基于对数稀布阵的 FDA-MIMO 干扰抑制

王 博^{1,2},陈楚舒²,马学亮¹,朱鹏羽¹

(1.95972 部队,甘肃酒泉,735300; 2. 空军工程大学防空反导学院,西安,710051)

摘要 波形分集阵列雷达作为一种将频率分集阵列与多输入多输出结构相结合的雷达新体制,在主瓣干扰 抑制领域具有极大的应用前景。针对基于对数稀布阵的 FDA-MIMO 随队干扰抑制方法展开分析。首先将 对数稀布阵引入 FDA-MIMO 体制,通过采用非线性频控函数改进基本 FDA"S型"波束图带来的多极值问 题;然后通过 RCB 算法修正随队干扰抑制过程中出现的导向矢量失配问题;最后,仿真验证了当目标与干扰 在距离维可分但角度维较为接近时,该方法可在保持主瓣增益的同时实现对干扰的有效置零,从而为随队干 扰的有效抑制提供了新的思路。

关键词 对数稀布阵列;FDA-MIMO;RCB 算法;干扰抑制;方向图 DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2021.05.006 中图分类号 TN95 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2021)05-0037-06

Research on FDA-MIMO Interference Suppression Based on Logarithmic Sparse Array

WANG Bo^{1,2}, CHEN Chushu², MA Xueliang¹, ZHU Pengyu¹
(1. Unit of 95972, Jiuquan 735300, Gansu, China; 2. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract Being a new radar system in which frequency diverse array (FDA) combines with multiple input multiple output (MIMO) structure, the waveform diverse array radar has great application prospects in the field of main lobe interference suppression. In this paper, the FDA-MIMO team interference suppression method based on logarithmic sparse array is analyzed. Firstly, the logarithmic sparse array is introduced into FDA-MIMO system, and then the multi-main lobe problem caused by the basic FDA "s" beam pattern is improved by using nonlinear frequency offset, and then, RCB algorithm is used to correct the steering vector mismatch in the process of interference suppression. Finally, the simulation results show that when the target and the jamming are separable in the range dimension but close in the angle dimension, the proposed method can achieve the effective null of the jamming while maintaining the main lobe gain, providing a new idea for the effective suppression of team interference.

Key words logarithmic sparse array; FDA-MIMO; RCB algorithm; interference suppression; beam pattern

FDA 雷达通过改变载波频率和频偏增量以离

散方式扫描空间中的每个点,因此提供了极大的电

收稿日期: 2020-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(62001506)

作者简介: 王 博(1991-),男,陕西西安人,博士,研究方向:频率分集阵列雷达干扰抑制方法。E-mail:wb_wangbo1991@163.com

引用格式: 王博,陈楚舒,马学亮,等.基于对数稀布阵的 FDA-MIMO 干扰抑制[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2021,22(5):37-42. WANG Bo, CHEN Chushu, MA Xueliang, et al. Research on FDA-MIMO Interference Suppression Based on Logarithmic Sparse Array[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition),2021,22(5):37-42.

子反对抗应用潜力^[1-4]。相控阵与距离无关的波束 指向特性使其在抑制支援式干扰的过程中会出现主 瓣分裂的问题。文献[5]结合可能的目标区域先验 知识,提出了一种基于 FDA-MIMO 雷达协方差矩 阵重构的鲁棒性欺骗干扰抑制方法,显著提高了欺 骗干扰抑制性能。文献「6]提出了一种基于 FDA-MIMO 发射非正交波形的距离欺骗干扰抑制方法。 文献[7]建立了以 FDA 为发射阵列的空时自适应 处理雷达新框架,使得距离模糊的杂波在空间频域 中可以被有效抑制。文献「8]提出了一种基于 FDA 抑制高超音速飞行器前视雷达杂波的新方法。现有 文献中较少有基于 FDA-MIMO 结构通过自适应波 束形成算法抑制随队式干扰的研究[9-11]。本文在 FDA 雷达方向图距离-角度解耦技术的基础上,首 先使用对数稀布阵代替基本的一维均匀线性阵列结 构,再通过仿真验证了采用自适应波束形成算法的 FDA-MIMO 结构能够有效抑制支援式干扰。

1 FDA-MIMO 结构模型

图 1 所示为均匀线性 FDA(uniform linear array frequency diverse array, ULFDA)阵列:



图 1 ULFDA 基本结构

设载波频率为 f_0 ,相邻阵元间的频偏增量为 Δf ,则第 n 个阵元辐射信号的频率为:

 $f_n = f_0 + n\Delta f$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ (1) 窄带条件下, t 时刻阵元 n 的发射信号为:

 $s_n(t) = \exp(j2\pi f_n t), \quad n = 0, 1, \cdots, N-1$ (2)

阵元 *n* 发射的信号到达远场点观测点(*R*,*θ*)的 信号表达式为:

$$s_m(t) = \exp\left[j2\pi f_n\left(t - \frac{R_n}{c}\right)\right]$$
(3)

式中: $R_n = R - nd\sin\theta$, R为参考阵元到目标点的距离, d为阵元间距, c为光速。

采用如图 1 所示的阵列作为收发共型阵,信号在 发射端经赋相或加权后向空间辐射,经目标二次反射 回接收阵列,在接收端通过采用不同的滤波方式可以 构成相应的发射-接收机结构,并最终得到接收端的 方向图^[12]。文献[13]中对带限相干处理、全波段相 干处理、全波段伪相干处理这 3 种 FDA 阵列接收端 信号处理机制与 FDA-PA、FDA-BFF、FDA-MIMO 3 种接收机结构的对应关系做了详细的分析。

对式(3)中的发射信号加权使其到达远场目标 (R_0, θ_0) :

$$s_{m}(t) = \exp\left[j2\pi f_{n}\left(t - \frac{(R - R_{0}) - nd\left(\sin\theta - \sin\theta_{0}\right)}{c}\right)\right]$$
(4)

经目标二次反射后被接收阵列阵元 *m* 接收的 信号形式为:

$$r_{m}(t;\theta_{0}, \mathbf{R}_{0}) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left[j2\pi f_{n}\left(t - \frac{2R - R_{0}}{c} + \frac{nd(\sin\theta - \sin\theta_{0})}{c} + \frac{md\sin\theta}{c}\right)\right]$$
(5)

在每一个接收通道中通过 N 个窄带滤波器对 接收阵列阵元 m 接收到的所有信号进行分离,对分 离后的回波数据按接收通道进行重排,得到数据大 小为 N×N 的信号,对重排后的信号进行普通波束 扫描,可得 FDA-MIMO 结构:

$$y(t;\theta_{0},R_{0}) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left[j2\pi f_{n}\left(t - \frac{2(R-R_{0})}{c} + \frac{nd(\sin\theta - \sin\theta_{0})}{c} + \frac{md(\sin\theta - \sin\theta_{0})}{c}\right)\right]$$
(6)

2 基于对数稀布阵的干扰抑制

基本 ULFDA 结构其发射方向图中存在着距离-角度的耦合问题,这就给基于稳健波束形成方法的主瓣干扰抑制带来了模糊的问题。本节将对数稀 布阵这一典型的不等间距阵列结构引入 FDA-MI-MO 体制,结合方向图距离-角度解耦技术研究了当 导向矢量存在偏差时,采用 RCB 算法对主瓣干扰的 抑制效果。

2.1 对数稀布阵列

不等间距阵列是以单元间距为参变量的"距离 分布阵",图 1 中阵元 n 到参考阵元的距离为 $d_n = nd, n = 1, 2, \dots, N-1, 本文将这一线性取值$ $方式改为 <math>d_n = \log(n+1)d, n = 1, 2, \dots, N-1$ 从 而得到如图 2 所示阵元间距分布呈对数变化的对数 稀布阵:



2.2 方向图距离-角度解耦技术

相控阵(phased array, PA)相邻阵元间的相位 差函数仅与波程差的变化有关,因而推导得到的相 控阵方向图函数仅仅是角度的函数。与 PA 不同, FDA 通过在相邻阵元间引入一个与阵列载频相比 十分微小的频差,得到与波程差和传播距离相关的 相位差函数,最终得到具有时间-距离-角度三维相 关性的阵列方向图。

针对如何改进 FDA"S 型"波束图带来的多极 值问题,主要有两种思路:一种着眼于频控函数设 计,另一种主要着眼于阵列结构设计。文献[14]对 比分析了对数、三角函数、指数函数及倒数4种非线 性频控函数应用于一维均匀线性 FDA 的性能,得 到正弦频控函数性能最优的结论。因此,本文在通 过采用密度锥削阵重构一维线阵的基础上,引入正 弦频控函数以实现 FDA 方向图的距离-角度解耦。

2.3 基于 RCB 的导向矢量修正

最小方差无失真响应(minimum variance distortionless response, MVDR)波束形成器用公式可 表述为:

min $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{w}$

s. t.
$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_{s}) = 1, \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta_{i}) = 0$$
 (7)

式中:R表示接收信号的协方差矩阵; w^{H} 表示接收 端加权矢量;n(t)表示接收机噪声矢量。目标位于 空间(R_s , θ_s)处,另有Q个干扰源分别位于(R_i , θ_i), $i=1,2,\dots,Q_s$ $a(\theta_s)$ 表示目标信号的接收导向矢 量, $a(\theta_i)$ 表示干扰信号的接收导向矢量。

MVDR 波束形成器的输出信干噪比(signal noise ratio, SINR)为:

SINR =
$$\frac{|\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}(\theta_{s})|^{2}}{\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{w} - |\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}(\theta_{s})|^{2}}$$
(8)

实际中干扰源的位置估计会存在一定误差,从 而导致通过求解式(7)得到的式(9)中最优加权矢量 也存在误差:

$$w = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}{\mathbf{a}^{\mathrm{H}}(\theta_s) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_s)}$$
(9)

本文在重构阵列结构的基础上,利用 RCB(robust capon beamforming, RCB)算法对失配情况下 的导向矢量进行优化^[15]:

$$\min_{\bar{\boldsymbol{a}}_{s}(\boldsymbol{\theta})} \boldsymbol{a}_{s}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{a}_{s}(\boldsymbol{\theta})$$
s. t. $\| \boldsymbol{a}_{s}(\boldsymbol{\theta}) - \hat{\boldsymbol{a}}_{s}(\boldsymbol{\theta}) \| \leqslant \varepsilon$

$$(10)$$

式中: || • || 表示二范数; ϵ 为限定导向矢量最大 失配量; $a_s(\theta)$ 为真实的导向矢量; $\hat{a}_s(\theta)$ 为估计的导 向矢量,该导向矢量已知但存在误差。实际上,式 (10)是利用接收数据协方差矩阵,在以 $a_s(\theta)$ 为球心 半径为ε的一个球形约束区域内实现导向矢量的更 新。应用拉格朗日乘子法求解式(10),对应的拉格 朗日方程及其变换形式为:

$$\| (\lambda \mathbf{R} + \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{s} \|^{2} = \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{\lambda^{2}} \| (\mathbf{R} + \frac{1}{\lambda} \mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{s} \|^{2} = \varepsilon$$
(11)

接收信号数据协方差矩阵可分解为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{s} + \mathbf{R}_{J} = \sigma_{s}^{2} \mathbf{a}_{s} \mathbf{a}_{s}^{\mathrm{H}} + \sum_{k=1}^{Q} \sigma_{Jk}^{2} \mathbf{a}_{Jk} \mathbf{a}_{Jk}^{\mathrm{H}} + \sigma_{n}^{2} \mathbf{I} \quad (12)$$

结合式(11)、(12),根据矩阵求逆引理可得:

$$\frac{1}{\lambda^{2}} \| \left(\boldsymbol{R}_{J} + \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{I} \right)^{-1} \cdot \left[\hat{\boldsymbol{a}}_{s} - \frac{\sigma_{s}^{2} \boldsymbol{a}_{s} \boldsymbol{a}_{s}^{\mathrm{H}} \left(\boldsymbol{R}_{J} + \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{I} \right)^{-1} \hat{\boldsymbol{a}}_{s}}{1 + \sigma_{s}^{2} \boldsymbol{a}_{s}^{\mathrm{H}} \left(\boldsymbol{R}_{J} + \frac{1}{\lambda} \boldsymbol{I} \right)^{-1} \boldsymbol{a}_{s}} \right] \|^{2} = \varepsilon$$
(13)

根据谱分解的相关理论,R」可分解为:

$$R_J = U\Lambda U^{H} = U_J\Lambda_J U^{H}_J + \sigma_n^2 U_n U^{H}_n$$
 (14)
式中: $\Lambda_J = \text{diag} \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_Q\}$ 为干扰子空间特征值
矩阵; $U_J = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_Q]$ 为干扰子空间特征向量;
 $U_n = [\mu_{Q+1}, \mu_{Q+2}, \dots, \mu_{N-1}]$ 为噪声子空间特征向量;
 σ_n^2 表示估计的噪声功率。一般情况下,干扰位于旁
瓣,且强度远大于噪声,目标信号导向矢量在干扰子
空间投影分量很小,则:

$$\boldsymbol{a}_{s}^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{J}+\frac{1}{\lambda}\boldsymbol{I}\right)^{-p}\boldsymbol{a}_{s}=\sum_{k=1}^{M}\frac{|\boldsymbol{u}_{k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}_{s}|^{2}}{(\beta_{k}+1/\lambda)^{p}}\approx$$

$$\sum_{k=Q+1}^{M}\frac{|\boldsymbol{u}_{k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}_{s}|^{2}}{(\beta_{k}+1/\lambda)^{p}}=\frac{\|\boldsymbol{a}_{n}\|^{2}}{(\sigma_{n}^{2}+1/\lambda)^{p}}$$
(15)

式中:p为正整数; $a_n = U_n^H a_s$,同理可得:

$$\boldsymbol{a}_{s}^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{J}+\frac{1}{\lambda}\boldsymbol{I}\right)^{-p}\hat{\boldsymbol{a}}_{s}=\frac{\boldsymbol{a}_{n}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{a}}_{n}}{\left(\sigma_{n}^{2}+1/\lambda\right)^{p}}$$
(16)

式中: $\hat{a}_n = U_n^{H} \hat{a}_s$,将式(15)和式(16)代人式(12): || $\hat{a}_n || - 2L |a_n^{H} \hat{a}_n ||^2 + L^2 |a_n^{H} \hat{a}_n ||^2 \cdot || a_n ||^2 = \epsilon\lambda^2 (\sigma_n^2 + 1/\lambda)^2$ (17) 式中: $L = \sigma_s^2 (\sigma_n^2 + 1/\lambda + \sigma_s^2 || a_n ||^2)^{-1}$, ϵ 较小时: | $a_n^{H} \hat{a}_n ||^2 \approx || a_n ||^2 \cdot || \hat{a}_n ||^2$ (18) 代人式(12),得 λ :

$$\lambda = \frac{\parallel \hat{\boldsymbol{a}}_n \parallel -\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon} \left(\sigma_n^2 + \sigma_s^2 \parallel \boldsymbol{a}_n \parallel^2\right)}$$
(19)

由此,能够得到修正后的目标导向矢量估计值: $\tilde{a_s} = (\mathbf{R}^{-1}/\lambda + \mathbf{I})^{-1}\hat{a}_s = \hat{a}_s - (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{R})^{-1}\hat{a}_s$ (20)

3 仿真验证

考虑一个 10 阵元的一维线性阵列结构,阵元间 距 $d=c/(2f_0), f_0=10$ GHz, $\Delta f=10$ kHz, $t_0=0$ s, 仿真验证本文分析的有效性。

3.1 对数稀布 FDA 与 PA 和 ULFDA 的发射方向 对比

假设目标位于(30°,50 km),由图 3~5 可知, PA 的发射方向图主波束指向仅仅与角度相关,与 距离无关,在抑制距离相关性干扰的过程中可能存 在性能上的不足。FDA-MIMO 的发射方向图呈现 出距离-角度二维相关性,但其中同时存在多极值的 问题。采用正弦频控函数的对数稀布 FDA 的发射 方向图可在目标位置处形成点状的波束指向,有效 消除了 FDA-MIMO 方向图中的距离-角度耦合。



3.2 3种阵列的特性分析

3.2.1 干扰与目标位置在距离维、角度维同时可 分时

假设目标位于(30°,50 km),干扰位于(40°,55 km),仿真对比基于 MVDR 的 PA、基于 MVDR 的

FDA-MIMO 和基于 RCB 算法的对数稀布 FDA 3 种结构的干扰抑制性能,由图 6~8 可知,当干扰与 目标的位置在空间中距离较远时,3 种结构得到的 阵列方向图都能在目标位置处保持有效增益的同时 在干扰位置处实现置零。但 PA 的阵列方向图中的 波束指向在距离维无分辨能力,FDA-MIMO 的阵 列方向图中存在多极值的问题。



图 8 基于 RCB 算法的对数稀布 FDA 阵列方向图

3.2.2 干扰与目标位置在距离维可分、角度维接近 时可分时

假设目标位于(30°,50 km),干扰位于(33°,55 km),仿真对比基于 MVDR 的 PA、基于 MVDR 的 FDA-MIMO 和基于 RCB 算法的对数稀布 FDA 3 种结构的干扰抑制性能。由图 9~11 可知,当干扰 与目标的位置在距离维可分同时在角度维接近时,

PA 的阵列方向图会出现主瓣畸变、旁瓣升高的问题。与图 10 相比,图 11 中对数稀布 FDA 的阵列方向图在实现干扰位置置零、主波束增益保持的同时,还有效消除了 FDA-MIMO 的阵列方向图中的多极值问题。





3.2.3 存在 2 个干扰,且干扰与目标位置在距离维可分、角度维接近时可分时

假设目标位于(30°,50 km),干扰1位于(33°, 55 km),干扰2位于(27°,55 km),仿真对比基于 MVDR的PA、基于MVDR的FDA-MIMO和基于 RCB算法的对数稀布FDA3种结构的干扰抑制性 能。由图12~14可知,当存在两个干扰与目标的位 置在距离维可分同时在角度维接近时,PA的阵列 方向图仍然出现了主瓣畸变、且无法有效区分干扰 2 与目标。图 13 和图 14 都可以实现对目标方向增益的保持和干扰方向的有效置零,但图 14 同时消除 了方向图的多极值问题。





3.3 存在2°指向误差时的主瓣纠偏

目标与干扰的位置与同时考虑导向矢量存在 2°的指向误差,仿真对比基于 MVDR 的 FDA-MI-MO 和基于 RCB 算法的对数稀布 FDA 两种结构的 干扰抑制性能。当存在指向误差时,MVDR 波束形 成器收敛到存在误差的估计导向矢量上,图 15 中 FDA-MIMO 的主波束指向产生了明显偏移。如图 16 所示,基于 RCB 的对数稀布 FDA 阵列方向图仍 可在目标位置处形成单一主瓣峰值,由于导向矢量 的修正未出现波束指向的偏移,这同时也为后续关 于目标参数估计的一系列分析中的模糊消除奠定了 重要基础。由图可知本文算法性能优于 FDA-MI-



图 16 基于 RCB 算法的对数稀布 FDA 阵列方向图

4 结语

FDA 雷达能够形成距离-角度-时间相关波束, 在雷达目标的距离-方位角联合估计、射频隐身以及 前视探测与成像等领域都有广阔的应用前景。当干 扰与目标位置接近时,针对基于 MVDR 的 PA、 FDA-MIMO 结构阵列方向图存在的性能不足,本 文将一维均匀线性阵列结构改为对数稀布阵,同时 引入正弦频控函数和 RCB 算法修正导向矢量,从而 得到了方向图距离-角度解耦且能有效抑制支援式 干扰的方法。

下一步将在此基础上,结合非时变 FDA 波束 控制领域的最新研究成果,进一步开展 FDA 在电 子战中的应用研究。

参考文献

[1] 王博,谢军伟,张晶,等.基于 SD-LCMV 算法的 FDA 平台外干扰抑制[J].北京航空航天大学学报, 2019,45(11):2247-2256.

- [2] 王文钦,陈慧,郑植,等.频控阵雷达技术及其应用 研究进展[J].雷达学报,2018,7(2):153-166.
- [3] 许京伟,朱圣棋,廖桂生,等.频率分集阵雷达技术 探讨[J]. 雷达学报,2018,7(2):167-182.
- [4] 陈小龙,陈宝欣,黄勇,等. 频控阵雷达空距频聚焦 信号处理方法[J]. 雷达学报, 2018, 7(2): 183-193.
- [5] LI Z, ZHANG Y, GE Q, et al. A Robust Deceptive Jamming Suppression Method based on Covariance Matrix Reconstruction with Frequency Diverse Array MIMO Radar[C]//Processings of 2017 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing. Xiamen, China: IEEE, 2018:1-5.
- [6] LAN L, LIAO G, XU J. A Method to Suppress the Main-beam Deceptive Jamming in FDA-MIMO Radar with Random Polyphase Codes[C]//2018 IEEE 10th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Sheffield:IEEE,2018:509-512.
- XU J, ZHU S, LIAO G. Range Ambiguous Clutter Suppression for Airborne FDA-STAP Radar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1620-1631.
- [8] WU X, LIU Z, XIE R. Clutter Suppression for Hypersonic Vehicle-Borne Radar with Frequency Diverse Array[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(3): 481-492.
- [9] 王博,谢军伟,张晶,等. 基于 Capon 的 CSB sin-FDA 稳健波束形成[J]. 北京理工大学学报,2020,40(1): 53-61.
- [10] 王博,谢军伟,张晶,等. PFDA 阵列点状波束形成 及干扰抑制特性研究[J].系统工程与电子技术, 2020,42(2):253-262.
- [11] JONES A. Frequency Diverse Array Receiver Architectures[D]. Dayton: Wright State University, 2011.
- [12] 张昭建,谢军伟,盛川,等.频率分集阵列接收机结 构设计及方向图分析[J].华中科技大学学报,2017, 45(6):15-20.
- [13] 王博,谢军伟,张晶,等. 基于非线性频偏的频控阵 波束控制研究[J]. 北京理工大学学报,2019,39(3): 311-319.
- [14] LI J, STOICA P, WANG Z. On Robust Capon Beamforming and Diagonal Loading[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1702-1715.

(编辑:徐敏)