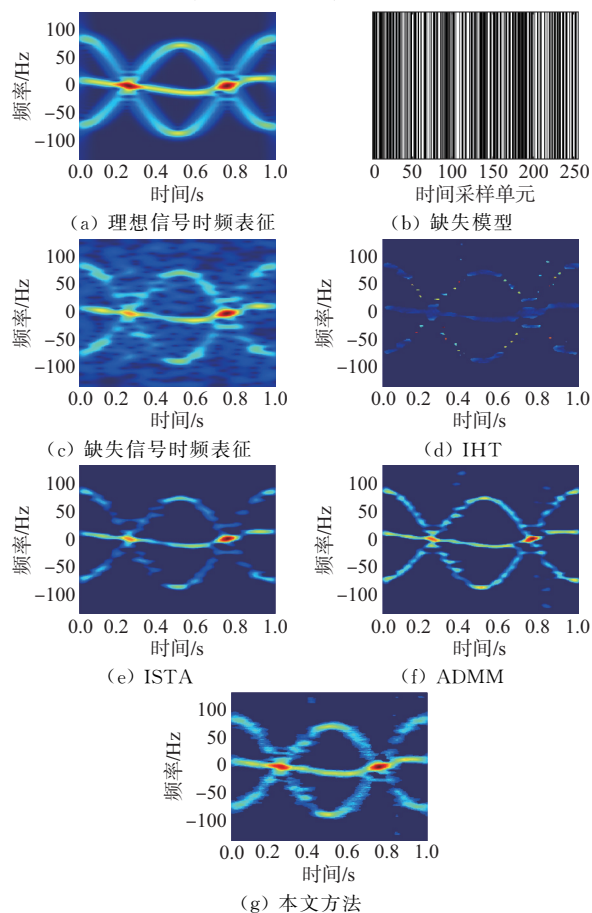
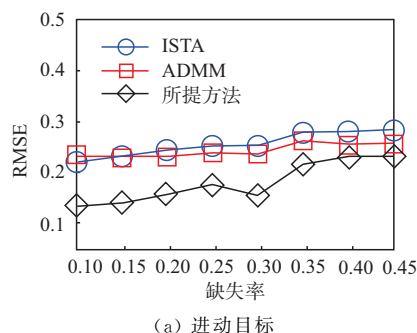


图 2 不同方法重构的进动目标回波信号时频表征结果  
Fig. 2 Reconstructed TFR of the echoes for cone-shaped precession target by different methods

采用不同缺失率的进动、翻滚目标回波数据进行分析验证。由图 1(d)和图 2(d)可以发现,IHT 算法恢复的时频表征过于稀疏,性能明显低于 ISTA 算法、ADMM 算法和本文所提方法,所以不参与第 3 部分实验。将 ADMM<sup>[14]</sup>、ISTA 和本文所提方法的处理结果进行比较。如图 3 所示,当缺失率为 0.1~0.45 时,所提方法重构的微动时频表征误差最小,因此所提方法可以稳健地重构出更加准确的微动目标回波信号时频表征。当缺失率为 0.45 时,所提方法相较于其他算法的 RMSE 没有明显的差异,这是因为当数据缺失过多时,重构的时频表征的非零元素较少,从而影响了除偏处理的性能。



(a) 进动目标

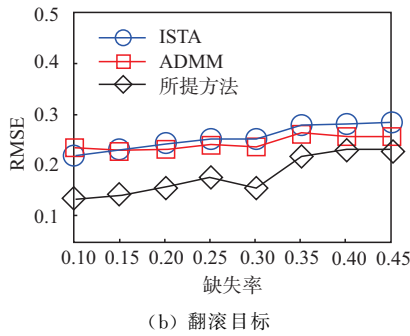


图 3 不同方法重构结果的 RMSE 和缺失率关系曲线  
Fig. 3 Relationship curves between RMSE and missing rate of reconstruction results of different methods

3.2 实测数据验证

采用英国格拉斯哥大学 Syed 等采集的人体微动回波实测数据进一步验证所提方法的性能。该数据来源于 Ancortek 公司的连续波雷达采集的人体微动回波数据库。雷达工作载频为 5.8 GHz。实验人员行走和跌倒的原始回波时频表征,分别如图 4(a)和图 4(d)所示。对原始回波信号进行 26% 的随机缺失处理,缺失信号的时频表征分别如图 4(b)和图 4(e)所示。受到数据缺失的影响,时频域存在大量背景噪声,部分人体微动回波被淹没在噪声中,从而影响了人体微动特征的提取。采用本文提出方法重构的实验人员行走和跌倒的回波时频表征分别如图 4(c)和图 4(h)所示。对比可以发现,本文所提方法可以有效滤除背景噪声,并能够重构出相对完整的微动时频表征。

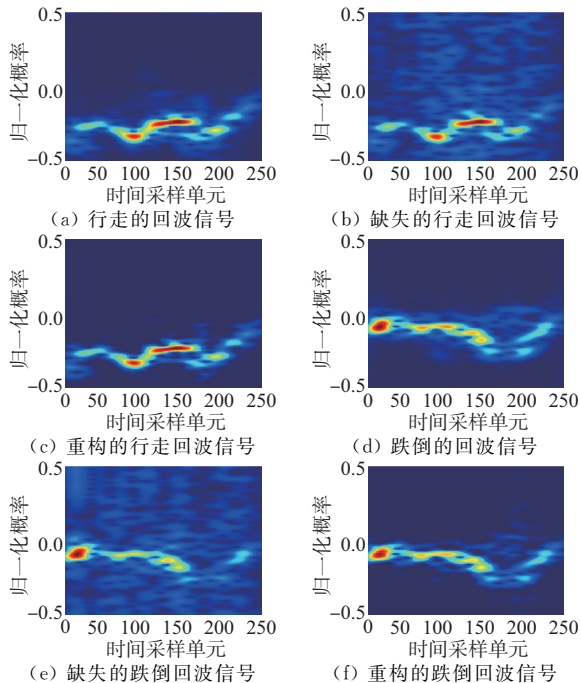


图 4 本文方法重构的人体目标回波信号时频表征  
Fig. 4 Reconstructed TFR of the echoes for human target by proposed method

4 结语

针对数据缺失的窄带雷达微动目标信号时频表征重构问题,本文提出了一种基于自适应参数估计的微动时频表征重构方法。该方法通过哈达玛积参数化将数据随机缺失的微动时频表征重构问题转化为多个  $L_2$  范数最小化的联合优化问题,并利用迭代吉洪诺夫正则化方法求解上述问题,同时在迭代求解过程中,根据重构的结果自适应地估计正则化参数。进一步,通过对重构结果除偏处理减小稀疏先验项引入的时频表征幅度衰减。实验部分分别对仿真的翻滚和进动目标回波和真实人体微动回波进行处理,验证了所提方法的有效性和稳健性。实验结果表明,一方面,相较于 IHT、ISTA、ADMM 算法,所提方法可以稳健地重构出相对更加完整的时频表征;另一方面,正则化参数在迭代步骤是自适应估计的,从而避免了人工设置参数的不足。但本文方法涉及矩阵求逆运算,重建时间通常在分钟级,后续将进一步研究避免矩阵求逆的近似方法来提高所提方法的重建效率,且随着硬件的发展,运算时间也将会一定程度地减少。此外,通过研究更高分辨率的时频字典来进一步提高所提方法的重建性能,也值得继续深入研究。

参考文献

[1] CHEN V C, LI F, HO S S, et al. Micro-Doppler Effect in Radar: Phenomenon, Model, and Simulation Study [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 2-21.

[2] 张群, 胡健, 罗迎, 等. 微动目标雷达特征提取、成像与识别研究进展 [J]. 雷达学报, 2018, 7(5): 531-547.  
ZHANG Q, HU J, LUO Y, et al. Research Progresses in Radar Feature Extraction, Imaging, and Recognition of Target with Micro-Motions [J]. Journal of Radars, 2018, 7(5): 531-547. (in Chinese)

[3] HUI Y, BAI X R, ZHOU F. JTF Analysis of Micro-motion Targets Based on Single-Window Variational Inference [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 59(8): 6600-6608.

[4] SEJDIĆ E, OROVIĆ I, STANKOVIĆ S. Compressive Sensing Meets Time-Frequency: an Overview of Recent Advances in Time-Frequency Processing of Sparse Signals [J]. Digital Signal Processing, 2018, 77: 22-35.

[5] ZHANG Y P, ZHANG L, KANG L, et al. Space

- Target Classification with Corrupted HRRP Sequences Based on Temporal-Spatial Feature Aggregation Network[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2023, 61: 5100618.
- [6] 李康乐. 雷达目标微动特征提取与估计技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010.
- LI K L. Research on Feature Extraction and Parameters Estimation for Radar Targets with Micro-Motions[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- [7] LUO Y, ZHANG Q, QIU C W, et al. Micro-Doppler Feature Extraction for Wideband Imaging Radar Based on Complex Image Orthogonal Matching Pursuit Decomposition[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2013, 7(8): 914-924.
- [8] FLANDRIN P, BORGNAT P. Time-Frequency Energy Distributions Meet Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 2974-2982.
- [9] JOKANOVIC B, AMIN M. Reduced Interference Sparse Time-Frequency Distributions for Compressed Observations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(24): 6698-6709.
- [10] ZHANG S M, ZHANG Y D. Robust Time-Frequency Analysis of Multiple FM Signals with Burst Missing Samples[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(8): 1172-1176.
- [11] GHOLAMI A. Sparse Time-Frequency Decomposition and Some Applications[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(6): 3598-3604.
- [12] 陈小龙, 关键, 于晓涵, 等. 基于短时稀疏时频分布的雷达目标微动特征提取及检测方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(5): 1017-1023.
- CHEN X L, GUAN J, YU X H, et al. Radar Micro-Doppler Signature Extraction and Detection via Short-time Sparse Time-Frequency Distribution[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(5): 1017-1023. (in Chinese)
- [13] WANG H, ZHANG Q, LUO Y, et al. Obtaining TFR from Incomplete and Phase-Corrupted m-D Signal in Real Time[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2022, 19(1): 8003105.
- [14] BAI X R, ZHOU F, HUI Y. Obtaining JTF-Signature of Space-Debris from Incomplete and Phase-Corrupted Data[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(3): 1169-1180.
- [15] BAI X R, ZHOU F. Radar Imaging of Micromotion Targets from Corrupted Data[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(6): 2789-2802.
- [16] ELAD M, FIGUEIREDO M A T, MA Y. On the Role of Sparse and Redundant Representations in Image Processing[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 972-982.
- [17] 徐宗本, 杨燕, 孙剑. 求解反问题的一个新方法: 模型求解与范例学习结合[J]. 中国科学: 数学, 2017, 47(10): 1345-1354.
- XU Z B, YANG Y, SUN J. A New Approach to Solve Inverse Problems: Combination of Model-Based Solving and Example-Based Learning[J]. Scientia Sinica(Mathematica), 2017, 47(10): 1345-1354. (in Chinese)
- [18] HOFF P D. Lasso, Fractional Norm and Structured Sparse Estimation Using a Hadamard Product Parametrization[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2017, 115: 186-198.
- [19] CHEN H L, GAO J H, ZHANG B. An Adaptive Time-Varying Seismic Super-Resolution Inversion Based on  $L_p$  Regularization[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2021, 18(8): 1481-1485.
- [20] COHEN L. Time-Frequency Analysis [M]. Englewood Cliffs: PTR Prentice Hall, 1995.
- [21] XU Z B, CHANG X Y, XU F M, et al.  $L_{1/2}$  Regularization: a Thresholding Representation Theory and a Fast Solver[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(7): 1013-1027.
- [22] ARNOLD N. Solving Ill-Conditioned and Singular Linear Systems: a Tutorial on Regularization[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998, 40(3): 636-666.

(编辑: 徐楠楠)