

# 多无人系统跟踪与编队的自主式预测控制算法

曹越, 王鹏, 齐薇

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

**摘要** 针对多无人系统的跟踪与编队问题,考虑跟踪与编队控制目标存在不一致及不可实现的情况,综合目标规划与预测控制方法,设计了一种确保控制目标一致且可实现的自主式预测控制算法。首先根据给定的跟踪与编队控制目标,通过为各无人系统引入规划控制目标,对目标代价函数进行重新设计,解决跟踪与编队控制目标不一致问题;然后对引入的规划目标进行约束设计,保证其具有可实现性;其次为各无人系统设计预测控制终端约束集,进一步保证对规划控制目标的收敛性;最后对重新设计的目标代价函数与相关约束进行整合,为各无人系统构造独立的控制优化问题,并给出相应的自主控制实施算法,将不一致、不可实现的跟踪与编队控制目标规划出一致、可实现的控制目标。针对为各无人系统所构造的控制优化问题,进一步将其描述为线性矩阵不等式形式,并通过 MATLAB 求解仿真,验证了所提出的自主预测控制算法的有效性。

**关键词** 多无人系统;跟踪与编队;自主式预测控制;线性矩阵不等式

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2021.05.014

**中图分类号** TP416.216 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2021)05-0090-07

## An Autonomous MPC Algorithm in Tracking and Formation of Multiple Unmanned Systems

CAO Yue, WANG Peng, QI Wei

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract** Aimed at the problems that there are the inconsistency and unreality in tracking and formation control objectives of multiple unmanned systems, an autonomous predictive control algorithm is designed in guaranteeing the consistency and reality of control objectives. Firstly, according to the given tracking and formation control objectives, the cost function is redesigned for each unmanned system by introducing planned control objective, solving the inconsistency in tracking and formation control objectives. Then, some additional constraints of the introduced planned objective are designed to guarantee its reality, and further to achieve the convergence to planned control objective, the terminal constraint set is designed for each unmanned system under condition of predictive control framework. Finally, for each unmanned system, an individual control optimization problem is constructed through combining the redesigned cost function and all designed constraints, and an associated autonomous control algorithm is presented for implementation. With applying the presented algorithm by each unmanned system, a consistent and realizable

**收稿日期:** 2021-03-09

**基金项目:** 国家自然科学基金(61773396;61973253;61403414),陕西省自然科学研究计划项目(2016JQ6070,2020JM-190)

**作者简介:** 曹越(1997—),男,辽宁大连人,硕士生,研究方向:无人系统控制。E-mail:1031714803@qq.com

**通信作者:** 王鹏(1985—),男,山西运城人,副教授,研究方向:无人集群协同。E-mail:blueking1985@hotmail.com

**引用格式:** 曹越,王鹏,齐薇.多无人系统跟踪与编队的自主式预测控制算法[J].空军工程大学学报(自然科学版),2021,22(5):90-96.  
CAO Yue, WANG Peng, QI Wei. An Autonomous MPC Algorithm in Tracking and Formation of Multiple Unmanned Systems[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(5): 90-96.

control objective can be planned based on the given inconsistent and unrealizable tracking and formation control objectives, and can be achieved by the whole multiple unmanned systems. By introducing Linear Matrix Inequalities (LMI) technique, the constructed control optimization problem is casted into LMI form and can be solved through LMI toolbox of MATLAB. The simulation results in MATLAB show that the algorithm is valid.

**Key words** multiple unmanned systems; tracking and formation; autonomous model predictive control; linear matrix inequalities (LMI)

近年来,科技的进步推动了无人系统(如无人机、无人车、无人船/艇)迅猛发展。由多个无人系统基于相互间的交互协同组成一个编队(如无人机群<sup>[1]</sup>、无人车队<sup>[2]</sup>、无人船/艇队<sup>[3]</sup>),可以实现无人系统执行任务能力的质的提升。在多无人系统执行任务的过程中,组成指定队形来对目标进行跟踪(即多无人系统跟踪与编队)是一种常见的应用形式,已广泛地体现在军事和民用等领域(如战场目标侦察打击、毁伤效果评估、协同运输、搜索救援等)中<sup>[4]</sup>。而相应的多无人系统跟踪与编队问题也已成为了当前的研究热点,备受国内外研究机构与相关学者的重点关注<sup>[5-11]</sup>。

目前,针对多无人系统的跟踪与编队问题,已涌现出了许多成熟的控制方法,也促生了许多新的控制思路及相应的控制策略,其中多以分布式控制方式(即将整个无人系统的跟踪与编队问题分解成由各无人系统独立解决的控制子问题)为主<sup>[6-8]</sup>,例如文献[6]采用的领航者-跟随者法、文献[7]利用的李雅普诺夫理论、文献[8]采用的滑模控制等等。以上方法相对忽略了无人系统的一些性能要求,而且无法解决一些具有物理约束的实际问题。

预测控制是一种与上述策略不同的控制方法,其控制输入一般通过滚动求解一个涉及未来输入、输出(或状态变量)的有限时域约束优化问题来计算获得,而通过在优化问题中设计合适的目标代价函数来反映控制性能,并对未来输入、输出(或状态变量)加以约束限制,使得预测控制具备了优化控制性能与处理物理约束的特殊能力,也因此成为解决多无人系统跟踪与编队问题的一类针对性方法。目前,针对无人系统跟踪与编队问题开展分布式预测控制研究需要重点解决以下难题:首先为各无人系统构造能够保证其运动控制稳定性的(鲁棒)正定不变集,然后在此基础上设计具有递归可行性保证的分布式控制实施算法<sup>[7-10]</sup>。

针对多无人系统跟踪与编队问题,现有的分布式预测控制研究均需要满足1个条件:假设跟踪目标时所形成的队形与编队指定的队形一致且不违反无人系统的物理约束<sup>[8-11]</sup>。然而,在无人系统执行

实际任务时,这一前提条件往往不容易满足(如跟踪目标因约束影响而不可实现、编队因障碍影响而不可保持等)。考虑以上实际情况,本文借鉴文献[12]“在跟踪预测控制中引入人工规划目标”的思路,通过在目标代价函数中引入规划目标的方式,解决了跟踪与编队控制目标不一致的问题;进一步通过在控制优化问题中附加规划目标约束的方式,确保规划的目标具有可实现性;最终基于预测控制方法为各无人系统构造出具有递归可行性保证的控制优化问题并给出了相应的控制实施算法。

#### 主要符号

$N_a$	多无人系统中无人系统的个数
$N_a'$	多无人系统的指标集合,即 $N_a' = \{1, 2, \dots, N_a\}$
$N_i$	无人系统 $i$ 的邻居集合
$X_i$	无人系统 $i$ 的状态可容许集合
$X_i^*$	无人系统 $i$ 的规划目标状态可容许集合
$U_i$	无人系统 $i$ 的控制输入可容许集合
$U_i^*$	无人系统 $i$ 的规划目标输入可容许集合
$\mathbf{R}^n$	$n$ 维的几何空间
$\mathbf{R}^{m \times n}$	$m \times n$ 维的实数矩阵集合
$\mathbf{I}$	适维的单位矩阵
$\mathbf{I}_n$	$n$ 维的单位矩阵
$\mathbf{0}_n$	$n$ 维的零矩阵
$\mathbf{0}_{1 \times n}$	$1 \times n$ 维的零向量
$\ x\ $	$x$ 的 2-范数,即 $\ x\  = \sqrt{x^T x}$
$\ x\ _P$	$x$ 的 $P$ 权重 2-范数,即 $\ x\ _P = \sqrt{x^T P x}$
$x(t k)$	$k$ 时刻对 $k+t$ 时刻状态 $x(k+t)$ 的预测
$N$	预测时域长度
$\mathbf{N}$	整数集合 $\{0, 1, 2, \dots, N-1\}$
$\mathbf{N}^+$	整数集合 $\{0, 1, \dots, N\}$
$\mathbf{N}^-$	整数集合 $\{1, 2, \dots, N-1\}$

## 1 问题概述

考虑由  $N_a$  无人系统所组成的多无人系统,动态方程为:

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(k), i \in N_a' \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}_i(k) = [\mathbf{p}_i(k); \mathbf{v}_i(k)] \in \mathbf{R}^{2n}$  与  $\mathbf{u}_i(k) \in \mathbf{R}^m$  分别为无人系统  $i$  的状态与控制输入;  $\mathbf{p}_i(k) \in \mathbf{R}^n$  与  $\mathbf{v}_i$

$(k) \in \mathbf{R}^n$  分别为无人系统  $i$  的位置与速度。

在每个无人系统的控制过程中,其状态与输入必须满足以下约束:

$$\mathbf{x}_i(k) \in X_i \triangleq \{\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^{2n} \mid \|\Phi_{i,j} \mathbf{x}_i\| \leq \bar{x}_{i,j}\} \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_i(k) \in U_i \triangleq \{\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^m \mid \|\Psi_{i,l} \mathbf{u}_i\| \leq \bar{u}_{i,l}\} \quad (3)$$

式中:  $\Phi_{i,j}$  与  $\bar{x}_{i,j}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, c_i^x\}$  分别为无人系统  $i$  的指定状态约束参数与上限;  $\Psi_{i,l}$  与  $\bar{u}_{i,l}$ ,  $l \in \{1, 2, \dots, c_i^u\}$  分别为无人系统  $i$  给定的输入约束参数与上限;  $c_i^x$  与  $c_i^u$  分别为无人系统  $i$  的状态与输入的约束个数。

注:式(2)与式(3)是状态与输入约束的通用描述形式,选择状态约束参数  $\Phi_{i,j} = [\mathbf{I}_n, \mathbf{0}_n]$  (或  $\Phi_{i,j} = [\mathbf{0}_n, \mathbf{I}_n]$ ) 即可描述对无人系统  $i$  的位置(或速度)约束,而选择  $\Phi_{i,j} = [\mathbf{0}_{1 \times (s-1)}, 1, \mathbf{0}_{1 \times (n-s)}]$  即可描述对无人系统  $i$  的第  $s$  维状态约束。选择类似形式的输入约束参数  $\Psi_{i,l}$  即可对不同的输入约束进行描述。

被跟踪目标  $r$  为一个虚拟的无人系统,其动态方程为:

$$\mathbf{x}_r(k+1) = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r(k) + \mathbf{B}_r \mathbf{u}_r(k) \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{x}_r(k) = [\mathbf{p}_r(k); \mathbf{v}_r(k)] \in \mathbf{R}^{2n}$  与  $\mathbf{u}_r(k) \in \mathbf{R}^m$  分别为目标  $r$  的状态与控制输入;  $\mathbf{p}_r(k) \in \mathbf{R}^n$  与  $\mathbf{v}_r(k) \in \mathbf{R}^n$  分别为目标  $r$  的位置与速度。

本文旨在控制多无人系统跟踪到根据目标  $r$  所指定的位置,并形成指定的编队队形,即:

$$\text{跟踪目标: } \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{p}_r(k) - \mathbf{p}_i(k)) = \mathbf{d}_{ir}^p \quad (5)$$

$$\text{编队目标: } \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{p}_j(k) - \mathbf{p}_i(k)) = \mathbf{d}_{ij}^p, \forall j \in N_i \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{d}_{ir}^p \in \mathbf{R}^n$  为无人系统  $i$  与目标  $r$  之间的指定跟踪位置偏差向量;  $\mathbf{d}_{ij}^p \in \mathbf{R}^n$  为无人系统  $i$  与其邻居  $j$  之间的指定编队位置偏差向量。相应地,无人系统  $i$  的指定邻居集合定义为  $N_i \triangleq \{j \in N_a \mid \mathbf{d}_{ij}^p \text{ 指定}\}$  ( $j \in N_i$  等价于  $i \in N_j$ )。一般情况下,根据指定的跟踪与编队控制目标,可直接确定位置偏差向量  $\mathbf{d}_{ir}^p$  与  $\mathbf{d}_{ij}^p$  以及各无人系统的指定邻居集合  $N_i$ 。

根据以上指定的控制目标,可以为各无人系统  $i$  生成目标代价函数:

$$J_i(\mathbf{x}_{ir}, \mathbf{u}_{ir}, \mathbf{x}_{i \cdot}, k) = \underbrace{\sum_{t \in N} (\alpha_i \|\mathbf{x}_{ir}(t|k)\|^2 + \rho_i \|\mathbf{u}_{ir}(t|k)\|^2)}_{\text{跟踪目标代价}} + \underbrace{\sum_{t \in N} \sum_{j \in N_i} \beta_i \|\mathbf{x}_{ij}(t|k)\|^2}_{\text{编队目标代价}} \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{x}_{ir}(t|k) = \mathbf{x}_i(t|k) - \mathbf{x}_r(k+t) + \mathbf{d}_{ir}^p$  与  $\mathbf{u}_{ir}(t|k) = \mathbf{u}_i(t|k) - \mathbf{u}_r(k+t)$  分别为无人系统  $i$  相对目标  $r$  的状态与输入跟踪预测偏差向量;  $\mathbf{x}_{ij}(t|k) = \mathbf{x}_i(t|k) - \mathbf{x}_j(k+t) + \mathbf{d}_{ij}^p$  为相应的状态编队预测偏差向量;  $\mathbf{d}_{ir}^p = [\mathbf{d}_{ir}^p; \mathbf{0}] \in \mathbf{R}^{2n}$  与

$\mathbf{d}_{ij}^p = [\mathbf{d}_{ij}^p; \mathbf{0}] \in \mathbf{R}^{2n}$  分别为指定的状态跟踪与编队偏差向量;  $\alpha_i, \rho_i$  与  $\beta_i$  为给定的权重系数。

注:对于式(5)与式(6)中所指定的控制目标,现有研究成果均要求满足跟踪与编队一致的条件,即

$$\mathbf{d}_{ij}^p = \mathbf{d}_{ir}^p - \mathbf{d}_{jr}^p, \quad i, j \in N_a \quad (8)$$

当该条件不满足时,式(7)中的跟踪目标代价与编队目标代价无法同时趋于零,即无法同时实现跟踪与编队。

本文针对一致性条件(8)不满足的情况,研究更为通用的跟踪与编队控制算法。

## 2 自主式预测控制算法

在应用自主式预测控制算法时,各无人系统  $i$  需要利用其邻居  $j$  的预测信息  $\mathbf{x}_j(t|k)$  来构造控制优化问题,然而各无人系统的真实预测信息均需要通过优化问题求解来获得,由此导致各无人系统的优化问题无法构造。为解决这一问题,已有的相关研究文献<sup>[8-10]</sup>通过为无人系统  $j$  构造假设预测信息  $\hat{\mathbf{x}}_j(t|k)$  作为代替,并将其发送给邻居无人系统  $i$  来构造控制优化问题。

通常,各无人系统  $i$  利用其上一时刻的真实预测信息来构造当前时刻的假设预测信息,即:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}}_i(t|k) \\ \hat{\mathbf{v}}_i(t|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^*(t+1|k-1) \\ \mathbf{v}_i^*(t+1|k-1) \end{bmatrix}, \quad \forall t \in \mathbf{N} \quad (9)$$

根据假设预测状态(9),可得相应的状态编队预测偏差:

$$\hat{\mathbf{x}}_{ij}(t|k) = \mathbf{x}_i(t|k) - \hat{\mathbf{x}}_j(t|k) + \mathbf{d}_{ij}^p$$

### 2.1 目标代价函数重规划

在无人系统执行跟踪与编队的实际任务时,跟踪目标所形成的队形与编队指定的队形往往存在不一致,为了解决这一问题,本文通过为各无人系统重新规划控制目标来对目标代价函数进行设计。

首先,为各无人系统  $i$  定义需要重新规划的目标状态  $\mathbf{x}_i^s$  与输入  $\mathbf{u}_i^s$ ,并根据指定的跟踪与编队控制目标,构造如下的规划目标代价:

$$C_i^{\text{plan}}(k) = \underbrace{\sum_{t \in N} (\alpha_i \|\mathbf{x}_{ir}^s(t|k)\|^2 + \rho_i \|\mathbf{u}_{ir}^s(t|k)\|^2)}_{\text{规划的跟踪代价}} + \underbrace{\sum_{t \in N} \sum_{j \in N_i(k)} \beta_i \|\hat{\mathbf{x}}_{ij}^s(t|k)\|^2}_{\text{规划的编队代价}} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{x}_{ir}^s(t|k) = \mathbf{x}_i^s(t|k) - \mathbf{x}_r(k+t) + \mathbf{d}_{ir}^p$  与  $\mathbf{u}_{ir}^s(t|k) = \mathbf{u}_i^s(t|k) - \mathbf{u}_r(k+t)$  分别为规划目标相对目标  $r$  的状态与输入跟踪预测偏差向量;  $\hat{\mathbf{x}}_{ij}^s(t|k) =$

$\mathbf{x}_i^s(t|k) - \hat{\mathbf{x}}_j(k+t) + \mathbf{d}_{ij}^s$  为相应的规划状态编队预测偏差向量。

进一步考虑各无人系统对规划目标的收敛性,需要令各无人系统的状态  $\mathbf{x}_i$  与输入  $\mathbf{u}_i$  分别收敛到规划的目标状态  $\mathbf{x}_i^s$  与输入  $\mathbf{u}_i^s$ 。为此,基于预测控制方法,可为各无人系统  $i$  构造如下的控制目标代价:

$$C_i^{\text{control}}(k) = \sum_{t \in \mathbf{N}} \underbrace{(\alpha_i^s \|\mathbf{x}_{is}(t|k)\|^2 + \rho_i^s \|\mathbf{u}_{is}(t|k)\|^2)}_{\text{控制阶段代价}} + \underbrace{\|\mathbf{x}_{is}(N|k)\|_{\mathbf{P}_i(k)}^2}_{\text{控制终端代价}} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{x}_{is}(t|k) = \mathbf{x}_i(t|k) - \mathbf{x}_i^s(t|k)$  与  $\mathbf{u}_{is}(t|k) = \mathbf{u}_i(t|k) - \mathbf{u}_i^s(t|k)$  分别为无人系统  $i$  相对规划目标的状态与输入跟踪预测偏差向量;  $\alpha_i^s, \rho_i^s$  为人为设定的权重系数;  $\mathbf{P}_i(k)$  为待设计的终端权重矩阵。

根据以上所构造的目标代价可知,令规划目标代价(10)最小,可实现对给定跟踪与编队之间的平衡;而令控制目标代价(11)越小,各无人系统对规划目标的收敛性越高。因此,将以上两项目标代价合并,为各无人系统设计出最终的目标代价函数:

$$J_i(k) = C_i^{\text{plan}}(k) + C_i^{\text{control}}(k) \quad (12)$$

## 2.2 规划目标的约束设计

在实际问题中,控制目标可能受到环境、无人系统性能等因素影响而不可实现,为了保证规划控制目标的可实现性,本小节对规划的控制目标进行相应的约束设计。

首先,为了保证重新规划的目标状态  $\mathbf{x}_i^s(t|k)$  与输入  $\mathbf{u}_i^s(t|k)$  的可行性,重新规划的目标状态与输入必须满足以下约束:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^s(t|k) &\in X_i^s \triangleq \\ \{\mathbf{x}_i^s \in \mathbf{R}^{2n} \mid \|\Phi_{i,j} \mathbf{x}_i^s\| &\leq \bar{\mathbf{X}}_{i,j}^s\} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^s(t|k) &\in U_i^s \triangleq \\ \{\mathbf{u}_i^s \in \mathbf{R}^m \mid \|\Psi_{i,l} \mathbf{u}_i^s\| &\leq \bar{\mathbf{U}}_{i,l}^s\} \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $\bar{\mathbf{x}}_{i,j}^s (j \in \{1, 2, \dots, c_i^s\})$  与  $\bar{\mathbf{u}}_{i,l}^s (l \in \{1, 2, \dots, c_i^s\})$  分别为规划目标的状态与输入上限;满足  $\bar{\mathbf{x}}_{i,j}^s \leq \bar{\mathbf{x}}_{i,j}, \bar{\mathbf{u}}_{i,l}^s \leq \bar{\mathbf{u}}_{i,l}$ 。

其次,为了保证无人系统  $i$  的状态  $\mathbf{x}_i$  与输入  $\mathbf{u}_i$  能够无静差地收敛到规划目标的状态  $\mathbf{x}_i^s$  与输入  $\mathbf{u}_i^s$ , 本文设计规划目标的状态与输入之间满足以下的等式约束:

$$\mathbf{x}_i^s(t+1|k) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i^s(t|k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i^s(t|k) \quad (15)$$

## 2.3 无人系统的终端约束设计

根据预测控制的常规方法,需要为各无人系统设计“三要素”(终端代价函数、终端约束集合与终端控制律)<sup>[13]</sup>。本文借鉴文献[11]设计终端约束的思

路为各个无人系统  $i$  设计实时的终端约束如下:

$$\|\mathbf{x}_{is}^K(t|k)\|_{\mathbf{P}_i(k)}^2 \leq \epsilon_i(k), \forall t \geq N \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_{is}^K(t+1|k)\|_{\mathbf{P}_i(k)}^2 - \|\mathbf{x}_{is}^K(t|k)\|_{\mathbf{P}_i(k)}^2 &\leq \\ -\alpha_i^s \|\mathbf{x}_{is}^K(t|k)\|^2 - \rho_i^s \|\mathbf{u}_{is}^K(t|k)\|^2, \forall t &\geq N \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{x}_i^K(t|k) \in X_i, \forall t \geq N \quad (18)$$

$$\mathbf{u}_i^K(t|k) = \mathbf{K}_i(k) \mathbf{x}_{is}^K(t|k) +$$

$$\mathbf{u}_i^s(t|k) \in U_i, \forall t \geq N \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{K}_i(k)$  为  $k$  时刻求解得到的终端反馈控制律,上标“ $\mathbf{K}$ ”表明相应变量根据控制输入  $\mathbf{u}_i^K(t|k)$  所得,  $\epsilon_i(k) > 0$  为  $k$  时刻求解得到的参数。相应地,各无人系统的终端约束集合可描述为:

$$X_i^f(k) = \{\mathbf{x}_i(N|k) \in \mathbf{R}^{2n} \mid (16) - (19)\} \quad (20)$$

## 2.4 控制优化问题构造与控制实施算法设计

对以上设计的代价函数与相关约束进行整合,可为各个无人系统  $i$  构造控制优化问题如下:

$$\min_{\epsilon_i(k), \mathbf{P}_i(k), \mathbf{K}_i(k), \mathbf{u}_i(t|k), \mathbf{u}_i^s(t|k), \mathbf{x}_i^s(0|k), t \in \mathbf{N}} J_i(k) \quad (21)$$

$$s. t. \quad \mathbf{x}_i(0|k) = \mathbf{x}_i(k) \quad (22)$$

$$\mathbf{x}_i(t+1|k) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t|k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(t|k), t \in \mathbf{N} \quad (23)$$

$$\mathbf{x}_i(t|k) \in X_i, t \in \mathbf{N}^- \quad (24)$$

$$\mathbf{u}_i(t|k) \in U_i, t \in \mathbf{N} \quad (25)$$

$$\mathbf{x}_i(N|k) \in X_i^f(k) \quad (26)$$

$$\mathbf{x}_i^s(t+1|k) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i^s(t|k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i^s(t|k), t \in \mathbf{N} \quad (27)$$

$$\mathbf{x}_i^s(t|k) \in X_i^s, t \in \mathbf{N}^+ \quad (28)$$

$$\mathbf{u}_i^s(t|k) \in U_i^s, t \in \mathbf{N} \quad (29)$$

相应的自主式预测控制实施算法设计如下:

### 2.4.1 离线设置

根据给定的跟踪与编队权重系数  $\alpha_i, \rho_i, \beta_i, i \in N_a'$ , 为各无人系统确定集合  $N_i$ , 人为设定权重系数  $\alpha_i^s, \rho_i^s$ , 选择预测时域  $N$ 。各无人系统设置初始时刻的假设预测状态为  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|0) = \mathbf{x}_i(0), t \in \mathbf{N}$ , 向邻居无人系统  $j \in N_i$  发送其假设预测状态  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|0)$ , 并接收假设预测状态  $\hat{\mathbf{x}}_j(t|0)$ 。

### 2.4.2 在线实施

在每个在线时刻  $k \geq 0$ , 各无人系统  $i$  执行以下步骤:

- 1) 求解优化问题(21)~(29), 计算出  $\epsilon_i^*(k), \mathbf{P}_i^*(k), \mathbf{K}_i^*(k), \mathbf{u}_i^*(t|k), \mathbf{u}_i^{s*}(t|k), \mathbf{x}_i^{s*}(0|k), t \in \mathbf{N}$ ;
- 2) 实施当前的控制输入  $\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{u}_i^*(0|k)$ ;
- 3) 根据式(9)构造下一时刻的假设预测状态  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|k+1) = \mathbf{x}_i^*(t+1|k), t \in \mathbf{N}$ , 向邻居无人系统  $j$  发送其假设预测状态  $\hat{\mathbf{x}}_i(t|k+1)$  并接收假设预测状态  $\hat{\mathbf{x}}_j(t|k+1)$ 。

注:由于控制输入是通过实时求解优化问题

(21)~(29)所获得,而在该优化问题中的目标代价函数(12)中改变指定的跟踪位置偏差向量 $\mathbf{d}_i^s \in \mathbf{R}^n$ 与编队位置偏差向量 $\mathbf{d}_{ij}^s \in \mathbf{R}^n$ 不会影响算法的实施,因此该算法适用于解决时变跟踪与编队控制问题。

### 3 优化问题的 LMI 描述

为了便于对优化问题(21)~(29)进行求解,本节给出一系列变换步骤来将该优化问题转化成 LMI 形式,具体步骤如下:

1)应用舒尔补引理,预测时域内无人系统  $i$  的状态约束(24)与输入约束(25)分别等价于 LMI:

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, c_i^x\}, t \in \mathbf{N}^- \quad \begin{bmatrix} -\bar{x}_{i,j}^2 & * \\ \Phi_{i,j} \mathbf{x}_i(t|k) & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (30)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, c_i^u\}, t \in \mathbf{N}^- \quad \begin{bmatrix} -\bar{u}_{i,l}^2 & * \\ \Psi_{i,l} \mathbf{u}_i(t|k) & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (31)$$

2)应用舒尔补引理,预测时域内规划目标的状态约束(28)与输入约束(29)分别等价于 LMI:

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, c_i^x\}, t \in \mathbf{N}^- \quad \begin{bmatrix} -\bar{x}_{i,j}^s & * \\ \Phi_{i,j} \mathbf{x}_i^s(t|k) & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (32)$$

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, c_i^u\}, t \in \mathbf{N}^- \quad \begin{bmatrix} -\bar{u}_{i,j}^s & * \\ \Psi_{i,j} \mathbf{u}_i^s(t|k) & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (33)$$

3)终端约束(26)中的约束条件(16)~(19)可分别由以下条件保证:

$$\| \mathbf{x}_{is}(N|k) \|_{\mathbf{P}_i(k)}^2 \leq \epsilon_i(k) \quad (34)$$

$$(\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i(k))^T \mathbf{P}_i(k) (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i(k)) - \mathbf{P}_i(k) \leq -\alpha_i^s \mathbf{I} - \rho_i^s \mathbf{K}_i^T(k) \mathbf{K}_i(k) \quad (35)$$

$$\| \Phi_{i,j} \mathbf{x}_i^k(t|k) \| \leq \| \Phi_{i,j} \mathbf{x}_{is}^k(t|k) \| + \| \Phi_{i,j} \mathbf{x}_i^{k^s}(t|k) \| \leq \bar{x}_{i,j}, \forall j \in \{1, 2, \dots, c_i^x\}, t \geq N \quad (36)$$

$$\| \Psi_{i,l} \mathbf{u}_i^k(t|k) \| \leq \| \Psi_{i,l} \mathbf{u}_{is}^k(t|k) \| + \| \Psi_{i,l} \mathbf{u}_i^{k^s}(t|k) \| \leq \bar{u}_{i,l}, \forall l \in \{1, 2, \dots, c_i^u\}, t \geq N \quad (37)$$

定义 $\mathbf{X}_i(k) = \epsilon_i(k) \mathbf{P}_i^{-1}(k)$ 及 $\mathbf{Y}_i(k) = \mathbf{K}_i(k) \mathbf{X}_i(k)$ ,应用舒尔补引理,条件(34)~(37)分别等价于 LMI:

$$\begin{bmatrix} -1 & * \\ \mathbf{x}_{is}(N|k) & -\mathbf{X}_i(k) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X}_i(k) & * & * & * \\ \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{Y}_i(k) & -\mathbf{X}_i(k) & * & * \\ \mathbf{X}_i(k) & 0 & -(\alpha_i^s)^{-1} \epsilon_i(k) \mathbf{I} & * \\ \mathbf{Y}_i(k) & 0 & 0 & -(\rho_i^s)^{-1} \epsilon_i(k) \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (39)$$

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, c_i^x\} \quad \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_i(k) & * \\ \Phi_{i,j} \mathbf{X}_i(k) & -(\bar{x}_{i,j} - i, j^s)^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (40)$$

$$\forall l \in \{1, 2, \dots, c_i^u\} \quad \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_i(k) & * \\ \Psi_{i,l} \mathbf{Y}_i(k) & -(\bar{u}_{i,l} - i, l^s)^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0, \quad (41)$$

4)对目标代价函数(21)进行拆分,令:

$$\sum_{t \in \mathbf{N}} \left( \alpha_i^s \| \mathbf{x}_{is}(t|k) \|^2 + \rho_i^s \| \mathbf{u}_{is}(t|k) \|^2 \right) \leq \gamma_{i1}(k) \quad (42)$$

$$\sum_{t \in \mathbf{N}} \left( \alpha_i \| \mathbf{x}_{ir}^s(t|k) \|^2 + \rho_i \| \mathbf{u}_{ir}^s(t|k) \|^2 \right) \leq \gamma_{i2}(k) \quad (43)$$

$$\sum_{t \in \mathbf{N}} \sum_{j \in N_i} \beta_i \| \hat{\mathbf{x}}_{ij}^s(t|k) \|^2 \leq \gamma_{i3}(k) \quad (44)$$

应用舒尔补引理,式(42)~(44)可分别等价于 LMI:

$$\begin{bmatrix} -\gamma_{i1}(k) & * & * \\ \mathbf{x}_{is}^N & -(\alpha_i^s)^{-1} \mathbf{I} & * \\ \mathbf{u}_{is}^N & 0 & -(\rho_i^s)^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (45)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_{i2}(k) & * & * \\ \mathbf{x}_{ir}^{sN} & -\alpha_i^{-1} \mathbf{I} & * \\ \mathbf{u}_{ir}^{sN} & 0 & -\rho_i^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_{i3}(k) & * \\ \hat{\mathbf{x}}_{ir}^{sN} & -\beta_i \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (47)$$

其中:

$$\mathbf{x}_{is}^N = [\mathbf{x}_{is}(0|k); \mathbf{x}_{is}(1|k); \dots; \mathbf{x}_{is}(N-1|k)]$$

$$\mathbf{u}_{is}^N = [\mathbf{u}_{is}(0|k); \mathbf{u}_{is}(1|k); \dots; \mathbf{u}_{is}(N-1|k)]$$

$$\mathbf{x}_{ir}^{sN} = [\mathbf{x}_{ir}^s(0|k); \mathbf{x}_{ir}^s(1|k); \dots; \mathbf{x}_{ir}^s(N-1|k)]$$

$$\mathbf{u}_{ir}^{sN} = [\mathbf{u}_{ir}^s(0|k); \mathbf{u}_{ir}^s(1|k); \dots; \mathbf{u}_{ir}^s(N-1|k)]$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{ij}^{sN} = [\hat{\mathbf{X}}_{ij}^s(0|k); \hat{\mathbf{X}}_{ij}^s(1|k); \dots; \hat{\mathbf{X}}_{ij}^s(N-1|k)],$$

$$j, \dots, l \in N_i$$

将式(34)与(42)~(44)代入目标代价函数(21),可得其上界:

$$\mathcal{J}_i(k) = \epsilon_i(k) + \gamma_{i1}(k) + \gamma_{i2}(k) + \gamma_{i3}(k) \quad (48)$$

5)优化问题(21)~(29),可等价地转化为以下 LMI 形式的优化问题:

$$\min_{\epsilon_i(k), \mathbf{X}_i(k), \mathbf{Y}_i(k), \gamma_{i1}(k), \gamma_{i2}(k), \gamma_{i3}(k), \mathbf{u}_i(t|k), \mathbf{u}_i^s(t|k), \mathbf{x}_{is}^s(0|k), t \in \mathbf{N}} \bar{\mathcal{J}}_i(k) \quad (49)$$

s. t. (30)~(33), (38)~(41), (45)~(47)

注:约束(22)表示无人系统  $i$  在初始时刻的预测值,无需转化为 LMI 形式;约束(23)与(27)已经分别包含在约束(24)与(28)转化为 LMI 形式的过程中,无需再单独转化。

## 4 仿真验证

本文通过一个仿真实例来验证自主式预测控制算法的有效性。考虑一个由 3 个无人系统组成的多无人系统,各个无人系统的动态方程为:

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_i} \mathbf{x}_i(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.5 \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_i} \mathbf{u}_i(k),$$

$$i \in N_a' \quad (50)$$

状态的初始值为  $\mathbf{x}_1(0)=[0; -4.5; 0; 0; 0; 0]$ ,  $\mathbf{x}_2(0)=[0; 7.5; 0; 0; 0; 0]$ ,  $\mathbf{x}_3(0)=[0; 1.5; 0; 0; 0; 0]$ 。假设被跟踪目标与各无人系统具有相同的动态方程,即  $\mathbf{A}_r=\mathbf{A}_i$ ,  $\mathbf{B}_r=\mathbf{B}_i$ , 并给定其初始状态  $\mathbf{x}_r(0)=[8; 0; 0; 0; 0; 0]$  与控制输入  $\mathbf{u}_r(k)=[u_{r1}(k); u_{r2}(k); u_{r3}(k)] = [\bar{u}_r \cos(0.1k); \bar{u}_r \cos(0.25k); \bar{u}_r \cos(0.2k)]$ , 其中  $\bar{u}_r = 0.1 \text{ m/s}^2$ 。

多无人系统指定的状态跟踪与编队偏差向量为:

$$\mathbf{d}_{1r}^x = [-4; 0; 0; 0; 0; 0]$$

$$\mathbf{d}_{2r}^x = [2; -1; 0; 0; 0; 0]$$

$$\mathbf{d}_{3r}^x = [2; 1; 0; 0; 0; 0]$$

$$\mathbf{d}_{12}^x = -\mathbf{d}_{21}^x = [-4; 2; 0; 0; 0; 0]$$

$$\mathbf{d}_{13}^x = -\mathbf{d}_{31}^x = [-4; -2; 0; 0; 0; 0]$$

$$\mathbf{d}_{23}^x = -\mathbf{d}_{32}^x = [0; -4; 0; 0; 0; 0]$$

给定跟踪与编队的权重参数为  $\alpha_i=1, \rho_i=0.5, \beta_i=0.1, i \in N_a'$ 。在控制过程中,无人系统需要满足以下物理约束:

$$\|\mathbf{v}_i(k)\| = \|\Phi_i \mathbf{x}_i(k)\| \leq \bar{v}_i \quad (51)$$

$$\|\mathbf{u}_{i,l}(k)\| = \|\Psi_{i,l} \mathbf{u}_i(k)\| \leq \bar{u}_{i,l}, l=1,2 \quad (52)$$

式中:  $\Phi_i = [0, \mathbf{I}_3] \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ ,  $\bar{v}_i = 1.8 \text{ m/s}$ ,  $\Psi_{i,1} = \mathbf{I}_3$ ,  $\Psi_{i,2} = [0, 0, 1]$ ,  $\bar{u}_{i,1} = 0.4 \text{ m/s}^2$ ,  $\bar{u}_{i,2} = 0.15 \text{ m/s}^2$ 。

设定规划目标的速度与输入约束为:

$$\|\mathbf{v}_i^s(t|k)\| = \|\Phi_i \mathbf{x}_i^s(t|k)\| \leq i^s, t \in \mathbf{N} \quad (53)$$

$$\|\mathbf{u}_{i,l}^s(t|k)\| =$$

$$\|\Psi_{i,l} \mathbf{u}_i^s(t|k)\| \leq i^s, l=1,2, t \in \mathbf{N}^+ \quad (54)$$

式中:  $\bar{v}_i^s = 1.5 \text{ m/s}$ ,  $\bar{u}_{i,1}^s = 0.3 \text{ m/s}^2$ ,  $\bar{u}_{i,2}^s = 0.1 \text{ m/s}^2$ 。

在仿真中,设定权重系数  $\alpha_i = 100, \rho_i = 100$ , 选择预测时域  $N = 5$ 。

在实施自主式预测控制实施算法中,利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱(采用“mincx”命令)来求解优化问题。在整个仿真过程中,各个无人系统的优化问题均可求出最优解。仿真结果见图 1~3。

从图 1 可以看出,各无人系统与规划目标的位置轨迹最终重合在一起,多无人系统最终成功地跟踪到了目标,各无人系统最终所形成的队形介于跟

踪队形与编队队形之间。以上结果显示:各无人系统能够收敛到规划目标,而通过引入规划控制目标并对目标代价函数进行重新设计解决了跟踪与编队之间的一致性问题。

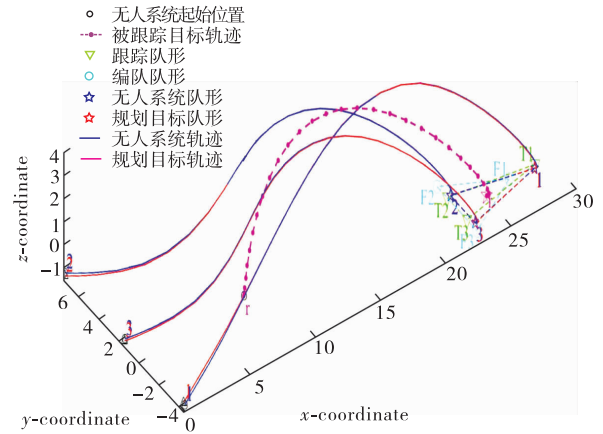


图 1 各无人系统、规划目标与被跟踪目标的位置轨迹以及跟踪与编队的队形图

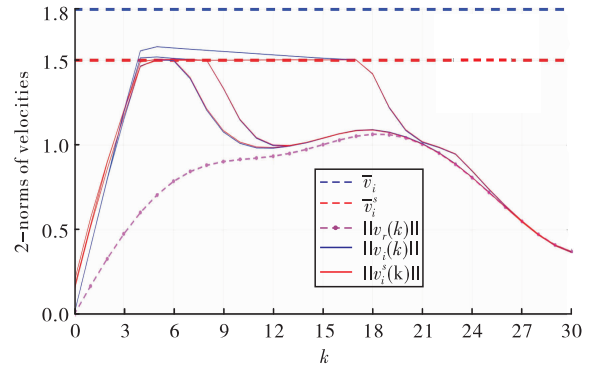


图 2 各无人系统速度、规划速度与目标速度的 2-范数

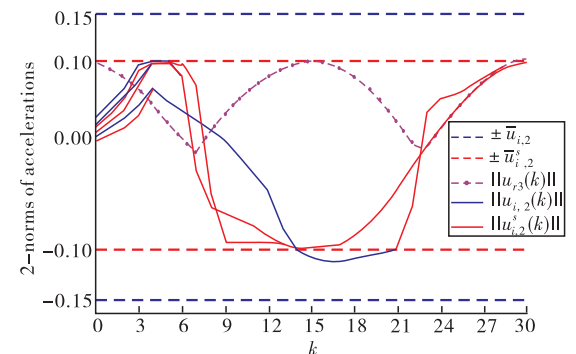
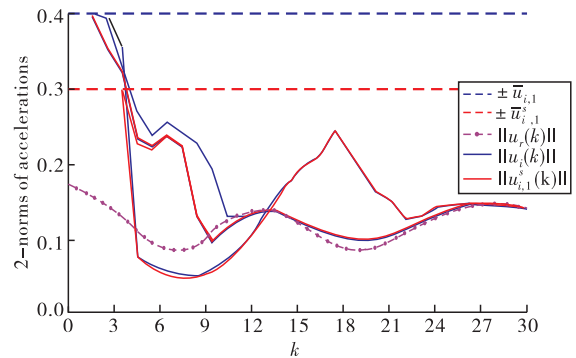


图 3 各无人系统输入、规划目标输入与参考目标输入

从图2可以看出,在 $k=20$ 时,各无人系统便收敛到了规划目标。在 $k=30$ 时,所有无人系统都已经跟踪上了被跟踪目标。在整个跟踪与编队的过程中,各个无人系统的状态以及规划目标的状态均能够满足指定的状态约束。

从图3可以看出,在整个多无人系统进行跟踪与编队的过程中,各系统的输入以及规划目标的输入均未违反相应的输入约束,且最终均收敛到被跟踪目标的输入。

## 5 结语

本文针对多无人系统的跟踪与编队问题设计了自主式预测控制算法,通过规划出一致、可实现的控制目标并令整个多无人系统实现该目标,最终解决多无人系统跟踪与编队控制目标不一致及不可实现的问题。本文的跟踪与编队控制算法设计均从单个无人系统自主进行跟踪与组成编队的角度出发,构造的控制优化问题也是由各无人系统独立求解,因此所给出的控制实施算法称为自主式预测控制算法,该算法可以拓展应用于由大规模无人系统所组成的无人集群进行动态编队与拆分重组等问题,具有较高的应用价值。下一步将基于该算法,考虑由大规模无人系统所组成的无人集群避障的需求,解决其进行动态编队与拆分重组等问题。

### 参考文献

- [1] 赵虎,李晓丽,尹德斌. 存在视觉盲区的小型无人机群自主控制[J]. 计算机与数字工程, 2021, 49(1): 6-11, 125.
- [2] 邓凯迪,强晟,丁兵勇,等. 基于 Arduino 和 UWB 定位技术的混凝土无人运输车队模型系统设计[J]. 自动化技术与应用, 2020, 39(8): 143-145, 149.
- [3] 吴文涛,古楠,彭周华,等. 多领航者导引无人船集群的分布式时变队形控制[J]. 中国舰船研究, 2020, 15(1): 21-30.
- [4] ZHEN Z Y, XING D J, Gao C. Cooperative Search-Attack Mission Planning for Multi-UAV Based on Intelligent Self-Organized Algorithm[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 76: 402-411.
- [5] WANG L H, CHEN G R, HAN Q L, et al. Network-Based Leader-Following Consensus of Nonlinear Multi-Agent Systems Via Distributed Impulsive Control[J]. Information Sciences, 2017, 380: 145-158.
- [6] HAN T, GUAN Z H, LIAO R Q, et al. Distributed Finite-Time Formation Tracking Control of Multi-Agent Systems Via FTSMC Approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(15): 2585-2590.
- [7] LI H P, XIE P, YAN W S. Receding Horizon Formation Tracking Control of Constrained Underactuated Autonomous Underwater Vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(6): 5004-5013.
- [8] WANG P, DING B C. Distributed RHC for Tracking and Formation of Nonholonomic Multi-Vehicle Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(6): 1439-1453.
- [9] WANG P, FENG X X, LI W H, et al. A Robust Distributed RHC Synthesis Approach for Simultaneous Tracking, Regulation and Formation of Multiple Perturbed Wheeled Vehicles with Collision Avoidance[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 1-22. <https://doi.org/10.1002/rnc.5484>.
- [10] WANG P, DING B C. A Synthesis Approach of Distributed Model Predictive Control for Homogeneous Multi-Agent System with Collision Avoidance[J]. International Journal of Control, 2014, 87(1): 52-63.
- [11] YANG Y Q, DINH B C. Tracking and Formation of Multi-agent Systems with Collision and Obstacle Avoidance Based on Distributed RHC[J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2019, 38(7): 2951-2970.
- [12] 席裕庚,李德伟,林姝. 模型预测控制——现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236.
- [13] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.

(编辑:徐敏)