

二维多粗糙度分层粗糙面与上方目标 复合电磁散射计算方法

王赵隆, 童创明, 田贵龙, 王宜进, 王庆宽

(空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051)

摘要 研究了二维多粗糙度分层粗糙面与上方目标复合电磁散射特性的自适应迭代物理光学算法。采用 Monte Carlo 法并结合高斯谱函数生成高斯粗糙面, 基于分区域建模方法, 建立了二维多粗糙度分层粗糙面和上方目标的复合模型。利用物理光学法和等效原理, 得到分层粗糙面和目标的直接感应电磁流; 基于表面积分方程, 分析了分层粗糙面之间以及粗糙面和目标之间的耦合电磁流迭代机理。引入感应电磁流能量改变速率, 对传统迭代物理光学法进行改进, 使算法自动收敛。将计算结果同多层快速多极子方法和迭代物理光学法进行比较, 验证了算法的准确性和高效性。在此基础上, 研究了不同目标、不同粗糙度的分层粗糙面的双站 RCS 计算结果和散射特性, 讨论了分层粗糙面间距对双站 RCS 计算结果和散射特性的影响。本研究为分层环境及上方超低空突袭目标的探测、分类和识别提供了数据支撑和理论基础。

关键词 二维多粗糙度分层粗糙面; 自适应迭代物理光学法; 分区域建模方法; 复合电磁散射特性

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2022.02.008

中图分类号 TN011 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2022)02-0046-09

A Calculation Method of Composite Electromagnetic Scattering from Two-Dimensional Multi-Roughness Layered Rough Surface and Target Above

WANG Zhaolong, TONG Chuangming, TIAN Guilong, WANG Yijin, WANG Qingkuan
(Air Defense and Antimissile School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract An adaptive iterative physical optics algorithm is proposed by studying the complex electromagnetic scattering characteristics of two-dimensional multi-roughness layered rough surface and target above, and a composite model of two-dimensional layered rough surface and the target above is established by adopting the Monte Carlo method in combination with the generated Gaussian rough surface with Gaussian spectrum function based on sub-regional modeling method. The direct induced electromagnetic current of the layered rough surface and the target is obtained by using the physical optics method and the equivalence principle. Based on the surface integral equations, the iterative mechanism of the coupled electromagnetic current between the layered rough surfaces and between the rough surface and the target is deduced. The traditional iterative physical optics method is improved by introducing the change rate of induced electromagnetic current energy, making the algorithm convergent automatically. The results are compared with

收稿日期: 2021-10-02

基金项目: 国家自然科学基金(61901510)

作者简介: 王赵隆(1998—), 男, 四川双流人, 硕士生, 研究方向为目标与环境电磁散射特性。E-mail: 1322649849@qq.com

引用格式: 王赵隆, 童创明, 田贵龙, 等. 二维多粗糙度分层粗糙面与上方目标复合电磁散射计算方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2022, 23(2): 46-54. WANG Zhaolong, TONG Chuangming, TIAN Guilong, et al. A Calculation Method of Composite Electromagnetic Scattering from Two-Dimensional Multi-Roughness Layered Rough Surface and Target Above[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2022, 23(2): 46-54.

those of the multi-level fast multipole algorithm and iterative physical optics method, and the accuracy and efficiency of the algorithm are verified. On this basis, the bistatic RCS calculation results and scattering characteristics of layered rough surfaces with different targets and different roughness are studied. The effect of the distance between layered rough surfaces and on the bistatic RCS calculation results and scattering characteristics is discussed. This study provides data support and theoretical basis for the detection, classification and recognition of ultra-low altitude targets above a layered environment.

Key words two-dimensional multi-roughness layered rough surface; adaptive iterative physical optics method; sub-regional modeling method; composite electromagnetic scattering characteristics

目标在复杂环境的电磁散射特性一直是现代应用电磁学重点关注的问题^[1-6],其在雷达探测、目标识别和雷达监控领域都有着广泛的应用。对于雪地、草地以及丛林等环境上方飞行目标的电磁散射特性,其电磁散射模型都可简化为二维分层介质粗糙面与上方三维目标的复合散射模型。

许多学者对一维分层粗糙面和目标的复合电磁散射以及二维分层粗糙面的电磁散射特性进行了研究。姬伟杰^[7]基于前后向迭代算法(forward backward method,FBM)和双共轭梯度法(bi-conjugate gradient method,Bi-CG),分析了一维分层粗糙面和下方介质目标的复合电磁散射特征。张慧^[8]应用射线追踪法,对溢油海面的电磁散射特征进行了研究。田炜^[9]利用波动方程和格林函数推导了分层粗糙面的表面电磁积分方程,基于矩量法(method of moment,MOM)研究了雪层覆盖地面电磁散射。Guo L^[10]采用并行快速多极子的方法,研究了电大尺寸分层粗糙面在大散射角下的散射特性。黄思宇^[11]利用半经验公式,结合微扰法(small perturbation method,SPM)研究了高寒草原环境分层粗糙面的电磁散射特性。朱小敏应用时域有限差分法(finite-difference time-domain,FDTD)计算了分层介质粗糙面的双站散射系数,并研究了雪层厚度、雪层类型及入射波频率等参数变化对散射系数的影响^[12]。Nicolas Déchamps 利用层内波展开法(propagation inside layer expansion,PILE)研究了双层粗糙面的电磁散射^[13]。然而对于二维分层粗糙面及其上方目标的复合散射问题进行的研究较少。

对于目标和环境的复合散射问题的求解,主要包括解析法、数值算法、高频近似法以及互相结合的混合算法。SPM、基尔霍夫近似法^[14](kirchhoff approximation,KA)等解析法难以满足复合环境的边界条件,且多适用于微粗糙度环境的散射问题分析;MOM、FDTD等数值计算方法需占用较大的内存以及计算的速度相对缓慢,难以适用于电大尺寸

的计算问题;近年来发展的高频近似法^[15-19]由于计算速度快、需要的存储要求低,被较多学者采用并得到应用。文献[20]利用迭代物理光学法(iterative physical optics,IPO)建立散射模型,推导了粗糙面之间的耦合作用,研究了一维、二维分层粗糙面的电磁散射特性,但其只考虑了两层粗糙面之间的耦合作用,没有对同一粗糙面(或目标)不同面元上的耦合作用进行计算。在求解分层粗糙面和目标的复合散射中,粗糙面对整体散射的贡献占主体地位,不同面元之间耦合的充分性影响最后散射精度。

通常实际雪地、草地以及丛林等环境的分层粗糙面上、下粗糙面模型不同,本文针对分层粗糙面环境特性,建立了二维多粗糙度分层粗糙面和目标的复合散射模型。采用基于面元耦合的IPO法,同时考虑到同一粗糙面(或目标)不同面元上的耦合作用,结合表面积分方程(surface integral equations,SIEs),对IPO法进行改进,详细推导了用于计算二维分层粗糙面和目标复合电磁散射的自适应迭代物理光学法(adaptive iterative physical optics,AIPO)。该算法结果同基于数值算法的多层快速多极子(multi-level fast multipole algorithm,MLFMA)结果相吻合,验证了算法的有效性。最后讨论了不同目标、不同分层粗糙面粗糙度,不同分层粗糙面间距对双站RCS计算结果和散射特性的影响。相应的数值仿真结果对分层环境的雷达探测和目标识别提供了理论支撑和借鉴意义。

1 复合环境几何模型

利用高斯谱函数,可以较好地模拟服从陆地统计特性的起伏模型。基于蒙特卡洛(Monte Carlo)方法并结合高斯谱函数,生成不同统计特性的二维粗糙面。基于分区域建模方法,引入反正切权函数对交界处理,使不同区域平滑衔接^[21],得到多粗糙度复合粗糙面。目标为处于同一坐标系的三维球体。二维多粗糙度分层粗糙面与上方三维目标的复

合环境几何模型如图 1 所示。

对高斯谱函数^[22]做快速傅立叶变换,得到高斯粗糙面表面高度轮廓函数 $f(x, y)$ 为:

$$f(x, y) = \frac{1}{L_x L_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{mn} \cdot \exp\left(\frac{j2\pi mx}{L_x} + \frac{j2\pi ny}{L_y}\right) \quad (1)$$

式中: b_{mn} 为二维高斯粗糙面系数,其值与粗糙面的统计参数均方根高度 h_{rms} 和相关长度 l_x, l_y 有关; L_x, L_y 表示在 x, y 两个方向所模拟粗糙面模型轮廓长度; j 为虚数单位。

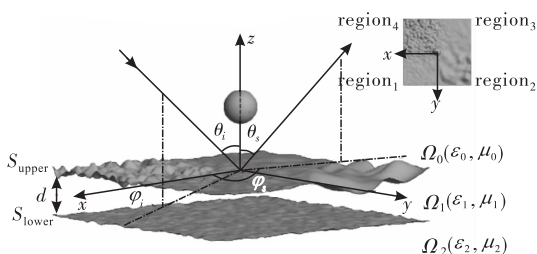


图 1 二维多粗糙度分层粗糙面与目标的散射模型

选取上层粗糙面所在的坐标系为基准坐标系,基于公式(1)得到粗糙程度不同的 4 块区域,其表面轮廓函数用 $f(x, y)_1, f(x, y)_2, f(x, y)_3, f(x, y)_4$ 表示。为使区域交界处平滑衔接,引入反正切权函数对区域交界进行处理,得到上层粗糙面轮廓函数 $f(x, y)_{upper}$ 为:

$$f(x, y)_{upper} = f(x, y)_1 \cdot \frac{[\pi/2 + \arctan(y)]}{\pi} \cdot \frac{[\pi/2 + \arctan(x)]}{\pi} + f(x, y)_2 \cdot \frac{[\pi/2 + \arctan(y)]}{\pi} \cdot \frac{[\pi/2 - \arctan(x)]}{\pi} + f(x, y)_3 \cdot \frac{[\pi/2 - \arctan(y)]}{\pi} \cdot \frac{[\pi/2 + \arctan(x)]}{\pi} + f(x, y)_4 \cdot \frac{[\pi/2 - \arctan(y)]}{\pi} \cdot \frac{[\pi/2 - \arctan(x)]}{\pi} \quad (2)$$

下层粗糙面的表面高度轮廓函数 $f(x, y)_{lower}$ 表示为:

$$f(x, y)_{lower} = \frac{1}{L_x L_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{mn} \cdot \exp\left(\frac{j2\pi mx}{L_x}\right) \exp\left(\frac{j2\pi ny}{L_y}\right) - d \quad (3)$$

上、下两层粗糙面分别单独随机生成, d 为上、下粗糙面平均高度之差,表示分层粗糙面间距。由图 1 的几何模型可知,分层粗糙面 S_{upper}, S_{lower} 将空间分为 3 个部分 Ω_0, Ω_1 和 Ω_2 。 Ω_0 为 S_{upper} 上方的空间,通常为空气,其相对介电常数 $\epsilon_0 = 1$, 相对磁导率 $\mu_0 = 1$, 目标位于该空间中,其相对介电常数和相对磁导率分别为 ϵ_r, μ_r ; S_{upper} 与 S_{lower} 之间空间为介质层 Ω_1 , 其相对介电常数和相对磁导率分别为 ϵ_1, μ_1 ; S_{lower} 下方空间为介质层 Ω_2 , 其相对介电常数和相对

磁导率分别为 ϵ_2, μ_2 。

2 复合散射的 AIPO 算法推导

传统物理光学法(physical optics, PO)只考虑目标和环境的单次散射,对于复杂环境和目标的耦合散射,往往不能满足计算的精度;IPO 法考虑了环境和目标之间的多次耦合,对目标和环境表面的感应电流进行多次迭代,提高了计算的精度;本文对 IPO 法进行改进,同时考虑了同一粗糙面(或目标)不同面元的耦合作用,得到了用于计算二维分层粗糙面与三维目标复合散射的 AIPO 法。为消除分层复合粗糙边界被截断而产生的边缘绕射效应,本文入射波均采用三维锥形波^[23]。 g 为控制锥形波入射波束宽度的参数,为得到更加合理的计算结果和较快的计算速率^[24],设置 g 与入射角 θ_i 和粗糙面尺寸 L_x, L_y 关系为:

$$g \geq \frac{6}{(\cos \theta_i)^{1.5}}, L_x = L_y = 4g \quad (4)$$

2.1 直接感应电磁流

传统迭代物理光学法对散射问题的求解,通常对表面感应电流进行迭代。本文研究对象是不同介质分层粗糙面和目标的复合散射,所以本文对粗糙面表面的感应电流和磁流共同进行迭代,用以满足粗糙面表面介质的阻抗边界条件。

当三维锥形波照射到如图 1 所示的分层粗糙面和目标表面时,基于 PO 法可得,入射电磁波直接照射的地方产生感应电磁流,非照亮区不产生感应电磁流,其遮挡判断方式见文献[25]。对三角面元进行遮挡判断后,基于等效原理,在上层粗糙面 S_{upper} 照亮区的三角面元将产生感应电磁流 $\mathbf{J}_{s,upper}^0, \mathbf{M}_{s,upper}^0$:

$$\mathbf{J}_{s,upper}^0 = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_0) \quad (5)$$

$$\mathbf{M}_{s,upper}^0 = -2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}_0)$$

式中: \mathbf{r}_0 表示粗糙面上被照射三角面元位置; $\hat{\mathbf{n}}$ 表示该三角面元上的单位法向量; $\mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}_0), \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{r}_0)$ 表示该三角面元上入射的电场和磁场。基于式(5),同理可得在目标照亮区将产生感应电磁流 $\mathbf{J}_o^0, \mathbf{M}_o^0$ 。

上层粗糙面 S_{upper} 上表面 S_1 和下表面 S_2 的等效电磁流表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{s1}^0 = \mathbf{J}_{s,upper}^0 \\ \mathbf{M}_{s1}^0 = \mathbf{M}_{s,upper}^0 \end{cases}; \begin{cases} \mathbf{J}_{s2}^0 = -\mathbf{J}_{s,upper}^0 \\ \mathbf{M}_{s2}^0 = -\mathbf{M}_{s,upper}^0 \end{cases} \quad (6)$$

2.2 分层粗糙面与目标耦合电磁流

在分层粗糙面外的介质空间 Ω_0 中,上层粗糙面上表面将与目标进行耦合迭代。从 Stratton-Chu 公式出发,得到与等效电磁流相关的表面积分方程^[26]为:

$$\frac{1}{2} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) - \text{P. V.} \int_S \left\{ j\omega\mu \left[\left(\frac{1}{k^2} \right) \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') \right] + \mathbf{M}(\mathbf{r}') \cdot \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{H}^s(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) - \text{P. V.} \int_S \left\{ j\omega\epsilon \left[\left(\frac{1}{k^2} \right) \nabla' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{M}(\mathbf{r}') \right] + \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \quad (8)$$

式中: $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}^s(\mathbf{r})$ 分别表示入射和散射的电场和磁场; \mathbf{r}' 表示源点, \mathbf{r} 表示观察点; P. V. 表示主值积分; k 为介质空间波数, ϵ 为介质空间介电常数, μ 为介质空间磁导率; $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 表示空间的格林函数, 其梯度为 $\nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} (jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| + 1) \frac{e^{-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \quad (9)$$

为表示面元 i 上迭代后感应电磁流和由入射电磁场产生感应电磁流之间的耦合关系, 用 $\hat{\mathbf{n}}_i$ 乘以式(8), $-\hat{\mathbf{n}}_i$ 乘以式(7)得到:

$$\mathbf{J}_i = \mathbf{J}_i^{\text{inc}} + \sum_{j=1, i \neq j}^N 2\hat{\mathbf{n}}_i \times \left\{ \text{P. V.} \int_S \left\{ -j\omega\epsilon \cdot [\mathbf{M}_j(\mathbf{r}')g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \mathbf{M}_j(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] - \mathbf{J}_j(\mathbf{r}') \cdot \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \right\} \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_i^{\text{inc}} + \sum_{j=1, i \neq j}^N 2(-\hat{\mathbf{n}}_i) \times \left\{ \text{P. V.} \int_S \left\{ -j\omega\mu \cdot [\mathbf{J}_j(\mathbf{r}')g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \mathbf{J}_j(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] + \mathbf{M}_j(\mathbf{r}') \cdot \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \right\} \quad (11)$$

式中: $\hat{\mathbf{n}}_i$ 为耦合面元 i 的单位法向矢量, N 为表面进行耦合面元总数, $i=1, 2, \dots, N$; \mathbf{J}_i 、 \mathbf{M}_i 、 $\mathbf{J}_i^{\text{inc}}$ 、 $\mathbf{M}_i^{\text{inc}}$ 分别表示面元 i 上的感应电磁流和由入射电场、磁场所引起的感应电磁流; 需要注意的是, 源点电磁流 $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ 、 $\mathbf{M}(\mathbf{r}')$ 同时也包括同一粗糙面(或目标)不同面元上进行耦合迭代的感应电磁流。

基于式(10)、(11), 运用雅可比迭代, 第 k 次迭代后, 可得目标和上层粗糙面表面面元 i 感应电磁流 $\mathbf{J}_{i_u}^k$ 、 $\mathbf{M}_{i_u}^k$:

$$\mathbf{J}_{i_u}^k = \mathbf{J}_i^{\text{inc}} + \sum_{l=1, i \neq l}^N 2\hat{\mathbf{n}}_i \times \left\{ \text{P. V.} \int_S \left\{ -j\omega\mu \cdot [\mathbf{M}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}')g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k_0^2} \nabla' \mathbf{M}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] - \mathbf{J}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \right\} \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_{i_u}^k = \mathbf{M}_i^{\text{inc}} + \sum_{l=1, i \neq l}^N 2(-\hat{\mathbf{n}}_i) \times \left\{ \text{P. V.} \int_S \left\{ -j\omega\epsilon \cdot [\mathbf{J}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}')g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k_0^2} \nabla' \mathbf{J}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] + \mathbf{M}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}') \cdot \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \right\} \quad (13)$$

$$\mathbf{M}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}') \times \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \} dS', \mathbf{r} \in S \} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{J}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}')$ 、 $\mathbf{M}_{l(1)}^{(k-1)}(\mathbf{r}')$ 表示目标与面 S_1 中非面元 i 上 $k-1$ 阶感应电磁流, 当 $\mu=\mu_r$ 、 $\epsilon=\epsilon_r$ 或 $\mu=\mu_1$ 、 $\epsilon=\epsilon_1$ 时, $\mathbf{J}_{l_{\text{up}}}^k$ 、 $\mathbf{M}_{l_{\text{up}}}^k$ 分别表示目标表面电磁流或上层粗糙面表面电磁流。

在分层粗糙面内部空间 Ω_1 中, 无入射电磁波直接照射, 故由入射电场、磁场所引起的感应电磁流为零, 即 $\mathbf{J}_i^{\text{inc}}=0$ 、 $\mathbf{M}_i^{\text{inc}}=0$, 代入式(10)和式(11)得 k 次迭代后, 上层粗糙面下表面 S_2 和下层粗糙面 S_{lower} 面元 i 感应电磁流 $\mathbf{J}_{i_l}^k$ 、 $\mathbf{M}_{i_l}^k$:

$$\mathbf{J}_{i_l}^k = \sum_{l=1, i \neq l}^N 2\hat{\mathbf{n}}_i \times \left\{ \text{P. V.} \int_S \left\{ -j\omega\mu [\mathbf{M}_{l(2)}^{k-1}(\mathbf{r}') \cdot g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k_1^2} \nabla' \cdot \mathbf{M}_{l(2)}^{k-1}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] - \mathbf{J}_{l(2)}^{k-1}(\mathbf{r}') \times \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \right\} \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_{i_l}^k = \sum_{l=1, i \neq l}^N 2(-\hat{\mathbf{n}}_i) \times \left\{ \text{P. V.} \int_S \left\{ -j\omega\epsilon [\mathbf{J}_{l(2)}^{k-1}(\mathbf{r}') \cdot g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k_1^2} \nabla' \cdot \mathbf{J}_{l(2)}^{k-1}(\mathbf{r}') \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] + \mathbf{M}_{l(2)}^{k-1}(\mathbf{r}') \times \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dS', \mathbf{r} \in S \right\} \quad (15)$$

式中: k_1 表示空间 Ω_1 中电磁波波数。当 $\mu=\mu_1$ 、 $\epsilon=\epsilon_1$ 或 $\mu=\mu_2$ 、 $\epsilon=\epsilon_2$ 时, $\mathbf{J}_{i_l}^k$ 、 $\mathbf{M}_{i_l}^k$ 分别表示上层粗糙面下表面 S_2 或下层粗糙面 S_{lower} 表面电磁流。特别地, 由于在一阶耦合迭代中, 下层粗糙面 S_{lower} 无感应电磁流, 故 $\mathbf{J}_{l(2)}^0$ 、 $\mathbf{M}_{l(2)}^0$ 只表示上层粗糙面下表面 S_2 直接感应电磁流; 且在一阶耦合迭代中, S_{lower} 表面无电磁流对 S_2 表面三角面元进行耦合迭代, 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{i_{s2}}^1 &= \mathbf{J}_{i_{s2}}^0 = -\mathbf{J}_{i_{s \text{upper}}}^0 \\ \mathbf{M}_{i_{s2}}^1 &= \mathbf{M}_{i_{s2}}^0 = -\mathbf{M}_{i_{s \text{upper}}}^0 \end{aligned} \quad (16)$$

第 i 阶耦合完成后, 将对上层粗糙面面元上等效电磁流进行更新, 基于介质面边界条件得:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{i_{s \text{upper}}}^k &= \mathbf{J}_{i_{s1}}^k - \mathbf{J}_{i_{s2}}^k \\ \mathbf{M}_{i_{s \text{upper}}}^k &= \mathbf{M}_{i_{s1}}^k - \mathbf{M}_{i_{s2}}^k \end{aligned} \quad (17)$$

远区散射场近似表达式如下:

$$\mathbf{E}^s \approx \frac{ik_0}{4\pi} \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \int [\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{M}_s + \eta_0 \hat{\mathbf{s}} \mathbf{J}_s)] \cdot \Delta \mathbf{A} \cdot \mathbf{I} \quad (18)$$

式中: \mathbf{J}_s 和 \mathbf{M}_s 表示面元上的感应电流和磁流; $\Delta \mathbf{A}$ 为三角面元的面积。 \mathbf{I} 为三角形形状函数的傅里叶变换, 利用戈登面元积分法^[27], \mathbf{I} 的表达式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \frac{1}{jk_0 |\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{w}| \Delta \mathbf{A}} \sum_{m=1}^3 (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{w}) \cdot \mathbf{a}_m \cdot \\ &\exp(jk_0 \mathbf{r}_m \cdot \mathbf{w}) \sin c \left(\frac{1}{2} k_0 \mathbf{a}_m \cdot \mathbf{w} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{i}}$ 和 $\hat{\mathbf{s}}$ 为入射和散射方向单位矢量; $\text{sinc}(x) = \sin x/x$; \mathbf{a}_m 表示面元 S_i 第 m 条边的长度和方向; \mathbf{r}_m 为第 m 条边中点的位置矢量。特别的, 当 $|\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{w}}| = 0$ 时, 式(19)可简化为:

$$I = \exp(jk\mathbf{r}_0 \cdot \hat{\mathbf{w}}) \quad (20)$$

式中: \mathbf{r}_0 是三角面元 S_n 上任意点的位置矢量, 一般选取为三角形质心的位置矢量。最后将目标所有面元的远场散射场 $\mathbf{E}_{\text{obj}}^s$ 与上层粗糙面所有面元的远场散射场 $\mathbf{E}_{s, \text{upper}}^s$ 相加, 得到目标与分层粗糙面远场散射总场 $\mathbf{E}_{\text{total}}^s$:

$$\mathbf{E}_{\text{total}}^s = \mathbf{E}_{\text{obj}}^s + \mathbf{E}_{s, \text{upper}}^s \quad (21)$$

不同于传统 IPO 法设置固定迭代次数, 本文引入感应电磁流能量改变速率来控制迭代次数以提高计算的精度。第 k 次迭代后上层粗糙面和目标所有面元感应电流能量 $\mathbf{E}(\mathbf{J}^{(k)})$ 和磁流能量 $\mathbf{E}(\mathbf{M}^{(k)})$ 表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}^{(k)}) = \sum_{\text{all patches}} \sqrt{[|\mathbf{J}_x^{(k)}|^2 + |\mathbf{J}_y^{(k)}|^2 + |\mathbf{J}_z^{(k)}|^2]} \quad (22)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{M}^{(k)}) = \sum_{\text{all patches}} \sqrt{[|\mathbf{M}_x^{(k)}|^2 + |\mathbf{M}_y^{(k)}|^2 + |\mathbf{M}_z^{(k)}|^2]} \quad (23)$$

式中: $\mathbf{J}_x^{(k)}$ 、 $\mathbf{J}_y^{(k)}$ 、 $\mathbf{J}_z^{(k)}$ 、 $\mathbf{M}_x^{(k)}$ 、 $\mathbf{M}_y^{(k)}$ 、 $\mathbf{M}_z^{(k)}$ 表示第 k 次迭代后 x 、 y 、 z 3 个方向上感应电流和磁流分量。相应的电流和磁流能量改变速率 $\nu_J^{(k)}$ 、 $\nu_M^{(k)}$ 表示为:

$$\nu_J^{(k)} = \left| \frac{\mathbf{E}(\mathbf{J}^{(k)}) - \mathbf{E}(\mathbf{J}^{(k-1)})}{\mathbf{E}(\mathbf{J}^{(k-1)})} \right| \times 100\% \quad (24)$$

$$\nu_M^{(k)} = \left| \frac{\mathbf{E}(\mathbf{M}^{(k)}) - \mathbf{E}(\mathbf{M}^{(k-1)})}{\mathbf{E}(\mathbf{M}^{(k-1)})} \right| \times 100\% \quad (25)$$

式中: $\mathbf{E}(\mathbf{J}^{(k-1)})$ 、 $\mathbf{E}(\mathbf{M}^{(k-1)})$ 表示第 $k-1$ 次迭代后感应电流和磁流能量。当改变速率 $\nu^{(k)}$ 小于设定值^[28] (通常为 3%~5%, 本文取 4%) 时停止迭代, 最终可得理想精度的远场散射总场 $\mathbf{E}_{\text{total}}^s$ 。

3 算法有效性验证

入射波为三维锥形波, 工作频率设置为 $f = 1$ GHz。环境电尺寸设置为 $L_x \times L_y$, 大小 $40\lambda \times 40\lambda$; 粗糙面仿真参数如表 1; 分层粗糙面之间间距 $d = 1.0\lambda$; 上层粗糙面相对介电常数 ϵ_1 取 $4.51 - 1.97j$, 下层粗糙面相对介电常数 ϵ_2 取 $6.96 - 4.78j$, 目标取理想导体金属球, 半径 $r = 3\lambda$, 球心距离上层粗糙面高度 $h = 10\lambda$; 入射角 $\theta_i = 45^\circ$ 、 $\varphi_i = 0^\circ$; 散射角 θ_s 为 $-90^\circ \sim 90^\circ$, $\varphi_s = \varphi_i$ 。仿真计算机处理器配置如下: Intel(R) Xeon(R) Silver 4100 CPU, 主频 2.10 GHz, 内存 128 GB。将采用 AIPO 算法所得双站 RCS 结果同 IPO 算法和 MLFMA 算法的计算结果

进行比较, 结果见图 2、图 3。

为衡量算法精度, 定义散射系数偏差的均值和最大值分别为 $\bar{\delta}$ 和 δ_{max} :

$$\bar{\delta} = \frac{1}{N_{\theta_S}} \sum_{\{\theta_S\}} |\delta(\theta_S) - \delta_{\text{MLFMA}}(\theta_S)| \quad (26)$$

$$\delta_{\text{max}} = \max_{\{\theta_S\}} |\delta(\theta_S) - \delta_{\text{MLFMA}}(\theta_S)| \quad (27)$$

式中: $\delta(\theta_S)$ 表示由 AIPO 法或 IPO 法求得的散射系数; $\delta_{\text{MLFMA}}(\theta_S)$ 表示由 MLFMA 法求得的散射系数, 计算结果见表 2~3。

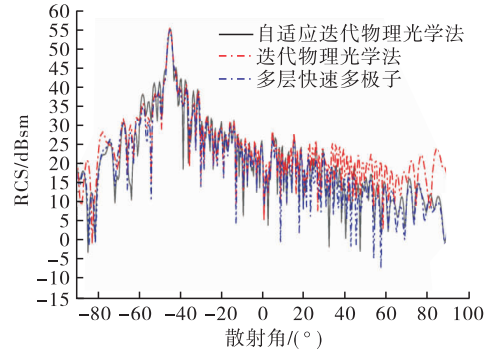


图 2 HH 极化双站 RCS 曲线

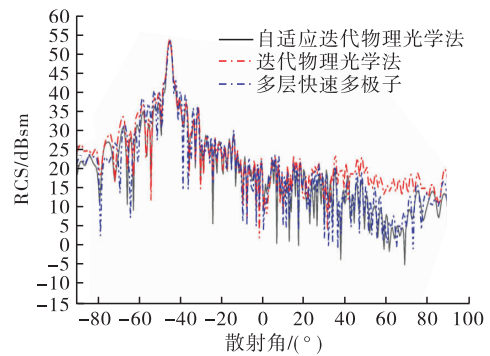


图 3 VV 极化双站 RCS 曲线

表 1 粗糙面仿真参数

粗糙面	均方根高度	相关长度
$S_{\text{upper}1}$	region ₁	$h_{\text{rms}} = 0.1\lambda$ $l_x = l_y = 1.0\lambda$
	region ₂	$h_{\text{rms}} = 0.5\lambda$ $l_x = l_y = 2.0\lambda$
	region ₃	$h_{\text{rms}} = 0.01\lambda$ $l_x = l_y = 1.0\lambda$
	region ₄	$h_{\text{rms}} = 1.0\lambda$ $l_x = l_y = 1.0\lambda$
$S_{\text{lower}1}$	$h_{\text{rms}} = 0.1\lambda$	$l_x = l_y = 1.0\lambda$

表 2 算法精度分析

算法	极化	$\bar{\delta}/\text{dBsm}$	$\delta_{\text{max}}/\text{dBsm}$
AIPO	HH	0.990	7.702 6
	VV	1.307	7.591 2
IPO	HH	4.472	27.999 5
	VV	4.402	22.454 7

表 3 算法效率分析

算法	极化	消耗内存/GB	计算时间/s
AIPO	HH	1.844	143
	VV	1.867	151
IPO	HH	1.769	96
	VV	1.823	123
MLFMA	HH	12.251	906
	VV	12.381	914

由图 2、图 3 和表 2 可知,在水平(HH)和垂直(VV)两种极化条件下,IPO 法在镜像散射角度范围内,同 MLFMA 法具有较好的吻合性,而在其他散射角度,特别在大散射角度上误差较大;AIPO 法和在各个散射角度上都能够同 MLFMA 法较好的吻合,体现了 AIPO 算法的有效性。算法效率方面,在两种极化方式下,IPO 法相较于 MLFMA 法在内存占用和计算时间上都有较大的提升;AIPO 法相较于 IPO 法,其计算时间和内存占用率略微有所增加。分析其原因在于,IPO 法只考虑了不同粗糙面之间的耦合作用,忽略了本层粗糙面面元之间的相互耦合;而 AIPO 法同时考虑了同层粗糙面(或目标)面元之间的相互耦合作用,提高了计算精度,但略微增加内存占用和计算时间。

4 数值计算结果与分析

本节采用 AIPO 算法研究分层粗糙面与上方目标复合电磁散射计算结果以及散射特性。主要包括不同目标、不同粗糙度的分层粗糙面的双站 RCS 计算结果和散射特性,分层粗糙面间距 d 、目标高度 h 变化对双站 RCS 计算结果和散射特性的影响。在本节的所有算例中,皆以水平极化条件为例,参数条件与 3 节中相同。

4.1 不同目标的复合环境双站 RCS 的计算结果和散射特性

分层粗糙面仿真参数同表 1。分层粗糙面之间间距 $d=\lambda$;目标高度 $h=10\lambda$;目标分别选取为边长为 3λ 的理想导体正方体和长为 5.56 m 的战斧导弹;目标距上层粗糙面高度 $h=10\lambda$ 。采用 AIPO 算法计算得到的不同目标双站 RCS 计算结果和曲线见表 4 和图 4~5。

表 4 不同目标复合双站 RCS 计算结果

计算结果	目标类型	
	正方体	战斧导弹
$\bar{\delta}/\text{dBsm}$	3.614	1.994
$\delta_{\text{max}}/\text{dBsm}$	12.366	8.588
消耗内存/GB	2.685	2.811
计算时间/s	193	216

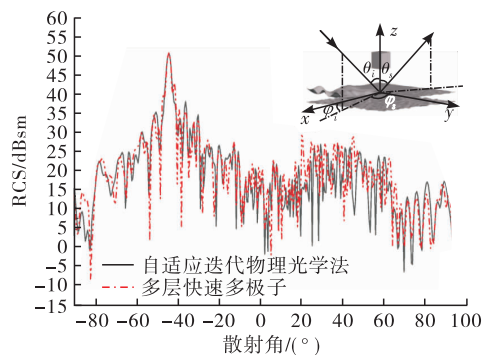


图 4 正方体与分层粗糙面的双站 RCS 曲线

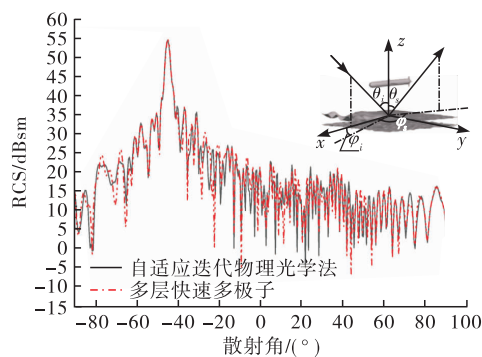


图 5 战斧导弹与分层粗糙面的双站 RCS 曲线

用 MLFMA 对复合环境下正方体目标和战斧导弹的双站 RCS 分别进行计算,消耗内存和计算时间分别为 17.832 GB 、 972 s 和 19.543 GB 、 $1\ 207\text{ s}$ 。由表 4 可知,对于战斧导弹目标,AIPO 法计算精度较好,而对于正方体目标的计算精度有所下降,原因在于正方体目标中棱边的绕射现象对计算结果存在较大的影响;在两种目标的内存消耗和计算时间方面,AIPO 法在相较于 MLFMA 法都有较大的提升。

由图 4~5 可知,正方体目标的双站 RCS 相较于导弹目标,总散射能量在 40° 到 60° 的后向散射方向附近上升较大,原因在于正方体目标侧面与环境形成了二面角,二面角结构具有定向散射的特性,环境与侧面的多次耦合作用使得入射方向附近存在较强的散射量。

4.2 分层粗糙面粗糙度对复合环境与目标双站 RCS 计算结果和散射特性的影响

目标选取为长 5.56 m 的战斧导弹,高度为 $h=10\lambda$;分层粗糙面之间间距 $d=1.0\lambda$;分别将 $S_{\text{upper}1}$ 和

S_{lower1} 的均方根高度和相关长度扩大一倍,得到面 S_{upper2} 、 S_{upper3} 和 S_{lower2} 、 S_{lower3} ;不同粗糙度的上层、下层粗糙面组合下,复合环境与目标双站 RCS 计算结果和仿真曲线如图 6~7 和表 5~6。

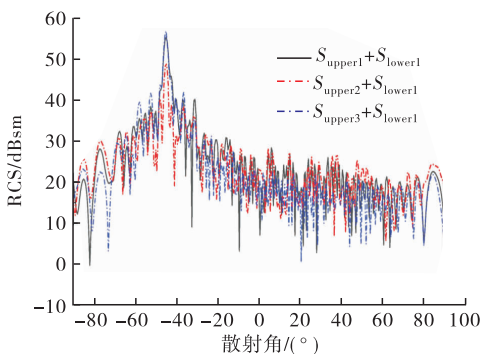


图 6 不同上层粗糙面粗糙度的双站 RCS 曲线

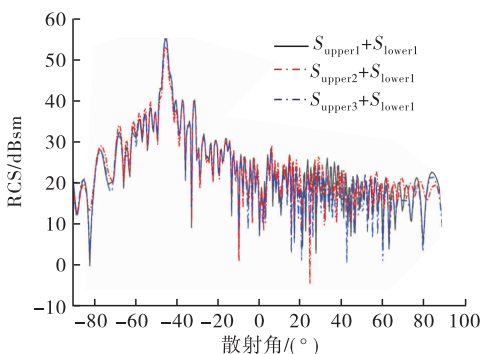


图 7 不同下层粗糙面粗糙度的双站 RCS 曲线

表 5 粗糙度对算法精度的影响 单位:dBsm

粗糙面组合	$\bar{\delta}$	δ_{max}
$S_{upper1} + S_{lower1}$	1.994	8.588
$S_{upper2} + S_{lower1}$	2.245	8.932
$S_{upper3} + S_{lower1}$	2.138	8.604
$S_{upper1} + S_{lower2}$	2.156	8.545
$S_{upper1} + S_{lower3}$	2.045	8.628

表 6 粗糙度对算法效率的影响

算法	粗糙面组合	消耗内存/GB	计算时间/s
AIPO	$S_{upper1} + S_{lower1}$	2.811	216
	$S_{upper2} + S_{lower1}$	3.572	255
	$S_{upper3} + S_{lower1}$	2.634	205
	$S_{upper1} + S_{lower2}$	2.946	227
	$S_{upper1} + S_{lower3}$	2.745	211
MLFMA	$S_{upper1} + S_{lower1}$	19.543	1 207
	$S_{upper2} + S_{lower1}$	21.858	1 384
	$S_{upper3} + S_{lower1}$	19.151	1 178
	$S_{upper1} + S_{lower2}$	19.976	1 247
	$S_{upper1} + S_{lower3}$	19.387	1 191

由表 5 可知,分层粗糙面粗糙度的变化对散射

系数偏差平均值和最大值影响较小,因此算法对不同粗糙程度的环境具有良好的计算精度。由表 6 可知,分层粗糙面越粗糙,内存占用越大,计算时间越长,在增加相同的粗糙度下,AIPO 算法相较于 MLFMA 算法计算效率更高;同时可以看出,上层粗糙面粗糙度的改变比下层更能影响算法的内存占用和计算时间。

由图 6~7 可知,随着粗糙度的增大,复合环境镜向散射能力减弱,漫散射能力增强,同时上层粗糙面粗糙度的改变更能影响整体环境的复合散射。

4.3 两层粗糙面间距 d 变化对复合环境与目标双站 RCS 计算结果和散射特性的影响

分层粗糙面仿真参数同表 1;目标选取为长为 5.56 m 的战斧导弹,高度为 $h=10\lambda$;改变粗糙面间距 d ,分别得到间距 $d=0.5\lambda$ 、 1.0λ 、 1.5λ 、 2.0λ 下双站 RCS 计算结果和仿真曲线表 7~8 和图 8。

表 7 间距对算法精度的影响 单位:dBsm

d	$\bar{\delta}$	δ_{max}
0.5λ	1.825	8.482
1.0λ	1.994	8.588
1.5λ	1.952	8.579
2.0λ	1.943	8.554

表 8 间距对算法效率的影响

算法	d	消耗内存/GB	计算时间/s
AIPO	0.5λ	3.623	257
	1.0λ	2.811	216
	1.5λ	2.578	202
	2.0λ	2.462	197
MLFMA	0.5λ	21.372	1 292
	1.0λ	19.543	1 207
	1.5λ	18.788	1 185
	2.0λ	18.653	1 168

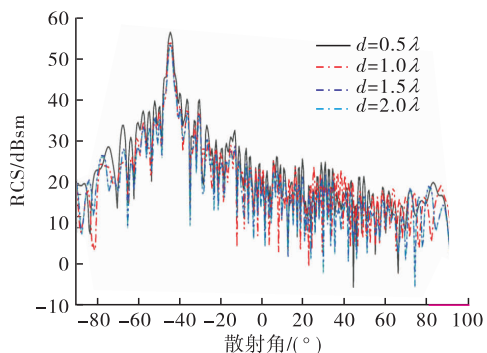


图 8 不同上、下层粗糙面间距的双站 RCS 曲线

由表 7 可知,不同的粗糙面间距,AIPO 算法相较于 MLFMA 算法,其计算结果偏差的平均值和偏

差的最大值变化不大,因此分层粗糙面间距的变化对算法精度影响较小。由表 8 可知,分层粗糙面间距增大,仿真消耗的计算机内存和计算时间成下降趋势,且距离越大,内存占用和计算时间越小。同时可以看出,AIPO 算法对不同间距的分层粗糙面都有着较好的计算效率。

由图 8 可知,分层粗糙面的 RCS 幅值随上下两层粗糙面之间间距 d 的增大而下降,但当距离增大到一定边界后,改变两层粗糙面之间间距 d 对分层粗糙面的 RCS 幅值影响较小。其原因在于,间距 d 的增大,弱化了分层粗糙面之间的耦合作用,即距离越远,辐射的能量越少,耦合作用越弱,计算收敛的时间越快;当距离达到一定边界后,上下两层粗糙面之间的耦合作用可忽略。

4.4 有无目标对复合散射特性的影响

分层粗糙面仿真参数同表 1;分层粗糙面间距 $d=1.0\lambda$;目标选取为长为 5.56 m 战斧导弹;得到有无目标下,入射角 θ_i 为 $-90^\circ\sim 90^\circ$ 、 $\varphi_i=0^\circ$,散射角 θ_s 为 $-90^\circ\sim 90^\circ$ 、 $\varphi_s=\varphi_i$ 的单站 RCS 如图 9 所示。得到有无目标下,入射角 $\theta_i=60^\circ$ 、 $\varphi_i=0^\circ$,散射角 θ_s 为 $-90^\circ\sim 90^\circ$ 、 $\varphi_s=\varphi_i$ 的双站 RCS 如图 10 所示。

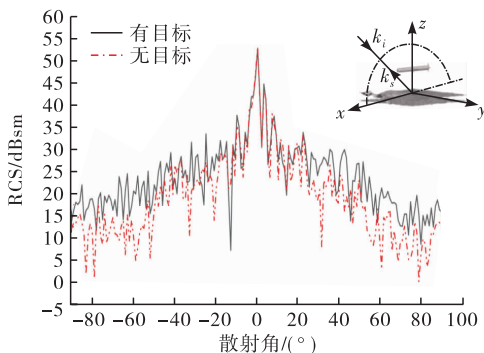


图 9 有无目标下单站 RCS 曲线

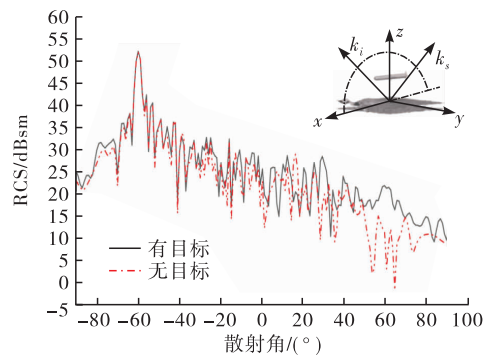


图 10 有无目标下双站 RCS 曲线

由图 9 可知,由于目标和粗糙面间的相互作用,有目标时的后向散射高于无目标时,但在小入射角时差异较小,在大入射角时散射系数增加较为明显。由图 10 可知,无论粗糙面上方有无目标,散射系数在镜向方向上均出现峰值,且散射系数差异较小,有目标时,散射系数在后向散射方向上增加较为明显。

此散射特性对粗糙背景中的目标探测具有一定的指导意义。

5 结论

本文基于 Monte Carlo 法并结合高斯谱函数生成高斯粗糙面,采用分区域建模方法,建立了二维多粗糙度分层粗糙面和目标复合的电磁散射模型。基于 PO 法和等效原理,给出了分层粗糙面与目标的直接感应电流;基于表面积分方程,推导了分层粗糙面之间以及粗糙面与目标之间的耦合电磁流迭代机理。引入感应电磁流能量改变速率,对传统 IPO 法进行改进,使算法自动收敛。在此基础上,研究了不同目标、不同粗糙度的分层粗糙面的双站 RCS 计算结果和散射特性,讨论了分层粗糙面间距对其影响。相应的数值仿真结果对草地、丛林、雪地等分层环境上方飞行目标的 RCS 分布特性分析、雷达回波信号分析、目标动态多普勒分析、以及 SAR 成像等提供数据支撑,为后续超低空突袭目标的探测、分类和识别提供了理论基础。

下一步工作对分层环境进行更为细致和精确的建模,并考虑棱边绕射现象,对算法进行改进,进一步提高算法计算精度。

参考文献:

- [1] LI X H. Research on the Electromagnetic Scattering from Foam Sea Based on Small Slope Approximation [J]. The Journal of Engineering, 2021(4): 226-233.
- [2] 邹高翔,童创明,黄亚林,等. 地海交界环境与其上方双目标复合散射的混合算法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(3): 476-485.
- [3] HE H J, ZHANG Y. An Effective Method for Electromagnetic Scattering from a Coated Object Partially Buried in a Dielectric Rough Surface[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2021, 35(6): 754-765.
- [4] ZHANG H L, GUO X Y, SHA Y X, et al. Modeling of EM Scattering by Composite Surfaces Made of Wake Due to a Submerged Body and Wind-Driven Sea Waves[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2020, 18(11): 1881-1885.
- [5] HE H J, GUO L X. Efficient Hybrid Method for Electromagnetic Scattering from a Coated Object Above a Two-Layered Rough Surface[J]. Applied optics, 2018, 57(25): 7102-7108.
- [6] WANG R, GUO G, HE Z, et al. Scattering Prediction of Target Above Layered Rough Surface Based on Time-Domain Ray Tracing Modeling[J]. IEEE Trans-

- actions on Antennas and Propagation, 2020, 69(5): 2820-2832.
- [7] 姬伟杰,童创明. 分层粗糙面下方介质目标散射的快速算法[J]. 电波科学学报, 2010, 25(2): 336-342.
- [8] 张慧. 基于射线追踪的分层粗糙面电磁散射研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2015.
- [9] 田炜,任新成. 雪层覆盖地面电磁散射的矩量法[J]. 计算物理, 2018, 35(2): 205-211.
- [10] GUO L WANG A, CHAI C. Parallel Fast Multiple Method for Electromagnetic Scattering from One-Dimensional Large-Scale Two-Layered Rough Surfaces for Large Angles of Incidence[J]. *Microwaves Antennas & Propagation IET*, 2011, 5(15): 1813-1821.
- [11] 黄思宇,童创明,王童. 高寒草原地带电磁散射的SPM研究[J]. 火力与指挥控制, 2019, 44(7): 39-42.
- [12] 朱小敏,任新成. 覆盖雪层的粗糙土壤表面电磁散射的FDTD研究[J]. 电子测量技术, 2011, 34(1): 5-11.
- [13] DÉCHAMPS N, BEAUCOUDREY N D, BOURLIER C, et al. Fast Numerical Method for Electromagnetic Scattering by Rough Layered Interfaces: Propagation-Inside-Layer Expansion Method[J]. *Journal of the Optical Society of America a Optics Image Science & Vision*, 2006, 23(2): 359-369.
- [14] PINEL N, JOHNSON J T, BOURLIER C. A Geometrical Optics Model of Three Dimensional Scattering from a Rough Layer with Two Rough Surfaces[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2009, 57(3): 546-554.
- [15] LIAO S, OU L. Iterative Physical Optics (IPO) for Fast and Accurate Simulation of Reflector Antennas [C]//2020 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC). [S.l.]. IEEE, 2020: 813-815.
- [16] RIM J W, KOH I S. Convergence and Accuracy of Near-Field-Corrected Iterative Physical Optics for Scattering by Imperfectly Conducting and Dielectric Objects[J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 2020, 14(10): 999-1005.
- [17] 潘艳兰. 基于IPO的含卷浪海面与目标复合电磁散射研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2020.
- [18] NULL. An Accelerated Forward-Backward Iterative Physical Optics for Electromagnetic Scattering from Rough Sea Surface[J]. *Electromagnetics*, 2015, 35(8): 526-537.
- [19] WEI Y W, WANG C F, KEE C Y, et al. An Accurate Model for the Efficient Simulation of Electromagnetic Scattering from an Object above a Rough Surface with Infinite Extent[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020, 69(2): 1040-1051.
- [20] 张志斌. 基于物理光学法的分层粗糙面电磁散射特性研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2017.
- [21] 邹高翔,童创明,王童,等. 地海交界分区域复合粗糙面建模及电磁散射特性研究[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(7): 1425-1438.
- [22] 黄泽贵,童创明,胡国平. 高斯粗糙表面低掠入射散射特性研究[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(2): 482-485.
- [23] TSANG LEUNG, JIN AU KONG, KUNG-HAU DING, et al. *Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulations* [M]. New York: Wiley Interscience, 2001.
- [24] YE H X, JIN Y Q. Parameterization of the Tapered Incident Wave for Numerical Simulation of Electromagnetic Scattering from Rough Surface [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(3): 1234-1237.
- [25] 雷浩. 物理光学算法在电大尺寸目标电磁散射中的应用[D]. 西安:西安电子科技大学, 2018.
- [26] 王长清. 现代计算电磁学基础[M]. 北京:北京大学出版社, 2005.
- [27] GORDON W B. High Frequency Approximations to the Physical Optics Scattering Integral [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1994, 42(3): 427-432.
- [28] CHIN H, YEOM J H, KIM H T, et al. Improvement of Iterative Physical Optics Using Previous Information to Guide Initial Guess[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2012, 124: 473-486.

(编辑:徐敏)