

# 基于局部模型的再入滑翔类飞行器轨迹 在线调整算法设计

邵雷<sup>1</sup>, 李明杰<sup>1</sup>, 赵锦<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 黄河集团设计研究所, 西安, 710043)

**摘要** 针对再入滑翔类飞行器滑翔过程各种复杂条件不确定以及任务不确定问题, 将轨迹离线优化与在线调整相结合, 提出了一种基于局部模型的轨迹在线调整算法。该算法利用离线 Radau 伪谱函数表征飞行轨迹, 构建轨迹局部模型, 并通过轨迹约束空间离散化形成局部模型集; 在线运行过程中, 引入模糊聚类思想, 设计了一种基于模糊隶属度的局部模型子集构建与更新方法, 根据实时飞行状态以及任务约束构建与更新局部模型子集, 并采用加权融合方法实现轨迹在线生成。最后, 通过仿真分析验证了算法的轨迹生成与在线调整性能。

**关键词** 再入滑翔飞行器; 在线轨迹生成; 局部模型; 任务不确定

**DOI** 10.3969/j.issn.2097-1915.2023.03.009

**中图分类号** V412.4 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2023)03-0064-09

## Local Model Based On-Line Trajectory Adjustment for Reentry Gliding Vehicle

SHAO Lei<sup>1</sup>, LI Mingjie<sup>1</sup>, ZHAO Jin<sup>2</sup>

(1. Air and Missile Defense School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. The Institute of Huanghe Group, Xi'an 710043, China)

**Abstract** Aiming at the uncertainties of various conditions and tasks in the reentry gliding vehicle, an local model based on-line trajectory adjustment algorithm is proposed by the combining of off-line trajectory optimization and on-line trajectory adjustment. Off-line Radau-pseudospectral solution is used for trajectory characterize and local trajectory model construct, with the local model set constructed by the trajectory constraint space discretization. A method of local model subset construct and updating based on fuzzy membership degree is proposed by introducing the idea of fuzzy clustering, with the on-line generation of trajectory realized by the means of trajectory weighted fusion. Finally, the trajectory generation and on-line adjustment performance of the algorithm are verified by simulation analysis.

**Key words** reentry gliding vehicle; on-line trajectory generation; local model; uncertain task

轨迹优化是再入滑翔类飞行器总体设计的重要组成部分<sup>[1]</sup>, 贯穿于整个再入滑翔类飞行器设计过

程, 影响着总体、气动布局、制导控制、动力和结构等多个分系统的设计。

收稿日期: 2022-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(62173339)

作者简介: 邵雷(1982-), 男, 湖北天门人, 副教授, 博士, 研究方向为飞行器制导与控制。E-mail: zj\_shaolei\_2021@163.com

**引用格式:** 邵雷, 李明杰, 赵锦. 基于局部模型的再入滑翔类飞行器轨迹在线调整算法设计[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(3): 64-72.  
SHAO Lei, LI Mingjie, ZHAO Jin. Local Model Based On-Line Trajectory Adjustment for Reentry Gliding Vehicle[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(3): 64-72.

轨迹优化本质上是一类最优控制问题,通常可分为直接法和间接法<sup>[2]</sup>两类求解方法。其中,间接法基于 Pontryagin 极小值原理,利用最优控制一阶必要条件,将轨迹优化问题转化为两点边值问题<sup>[3]</sup>。这种方法求解结果相对精确,但推导过程繁琐且收敛域较小,对初值要求高。直接法采用参数化方法将连续空间的优化问题转化为非线性规划(NLP)问题,并通过数值求解获得最优轨迹<sup>[4-5]</sup>。这种方法求解精度相对较低,但过程简单,同时收敛较快,经过参数化处理后,也可采用各种非线性寻优和智能优化算法求解,是近年来的主要研究方法。其中典型的方法,如 WOA 方法<sup>[6]</sup>、粒子群算法<sup>[7]</sup>、Legendre 伪谱法<sup>[8]</sup>以及 Gauss 伪谱法<sup>[9-10]</sup>等,均应用于再入飞行器的轨迹设计研究。

这些研究对再入滑翔类飞行器离线轨迹设计提供了较大帮助,但不管是直接法还是间接法,本质都是根据状态方程以及约束条件求解满足指标需求的优化轨迹,是一个开环过程。然而,在实际再入过程中,高超声速飞行环境下飞行器存在复杂环境不确定、未建模动态、初始误差等各种不确定与误差,均可能导致飞行器偏离优化的标称轨迹<sup>[11]</sup>。当不确定较小时,在飞行过程中可通过轨迹跟踪控制,使飞行器沿着标称轨迹,这本质上是利用了轨迹跟踪控制系统的鲁棒性;但其鲁棒性是有范围的,当不确定超出轨迹跟踪控制系统鲁棒性所能够覆盖的范围时,这种标称轨迹就变得难以实现。另一方面,当任务出现变化,如终端条件调整时,这种事先规划的轨迹将无法再满足实际飞行需求<sup>[12]</sup>。

基于此,一些学者提出了在线规划的思想,根据飞行状态与任务需求,在线实时生成轨迹<sup>[13]</sup>。一些学者根据拟平衡滑翔条件进行研究,基于速度与航程的关系,速度-阻力关系等飞行器内在机理采用预测校正方法在线生成轨迹<sup>[14-15]</sup>。但当任务发生变化,初始飞行剖面不能满足要求时,需要通过优化重新搜索飞行剖面;也有一些学者采用在线优化方法开展研究,文献[16]采用邻域最优控制方法在线轨迹生成,但该算法仅适用于邻域控制算法稳定裕度范围的轨迹生成,同时由于模型复杂也存在求解不便的问题;文献[17]以飞行器参数、状态误差等在线估计为基础,通过在线轨迹优化实现轨迹的在线生成,尽管适应性变强,但由于优化模型往往较为复杂,同时具有很强的非线性,求解效率难以提高。

为降低模型复杂度,借鉴多变量样条差值轨迹在线生成方法<sup>[18-19]</sup>,本文提出了一种轨迹空间局部模型的轨迹表征方法,采用局部多模型方法直接对轨迹空间进行建模,利用多个局部模型对轨迹空间

进行逼近;为提高在线轨迹生成效率,本文分别提出了一种局部模型子集构建方法与局部模型子集更新方法,在离线规划好的局部轨迹模型集中,根据当前飞行状态以及轨迹空间约束动态选择与当前飞行状态最为接近的局部轨迹模型,进而形成用于轨迹在线生成的局部模型集;并以此为基础,加权融合方法实现轨迹在线生成。

## 1 基于最优控制的标称轨迹生成

### 1.1 再入运动方程组

忽略地球自转的影响,在极坐标系下描述再入飞行过程,选择飞行器状态量  $x = (h, V, \gamma, \Psi, \phi, \varphi)$ , 分别为当地高度、速度、航迹倾角、航迹偏角、经度、纬度;控制量  $u = (\alpha, \beta)$ , 分别为攻角和倾侧角,建立如下的三自由度运动模型<sup>[20]</sup>。

$$\begin{aligned} \dot{h} &= V \sin \gamma \\ \dot{V} &= -\frac{D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} &= \frac{L}{mV} \cos \beta + \cos \gamma \left( \frac{V}{R_e + h} - \frac{g}{V} \right) \\ \dot{\Psi} &= \frac{L}{mV \cos \gamma} \sin \beta + \frac{V}{R_e + h} \cos \gamma \sin \Psi \sin \phi \\ \dot{\phi} &= \frac{V}{R_e + h} \cos \gamma \cos \Psi \\ \dot{\varphi} &= \frac{V}{R_e + h} \cos \gamma \sin \Psi / \cos \phi \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $R_e = 6\,371.2$  km 为地球半径;  $m$  为飞行器质量;  $g$  为重力加速度; 升力和阻力分别如下:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L(\alpha), D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(\alpha) \quad (2)$$

式中:  $S$  为参考面积;  $\rho$  为大气密度;  $C_L, C_D$  分别为升力系数与阻力系数。

### 1.2 再入约束条件

考虑再入滑翔飞行器结构、材料、热流以及能力等因素的影响,再入飞行过程必须受到严格约束,主要包括“动压约束、过载约束、状态量约束及热流密度约束”。

#### 1.2.1 动压约束

为满足热防护材料结构强度设计需求与气动控制铰链力矩控制要求,相应的动压约束为:

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 \leq q_{\max} \quad (3)$$

#### 1.2.2 热流密度约束

再入过程中,飞行器与大气摩擦产生强烈的气动加热,形成非常高的气动加热率与壁温,导致飞行器隔热层烧蚀。在飞行过程中必须对其热流密度进

行严格约束:

$$Q = Q_a Q_r \leq Q_{\max} \quad (4)$$

式中相关参数参考文献[15]选取。

### 1.2.3 过载约束

法向过载最大值主要取决于飞行器的结构强度和 Related 设备的承受能力。为满足结构设计要求,相应的法向过载约束为:

$$n = \sqrt{L^2 + D^2} / m \quad (5)$$

同时,在飞行过程中,其控制量以及状态量也会受到物理特性或工作条件限制,这里不再赘述。

### 1.3 标称轨迹设计

轨迹设计本质上是一个典型的优化问题,在设计轨迹时,通常需要选定优化指标使得轨迹达到一定的性能需求,比较典型的指标有距离最远、总热量最小、平均过载最小等。结合设定的指标需求,综合模型(1)以及约束条件(2)~(5),定义如下指标泛函:

$$J = \Theta(x(t_f), t_f) + \mathbf{v}^T \Psi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (H - \lambda^T \dot{x}) dt \quad (6)$$

式中: $H = L(x, u, t) + \lambda^T f$  为哈密顿函数; $\lambda, \mathbf{v}$  为拉格朗日乘子向量; $\Psi(x(t_f), t_f) = 0$  为终端约束函数; $\dot{x} = f(x(t), u(t), t)$  为系统状态方程。

综上,标称轨迹设计实际上是在给定约束条件下,通过求解最优控制量  $\alpha, \beta$  与飞行时间  $t_f$ ,使得系统性能指标最优。

对于上述问题很难得到解析解,可采用数值方法求解,其中 Radau 伪谱法将状态变量与控制变量在 Legendre-Gauss-Radau(LGR)点上离散,并通过对 LGR 节点的 Lagrange 插值实现对状态变量与控制变量的逼近,将轨迹优化问题转化为数值优化问题进行求解。图 1 为针对文献[20]中的指标、约束模型与参数,采用 Radau 伪谱法通过离线设计得到纵向平面标称轨迹。

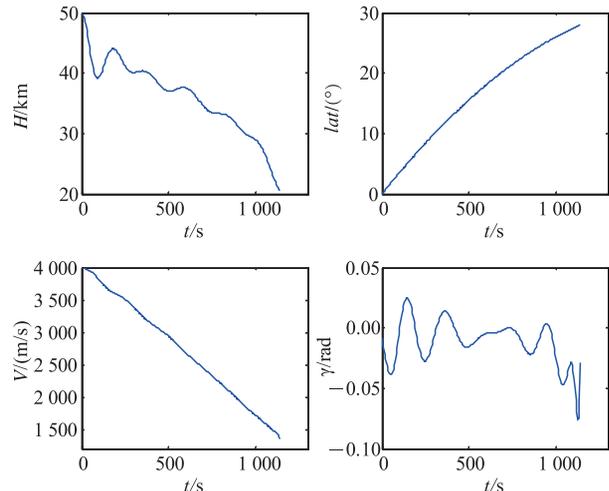


图 1 基于 Radau 伪谱法的离线优化轨迹

## 2 基于局部模型的轨迹在线调整算法设计

滑翔类飞行器再入飞行过程中,不可避免出现各种模型、环境以及任务不确定性,为提高飞行品质,保证飞行器任务的可完成性,需要根据实时飞行条件与任务对轨迹进行在线调整。本文将离线轨迹优化与在线轨迹调整相结合,提出一种基于局部模型的轨迹在线调整算法,其流程图如图 2 所示。

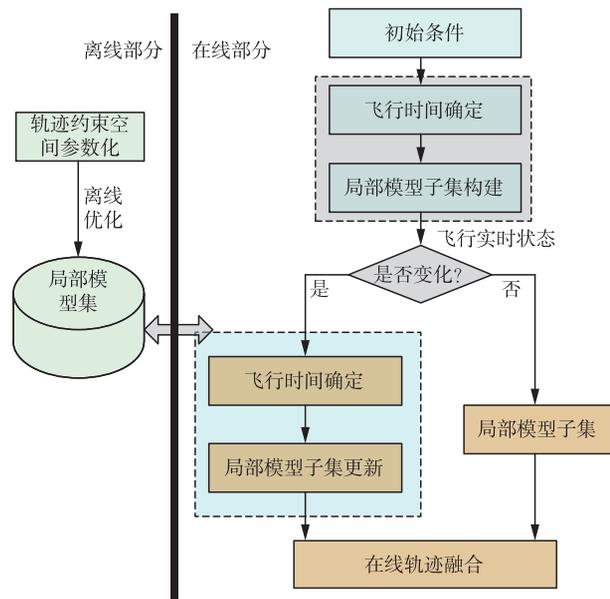


图 2 基于局部模型的轨迹在线调整算法流程图

从图 2 可以看出,该调整算法分为离线与在线两个部分,离线部分在建立轨迹局部模型表征的基础上,通过轨迹约束空间离散化与离线优化方法构建覆盖轨迹空间的局部模型集;在线部分根据飞行状态与任务通过轨迹融合在线生成轨迹。同时,在在线轨迹生成过程中引入模糊聚类思想,通过选择与当前状态相似度较高的部分局部模型构建局部模型子集以减少在线轨迹生成计算量,并对飞行时间与局部模型子集参数进行更新,提高在线轨迹融合质量。

### 2.1 轨迹空间局部模型表征与模型集构建

局部多模型建模是近年来出现的一种针对复杂非线性系统的建模方法,其实质是基于“分解-合成”策略,按照分解准则将复杂非线性系统分解为多个简单的局部模型,并通过合理的模型融合实现对原系统的逼近,同时利用即时数据进行在线建模更新局部模型集,适应系统不确定的变化。

#### 2.1.1 飞行轨迹局部模型表征

考虑特定条件下的飞行轨迹本质上是一组包含飞行器各种飞行状态的空间曲线,对其进行建模可

描述为对空间曲线的表征。鉴于 Radau 伪谱法本质上是通过优化方法得到状态变量与控制变量在 Legendre-Gauss-Radau(LGR)点上的离散解,并利用这些离散解在 LGR 节点上的 Lagrange 插值对轨迹优化问题解析解的一种表征。因此,轨迹可以近似表征为如下形式:

$$x(\tau) \approx X(\tau) = \sum_{j=1}^{N+1} X_j \ell_j(\tau), \ell_j(\tau) = \prod_{l=1, l \neq j}^{N+1} \frac{\tau - \tau_l}{\tau_j - \tau_l} \quad (7a)$$

$$u(\tau) \approx U(\tau) = \sum_{j=1}^{N+1} U_j \ell_j(\tau), \dot{\ell}_j(\tau) = \prod_{l=1, l \neq j}^{N+1} \frac{\tau - \tau_l}{\tau_j - \tau_l} \quad (7b)$$

式中:  $U_j, X_j, j=1, 2, \dots, N+1$  为优化得到的离散点;  $(\tau_1, \dots, \tau_N)$  为 LGR 配置点,  $\tau_N=1$  为非配置点,表示结束时刻;  $\ell_j(\tau), \dot{\ell}_j(\tau)$  为 Lagrange 插值多

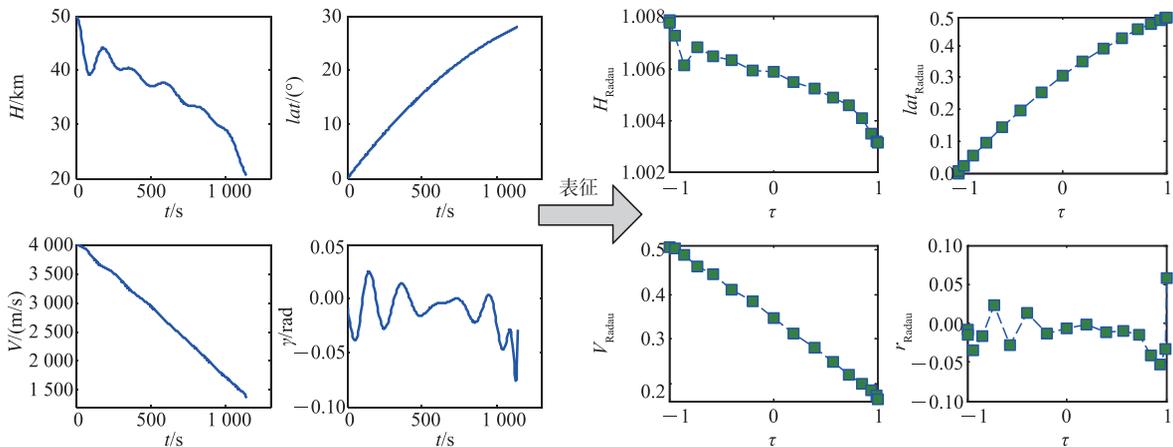


图 3 飞行轨迹与 0.5~0.2 均分模型表征的关系示意图

通过图 3 可以看出,采用局部模型表征方法可通过少量的数据点实现对轨迹的描述,数据点的数量取决于满足给定精度与性能指标的 Radau 伪谱法离散点的数量,进而可以在很大程度上简化对非线性轨迹模型的描述。

### 2.1.2 轨迹空间局部模型集构建

通过上述局部模型对轨迹的表征可以看出,通过一个局部模型可以表征特定初始条件与终端条件的一条轨迹。基于此,本文采用状态离散化方法构建轨迹空间及对应的模型集,对轨迹空间不同初始条件与终端条件进行状态离散化构建轨迹约束空间,并采用离线优化方法获取轨迹约束空间中每一个元素对应的轨迹局部模型。

假定  $d$  维约束空间中每一个维度的状态分别定义为  $p^i, i=1, 2, \dots, d$ , 同时每一个状态可能取值的集合为实数空间的子集,即  $p^i \in R_i \subset R, i=1, 2, \dots, d$ 。进而,可以构建约束空间如下:

$$R^d \supset P_c = \prod_{i=1}^d R_i = R_1 \times R_2 \times \dots \times R_d \quad (9)$$

项式。

可以看出 Lagrange 插值多项式建立了一种由离散解到轨迹空间的映射,通过这种映射即可根据优化得到的离散点形成特定条件下的飞行轨迹。考虑 Radau 伪谱优化离散点建立在归一化时间  $[-1, 1]$  上的,具有较强的通用性;同时,能够通过采用较少的离散点获得较高的表征精度。本文选择具有  $N$  个 LGR 节点的状态变量与控制变量作为该局部模型

$$T = \{K_1, K_2, \dots, K_N\} \quad (8)$$

式中:  $T_i = \{K_i\} = \begin{Bmatrix} X_i \\ U_i \end{Bmatrix}, i=1, 2, \dots, N$  为  $N$  个

LGR 节点的状态变量与控制变量。

基于上述表征方法,即可很简便的实现特定条件轨迹的表征,如图 3 所示。

考虑实际轨迹空间中初始条件与终端条件均在有限范围内变化,因此可采用有限个参数分别描述每一个状态:

$$p^i = \{p_1^i, p_2^i, \dots, p_{n_i}^i\} \quad (10)$$

式中:  $p_1^i, p_2^i, \dots, p_{n_i}^i$  为非减序列,  $i=1, 2, \dots, d$ 。

进而,约束空间又可描述为如下形式:

$$P = \prod_{i=1}^d P^i = P^1 \times P^2 \times \dots \times P^d \quad (11)$$

上述描述方法实质是对约束空间  $P$  按照一定方式进行网格划分,约束空间  $P$  中包含  $n_G = \prod_{i=1}^d n_i$  个元素,实际也是约束空间中所有网格点  $P_i = \{p_1^1, p_2^2, \dots, p_{n_i}^d\}$  的组合,即

$$P_c \cong P = \{P_i\}_{i_1=1, \dots, i_d=1}^{n_1, \dots, n_d} \quad (12)$$

基于此,在离线情况下通过对覆盖约束空间的  $n_G$  个元素进行求解,即可得到覆盖轨迹空间的局部模型集。针对文献[20]中的模型,选择再入高度为 50 km,再入速度为 4 000 m/s,终端高度约束为 20 km,当纵向飞行距离发生变化时,对不同纵向飞行

距离约束进行离线轨迹优化构成覆盖飞行范围的轨迹集示意图如图4所示。

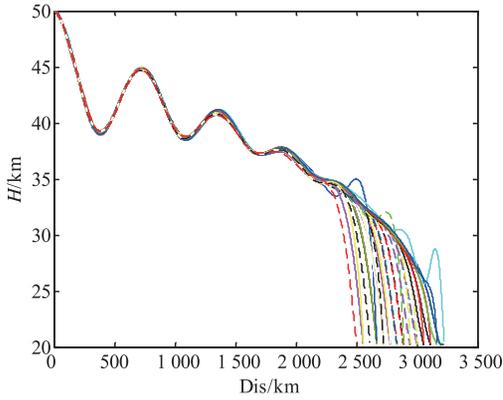


图4 局部模型集对轨迹空间覆盖示意图

## 2.2 局部模型子集构建

覆盖轨迹空间的局部模型集 $\mathbf{P}_c$ 包含了覆盖约束空间 $n_G$ 个元素对应的各种不同轨迹,将其直接用于轨迹生成不仅会增加轨迹生成的计算量,同时还会由于小关联度轨迹的引入影响轨迹生成的质量。因此,在实际轨迹生成过程中需要根据轨迹生成状态条件,选择最合适的局部模型构成局部模型子集生成轨迹。

一些学者采用网格插值方法<sup>[18-19]</sup>,在约束空间 $\mathbf{P}_c$ 的网格点中选择离要生成轨迹特征中每个维度状态最近的元素形成新的网格点,构成轨迹空间局部模型子集 $\bar{\mathbf{P}}_c$ ,如图5所示。则 $\bar{\mathbf{P}}_c$ 可描述如下:

$$\bar{\mathbf{P}}_c = \{\bar{\mathbf{P}}_i\}_{i=1, \dots, 2}^{2, \dots, 2} \quad (13)$$

式中: $\bar{\mathbf{P}}_i = \{\bar{p}_1^i, \bar{p}_2^i, \dots, \bar{p}_d^i\}$ ;  $\bar{p}_j^i \in [p_L^j, p_U^j]$ ;  $p_U^j$ 为约束空间中该维上大于给定生成轨迹状态量且距离其最近的点;  $p_L^j$ 为约束空间中该维上小于给定生成轨迹状态量且距离其最近的点。

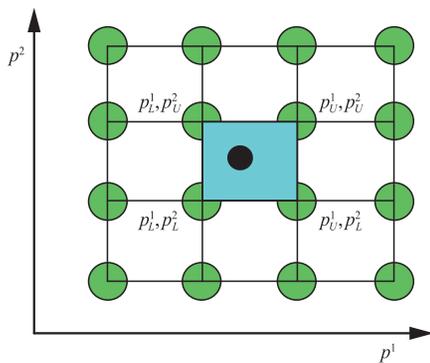


图5 局部模型子集选取示意图

为进一步降低计算量,本文借鉴模糊聚类思想,基于相似输入产生相似输出原理的“近邻相似准则”构建局部模型子集,即评判所选择信息与当前输入向量的匹配程度,越靠近当前输入向量的信息,越能反映当前时刻系统的动态行为。利用局部模型子集 $\bar{\mathbf{P}}_c$ 中每个变量的边界构建新的轨迹空间局部模型

网格数据,并借鉴文献[21]中对输入输出空间进行模糊划分的方法,利用当前数据与局部模型子集中数据的模糊隶属度来选择合适的局部模型子集。具体步骤如下:

### 2.2.1 以 $\bar{\mathbf{P}}_c$ 中每个元素为中心构建模糊子集

对以 $\bar{\mathbf{P}}_c$ 中各元素为中心形成的网格进行模糊划分,构建如下模糊子集。

$$\mathbf{A} = [A_{i_1}^1, A_{i_2}^2, \dots, A_{i_d}^d] = \{[p_{i_1}^1, p_{i_2}^2, \dots, p_{i_d}^d], [\omega_{i_1}^1, \omega_{i_2}^2, \dots, \omega_{i_d}^d]\} \quad (14)$$

式中, $A_{i_1}^1$ 为各个模糊子集中心; $p_{i_j}^j$ 为模糊子集中心对应的每一维度变量; $\omega_{i_j}^j$ 为对应维度的模糊相对半径; $1 \leq i_j \leq N_j$  ( $1 \leq j \leq d$ ),  $N_j$ 为第 $j$ 维度变量的模糊划分数。

### 2.2.2 模糊子集隶属度计算

引入多维隶属度函数,对模糊子集的隶属度进行计算:

$$\mu_{A^l}(\mathbf{P}) = \begin{cases} 1 - d^l(\mathbf{P}), & \text{if } d^l(\mathbf{P}) \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

式中, $d^l(\mathbf{P})$ 为模糊子空间 $\mathbf{A}$ 与输入数据向量 $\mathbf{P}$ 之间的欧氏相对距离:

$$d^l(\mathbf{P}) = \frac{[\sum_{i=1}^d (p_{i_i}^i - p_i(k))^2]^{1/2}}{[\sum_{i=1}^d (\omega_{i_i}^i)^2]^{1/2}} \quad (16)$$

根据式(15)可依据飞行状态在线选择离当前状态最为接近(即隶属度较大)的轨迹局部模型形成局部模型子集。具体选择方法可通过设定一定的阈值来实现。

## 2.3 局部模型子集更新

在在线运行过程中,随着飞行状态、模型不确定以及飞行任务不确定带来约束空间的变化等因素的影响,需要重新构建局部模型子集,以提高轨迹生成的质量。考虑局部模型运行时间为定义在 $\tau \in [-1, +1]$ 上的归一化时间,而轨迹生成的物理时间定义在 $t \in [t_0, t_f]$ 。为保持时间的一致性,定义如下时间映射关系:

$$t = \frac{t_f - t_0}{2} \tau + \frac{t_f + t_0}{2}, \tau = \frac{2}{t_f - t_0} t - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \quad (17)$$

根据局部模型对轨迹的描述,每一条定义于物理时间 $[t_0, t_f]$ 的轨迹可表述为如下局部模型:

$$T = \left\{ \begin{matrix} X_1, X_2, \dots, X_N \\ U_1, U_2, \dots, U_N \end{matrix} \right\} \quad (18)$$

局部模型子集更新实质是基于当前飞行状态与轨迹剩余飞行时间,利用全局轨迹模型建立从当前时刻开始到飞行结束的局部模型,若局部模型结构

与全局模型一致,则仅需参数进行更新。此时,需要建立一种高效的映射,将定义于物理时间 $[t_0, t_f]$ 上的全局轨迹模型转换为基于当前时间 $[t, t_f]$ 的局部轨迹模型。基于各条轨迹在轨迹空间的唯一性,局部模型节点参数可表示为:

$$\tilde{T}(\tilde{\tau}_m) = \sum_{i=1}^N T_i \prod_{k=0, k \neq i}^N \frac{F(\tilde{\tau}_m) - \tau_k}{\tau_i - \tau_k} \quad (19)$$

式中: $\tilde{\tau}_m \in [-1, +1]$ ,  $m=1, 2, \dots, N_m$  为局部模型新节点位置; $F(\cdot)$ 为将新模型归一化时间转化为局部模型 $T$ 下归一化时间的映射函数。

基于上述关系,局部模型子集参数可采用如下方式进行更新:

$$\tilde{T} = T\Psi \quad (20)$$

式中: $\Psi$ 为 $N \times N_m$ 的转换矩阵;

$$\Psi = \begin{bmatrix} \prod_{k=2}^N \frac{F(\tilde{\tau}_1) - \tau_k}{\tau_1 - \tau_k} & \dots & \prod_{k=2}^N \frac{F(\tilde{\tau}_{N_m}) - \tau_k}{\tau_1 - \tau_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \prod_{k=1}^{N-1} \frac{F(\tilde{\tau}_1) - \tau_k}{\tau_N - \tau_k} & \dots & \prod_{k=1}^{N-1} \frac{F(\tilde{\tau}_{N_m}) - \tau_k}{\tau_N - \tau_k} \end{bmatrix}。$$

#### 2.4 基于局部模型子集的轨迹融合

由于环境、模型、任务以及初始条件等各种不确定因素的影响,飞行器实际飞行轨迹特征模型往往很难与模型集中的某一局部模型完全匹配。为此,采用多个轨迹局部模型加权的方式,根据各个轨迹局部模型与飞行器实际飞行状态的匹配程度在线对轨迹进行融合。因此,加权系数的计算变得至关重要。本文加权融合过程中,在当前信息的基础上引入飞行过程历史信息,构成综合性能指标,评价各个轨迹局部模型与实际飞行轨迹的匹配度。综合性能指标定义如下:

$$J_i(k) = \alpha e_i^2(k) + \beta \sum_{j=k-h+1}^{k-1} \exp(-\tau(k-j)) e_i^2(j) \quad (21)$$

式中: $e_i(k) = d^l(\hat{y}_i(k) - y(k))$ 为局部模型子集中第 $i$ 个局部轨迹模型在时刻 $k$ 的轨迹偏差,其中 $\hat{y}_i(k)$ 为第 $i$ 个局部轨迹模型在时刻 $k$ 的轨迹状态( $i=1, 2, \dots, S$ ),  $y(k)$ 在时刻 $k$ 飞行器的实际飞行轨迹状态; $h$ 为所选取的有限时域长度; $\alpha > 0$ 与 $\beta > 0$ 分别决定当前误差与历史误差在性能指标中的权重,确定了当前时刻误差和过去时刻误差组合对性能指标的相对重要程度; $\tau > 0$ 为遗忘因子,表示性能指标的记忆效应。

性能指标表示数学模型与被控对象的匹配程度, $J_i(k)$ 越大,表明第 $i$ 个模型与实际对象的匹配程度越低。则权值的计算方法如下<sup>[22]</sup>:

$$\omega_i(k) = J_i^{-1}(k) / \sum_{j=1}^S J_j^{-1}(k) \quad (22)$$

#### 2.5 终端飞行时间确定

为了简化计算过程,轨迹融合在归一化时间上进行,产生的轨迹数据只有转换为物理时间下才会变得有意义。多数文献采用多变量插值方法计算实际运行时间<sup>[18]</sup>,但这种计算方法计算出来的时间运行时间误差较大。为进一步提高轨迹生成质量,本文采用基于相对距离的运行时间统计估计方法。

以局部模型子集内各条轨迹中所需时间最短的轨迹为基准,记为 $\tilde{o}$ ,通过计算各条轨迹约束条件相对于基准轨迹约束条件的距离 $S(X(q), X(\tilde{o}))$ ,以及对应的时间差 $\Delta t_{\tilde{o}q}^{\text{final}} = t_q^{\text{final}} - t_{\tilde{o}}^{\text{final}}$ 。假定相对距离与时间服从给定的函数分布,通过曲线拟合确定给定函数参数,进而根据轨迹的约束条件即可得到相对于基准弹道的时间偏差 $\Delta t$ 。

### 3 仿真分析

为验证本文提出算法的有效性,采用文献<sup>[19]</sup>中的模型进行仿真分析;为简化分析过程,选择纵向平面内的轨迹生成问题进行研究。选择飞行器再入高度为50 km,再入速度为4 000 m/s,再入倾角 $-0.5^\circ$ ,终端约束高度为20 km,终端飞行距离与飞行速度随着任务不同而变化。当选择不同终端飞行距离与飞行速度并按照最短时间再入时,采用离线优化方法可以得到多条轨迹模型,通过式(8)进行局部模型表征,可按照式(12)构建覆盖假定条件的局部模型集,如图6所示。

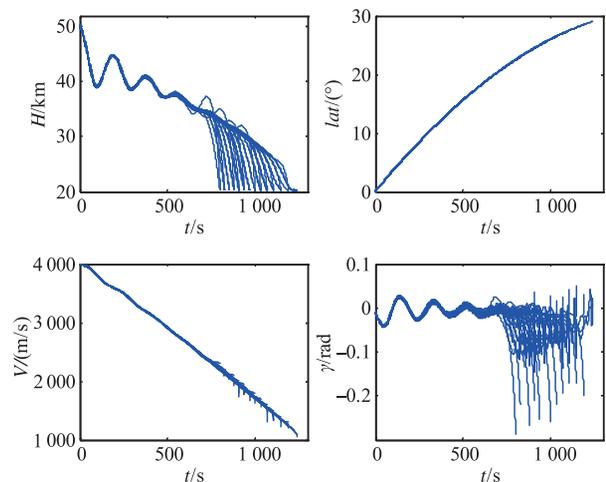


图6 局部模型集轨迹曲线

#### 3.1 轨迹生成能力分析

为验证在线调整算法在模型集覆盖范围内的轨迹生成能力,采用遍历方法对模型集合中的各个模型轨迹生成能力进行测试。测试时,在模型集合中删除某一特定模型形成新的模型集,生成与该删除

模型具有相同初始条件与终端条件的轨迹,并将新生成的轨迹与原删除的轨迹进行对比,得到如图 7 所示的轨迹误差曲线集合。

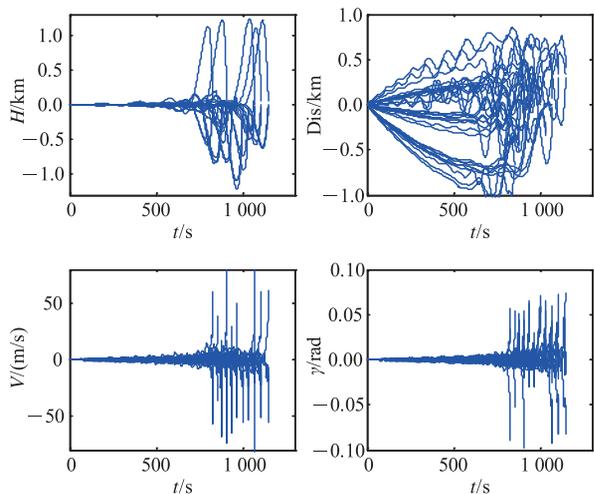


图 7 轨迹生成误差曲线集合

从图 7 中的误差曲线可以看出,采用本文算法在线生成的轨迹误差较小。高度误差、射程误差在 1.5 km 范围以内,速度误差在 70 m/s 范围以内,再入倾角误差在  $4^\circ$  范围以内。可以看出采用本文算法生成的轨迹相比离线优化的轨迹具有相似的特性。

### 3.2 轨迹在线调整能力分析

#### 3.2.1 初始不确定条件下在线调整能力分析

为验证初始不确定条件下本文算法的在线调整能力,选择再入高度分别为 45 km, 50 km, 55 km, 速度分别为 3 950 m/s, 4 000 m/s, 4 050 m/s, 再入倾角为  $-0.5^\circ$ , 终端约束条件为高度 20 km, 按照射程最远进行离线优化构建模型集。

仿真分析过程假定实际再入条件为高度 52 km, 速度 4 000 m/s, 倾角  $-0.5^\circ$ , 采用本文轨迹在线调整算法所生成轨迹与采用 Radau 伪谱离线优化算法对该初始条件与同样的终端约束进行优化时的轨迹优化结果对比曲线如图 8 所示。

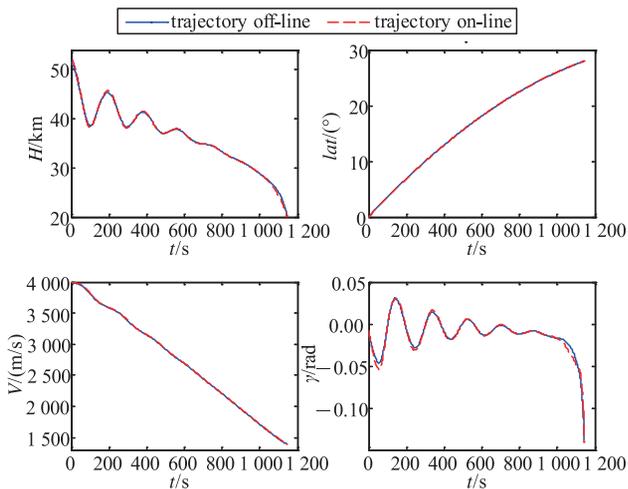


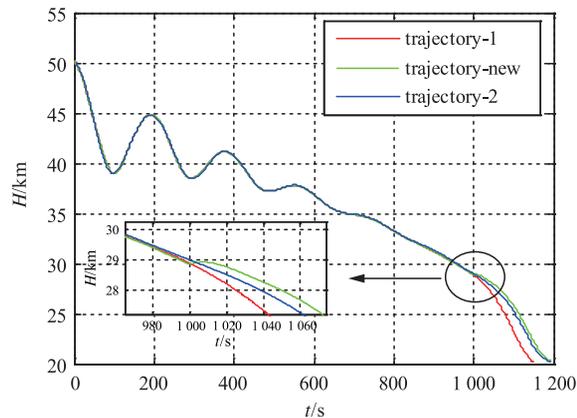
图 8 轨迹对比与误差曲线

图 8 中在线轨迹为采用本文方法生成, 离线轨

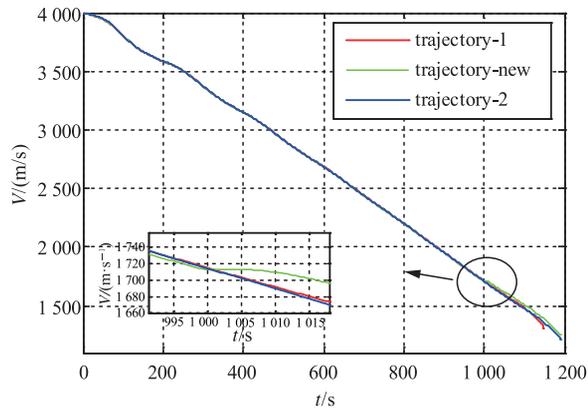
迹为采用 Radau 伪谱离线优化算法生成。从图 8 中两种轨迹生成方法得到的轨迹曲线对比可以看出, 采用本文设计算法可以得到较为合理的轨迹, 轨迹特性近似于离线优化生成轨迹的轨迹特性。

#### 3.2.2 终端不确定条件下在线调整能力分析

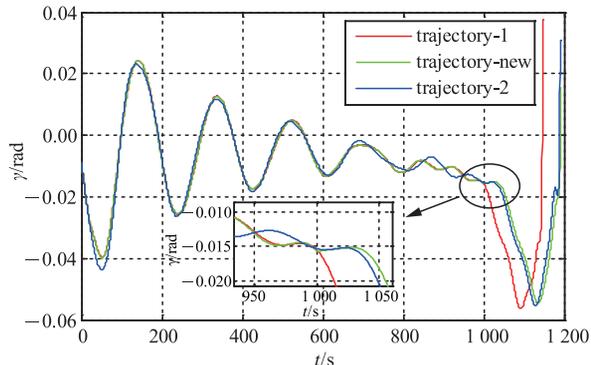
在再入过程中, 当飞行器任务发生变化时, 需要飞行器在能力范围内根据任务需求进行轨迹的重规划。为验证本文算法对轨迹根据任务进行在线调整的性能, 将本文算法生成的轨迹与 Radau 伪谱优化轨迹进行对比分析。仿真场景设置同 3.1, 在再入过程开始时任务需求的终端约束为 20 km,  $\varphi(T)$  为 0.48 866 rad,  $V(T)$  为 1 300 m/s, 在再入过程中, 在第 998 s 根据任务需求的终端约束变为 20 km,  $\varphi(T)$  为 0.4 974 rad,  $V(T)$  为 1 200 m/s。仿真结果如图 9 所示。



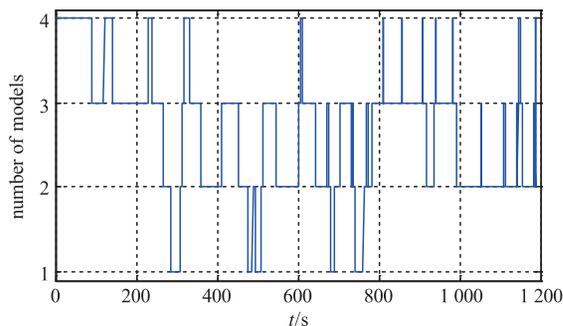
(a) 高度对比曲线



(b) 速度对比曲线



(c) 倾角对比曲线



(d) 模型数量变化曲线

图9 在线生成轨迹对比曲线

图9中,轨迹1为按照初始再入条件和任务变化前的终端约束条件采用Radau伪谱离线优化算法得到的规划轨迹,轨迹2为按照初始再入条件和任务变化后的终端约束条件采用Radau伪谱离线优化算法得到的规划轨迹,新轨迹为采用本文方法进行在线轨迹生成得到的轨迹。

从图9中子图(a)~(c)高度曲线、速度曲线、倾角曲线的对比可以看出,任务变化前,在线生成轨迹基本与离线规划轨迹1一致,这个结果与3.1中的结论是一致的;在第998s任务变化后,从图中的子图可以看出在线生成轨迹过程中,由于射程变大,生成的新轨迹相比任务变化前弹道倾角变化减小,弹道拉起并通过调整趋近于离线规划的新轨迹2,最终达到任务需求;从图9(d)可以看出,在在线生成过程中,随着飞行状态的实时变化,局部模型子集中用于轨迹融合生成的模型数量不断发生变化,同时变化较为平稳,但最多时为4个,最少时为1个,相比文献[18-19]中状态为4时的16个模型,在数量上有较大下降,能够在一定程度上减少在线生成过程中的计算量。

### 3.2.3 在线调整实时性分析

本文算法生成轨迹过程,实际是基于多模型原理,利用轨迹空间中的轨迹模型集对轨迹进行逼近,轨迹生成过程中的实时解算均为代数计算,计算量的大小取决于局部模型子集中局部模型的数量与用于局部模型表征的LGR节点数量,从图9中的子图(d)可以看出,在轨迹生成过程中,实际参与轨迹生成的局部模型数量动态变化,但总体比较稳定,同时相对较少,因而计算量相对较小。相比传统优化算法直接根据当前状态生成轨迹所需要的反复迭代与寻优,具有更高的实时性。

## 4 结语

为应对再入滑翔类飞行器再入过程中的模型、环境以及任务不确定,本文引入局部多模型建模思

想,将轨迹空间离线建模与轨迹在线调整相结合,提出了一种基于局部多模型的轨迹在线调整算法。该算法采用给定初始与终端约束条件下的Radau伪谱优化数值解作为再入轨迹的局部模型表征,首先通过对约束空间离散化构建局部模型集;其次,利用实际飞行状态与模型集的匹配关系构建局部模型子集;最后,采用局部模型子集轨迹融合方法生成新的轨迹。仿真分析表明,这种轨迹在线调整算法能够适应再入条件与任务的不确定,在线生成轨迹,具有较高的计算效率。

## 参考文献

- [1] RODRIGUES A, DICKESON J, CIFALAZ O et al. Modeling and Control of Scramjet-Powered Hypersonic Vehicles: Challenges, Trends, & Tradeoffs [C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2008: 2008-6793.
- [2] 田栢苓,李智禹,吴思元,等.可重复使用运载器再入轨迹与控制方法综述[J].航空学报,2020,41(11):6-30.
- [3] LI J F, CHEN W C. Numerical Solution of Optimal Trajectory for Hypersonic Vehicle with Constraints[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2009, 30(9): 1605-1611.
- [4] AN P T, HAI N N, HOAI T V. Direct Multiple Shooting Method for Solving Approximate Shortest Path Problems[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2013, 244(5): 67-76.
- [5] HALBE O, RAJA R G, PADHI R. Robust Reentry Guidance of a Reusable Launch Vehicle Using Model Predictive Static Programming [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(1): 134-148.
- [6] 徐慧,蔡光斌,穆朝絮,等.高超声速滑翔飞行器全程总红外辐射最小的轨迹优化[J].红外与激光工程,2022,51(4): 61-73.
- [7] DILEEP M V, KAMATH S, NAIR V G. Particle Swarm Optimization Applied to Ascent Phase Launch Vehicle Trajectory Optimization Problem[J]. Procedia Computer Science, 2015, 54: 516-522.
- [8] 任鹏飞,王洪波,周国峰.基于自适应伪谱法的高超声速飞行器再入轨迹优化[J].北京航空航天大学学报,2019,45(11): 138-146.
- [9] XIA W B, WANG W H, GAO C. Trajectory Optimization With Obstacles Avoidance Via Strong Duality Equivalent and Hp-pseudospectral Sequential Convex Programming[J]. Optimal Control Applications & Methods, 2022, 43(2): 566-587.

- [10] 刘旭, 叶松, 林子瑞, 等. 火星大气进入轨迹伪谱凸优化设计方法[J]. 宇航学报, 2022, 43(1): 77-86.
- [11] MIJKSTRA M, MOOIYANDE E, SUDMEIJER K J. Trajectory Optimization to Support the Study of Hypersonic Aerothermo- dynamic Phenomena [C]// AIAA Atmospheric Flight Mechanics (AFM) Conference, Reston: AIAA, 2013:2013-4501.
- [12] 胡军, 李毛毛. 航天器进入制导方法综述 [J]. 航空学报, 2021, 42(11): 80-95.
- [13] AJAY V, MICHAEL W O, David B D. On-Line Adaptive Estimation and Trajectory Reshaping [C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Reston: AIAA, 2005:15-18.
- [14] 章吉力, 刘凯, 樊雅卓, 等. 考虑禁飞区规避的空天飞行器分段预测校正再入制导方法[J]. 宇航学报, 2021, 42(1): 126-135.
- [15] ZENG L, ZHANG H B, ZHENG W. A Three-dimensional Predictor-corrector Entry Guidance Based on Reduced-order Motion Equations [J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 73(2): 223-231.
- [16] ZHOU J, LEI H M, ZHANG D Y. Online Optimal Midcourse Trajectory Modification Algorithm for Hypersonic Vehicle Interceptions [J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 63(4): 266-277.
- [17] ERIC T, BENJAMIN V. Heuristic Search-Based Framework for Onboard Trajectory Redesign [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2014, 37(1): 164-175.
- [18] THEIL, STEPHAN, SAGLIANO et al. Onboard Trajectory Generation for Entry Vehicles via Adaptive Multivariate Pseudospectral Interpolation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics: A Publication of the American Institute of Aeronautics and Astronautics Devoted to the Technology of Dynamics and Control, 2017, 40(2):466-476.
- [19] LOCKNER E, OEHLISCHLAGEL T, THEIL S, et al. Real-time Capable Trajectory Synthesis Via Multivariate Interpolation Methods for A Moon Landing Manoeuvre [J]. CEAS Space J, 2014, 6(2):107-118.
- [20] HE L S, XU D J, RIZVI S. Tauqeer ul Islam, Optimal Trajectory Analysis of Hypersonic Boost-glide Waverider with Heat Load Constraint [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2015, 87(1), 67-78.
- [21] SHAO L, LEI H M, ZHAO Z B. Moving Bank Based Online Multiple-model Modeling Method [J]. Control and Decision, 2010, 25(1): 121-125.
- [22] DOUGHERTY D, COOPER D. A Practical Multiple Model Adaptive Strategy for Multivariable Model Predictive Control [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(6): 649-664.

(编辑:刘勇)