基于双路奇异值分解的信号降噪方法

尹立言，向　新✉，张婧怡，刘　坤
(空军工程大学航空工程学院,西安,710038)

摘要　针对常规奇异值分解对强噪声抑制效果不佳的问题,提出了一种基于双路奇异值分解的信号降噪方法。首先采用奇异熵定阶的方法对高阶噪声进行预处理,然后从双路奇异向量的相关性出发确定低阶噪声奇异向量的位置,最后将剩余的奇异值与奇异向量重构得到优化估计的降噪信号。仿真实验表明:双路 SVD 相比常规 SVD 的降噪方法在低信噪比、白噪声的环境下信噪比增益提升 4.07 dB,与纯净信号波形相关系数增量提升 0.11。以一段受到座舱噪声污染的语音信号为实验对象,文中方法与双通道自适应噪声抵消的降噪方法对比,信噪比增益提升 4.83 dB,运算耗时缩短 1.5 s。此外,文中方法不受噪声类型的限制,对于有色噪声和单频干扰甚至混合噪声同样具有良好的适应性,有广泛的应用前景。

关键词　噪声消除;双通道;奇异值分解;奇异向量;相关性
DOI　10.3969/j.issn.1009-3516.2019.05.009
中图分类号　TN911.7　　**文献标志码**　A　　**文章编号**　1009-3516(2019)05-0051-07

A Noise Cancellation Method Based on Singular Value Decomposition for Dual-channel

YIN Liyan, XIANG Xin✉, ZHANG Jingyi, LIU Kun
(Aeronautical Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Aimed at the problem that singular value decomposition for single-channel is poor in the effect on strong noise, a noise cancellation method based on dual-channel singular value decomposition is proposed. Firstly, the method of singular entropy determination is used to preprocess the noise component of high order, then the position of the low order singular vectors of the noise is determined from the correlation of the dual-channel singular vectors, and finally, the residual singular values and corresponding singular vectors are reconstructed to obtain the optimized estimated noise-free signal. The simulation experiments show that by the proposed method compared with the conventional method under condition of the low SNR and the white noise environment, the SNR gain increases by 4.07 dB and waveform correlation coefficient increment of pure signal increases by 0.11. On the other hand, a voice signal contaminated by cockpit noise is chosen as the experimental object. Compared the proposed method with the adaptive noise cancellation method for dual-channel, the results show that the SNR gain increases by 4.83 dB, and the operation takes a 1.5 s shorten. In addition, the proposed method is not restricted by the noise type, and

收稿日期: 2019-05-10
基金项目: 国家自然科学基金(61472442); 陕西省自然科学基金(2014JM2-6106); 航空科学基金(20155896025)
作者简介: 尹立言(1996—),男,河北邯郸人,硕士生,主要从事射频信号降噪处理研究。E-mail: 13379547517@126.com
通信作者: 向　新(1971—),男,湖北枝江人,教授,博士生导师,主要从事机载通信、航空射频智能化研究。E-mail: xxisdn2002@sina.com

引用格式: *尹立言,向新,张婧怡,等. 基于双路奇异值分解的信号降噪方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(5): 51-57. YIN Liyan, XIANG Xin, ZHANG Jingyi, et al. A Noise Cancellation Methool Based on Singular Value Decomposition[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(5): 51-57.*

also has a good adaptability to the colored noise, the single-frequency interference and even the mixed noise, and a broad application prospect.

Key words: noise cancellation; dual-channel; singular value decomposition; singular vector; correlation

军事及民用通信面临着复杂电磁环境的考验,如果接收到的信号掺杂大量的噪声,会对通信系统性能造成恶劣的影响。自适应滤波是一种主流的时域降噪方法,其实质在于参考通道中的噪声与主通道中的信号和噪声不相关[1],并对滤波器权系数进行自适应调整获得主通道噪声的最佳估计,进而从信号中消除噪声。但是,一方面这些自适应过程需要复杂的迭代过程才能获得最优滤波权系数,计算复杂度高;另一方面,对于非白噪声的抑制效果较差[2]。奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)作为一种新兴的降噪方法由 Dendrinos 提出[3],其应用主成分分析(Principal Component Analysis, PCA),对超定、扩展的原始数据矩阵截取一定数量的奇异值即可获得近似无噪的低秩重构数据矩阵,由于在工程实践中展现出有效性和良好的鲁棒性[4-6]近年来被广泛应用。

目前针对 SVD 降噪的研究多集中于优化数据矩阵的选择和奇异值矩阵有效阶数的确定上。严强强等提出利用循环矩阵构造重构矩阵时能够较好地保留原始信号信息的特性[7],CHEN 等使用了一种时变的数据矩阵进行奇异值分解用于测量随时间变化的核磁共振信号[8],SHAMIR 提出基于指数收敛速度最快准则确定奇异值有效阶次[9],崔伟成等基于拟合误差最小化原则确定奇异值有效阶次[10],但由于在低阶奇异值谱上强噪声的奇异值与有用信号相互混杂,无法简单运用定阶的方法进行分离,因此上述常规的 SVD 方法在应对强噪声干扰时降噪性能并不能达到预期效果。

本文提出一种基于双路信号奇异值分解的方法,借助参考输入与主通道中噪声存在的相关性,进一步筛选出强噪声的奇异值对应的奇异向量,重构得到优化估计的降噪信号。通过实验验证了本文方法在低信噪比、复杂噪声环境下的有效性,具有重要的工程应用价值。

1 奇异值分解理论和新的降噪方法

1.1 奇异值分解理论

对于一个 $m\times n$ 维的实矩阵 $\boldsymbol{A}$,必然存在正交矩阵 $\boldsymbol{U}\in R^{m\times m}$ 和 $\boldsymbol{V}\in R^{n\times n}$ 使得:

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{U}\sum\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

式中:$\sum=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_r)$,$\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_r$ 为 $\sum$ 的从大至小降序排列的奇异值,r 为 $\boldsymbol{A}$ 的秩且 $r\leqslant\min(m,n)$;$\boldsymbol{U}=[u_1,u_2,\cdots,u_m]$,$\boldsymbol{V}=[v_1,v_2,\cdots,v_n]$,$\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 分别为左奇异向量和右奇异向量。$\boldsymbol{A}$ 可以拆分为若干个低秩的矩阵 $\boldsymbol{A}_i$ 之和:

$$\boldsymbol{A}=\sum_{i=1}^{r}\lambda_1\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}=\sum_{i=1}^{r}\lambda_i\boldsymbol{A}_i \tag{2}$$

离散信号 $x(i)$,$(i=0,1,\cdots,N)$ 映射到 $m\times n$ 维相空间的方式有多种,最常用的是 Hankel 矩阵,此时 m 为嵌入维数,且满足 $m+n-1=N$。文献[11]证明当 $m=N/2$ 时信号分离效果比较明显,本文数据矩阵均采取这种形式。

1.2 基于双路奇异值分解的降噪方法

针对信号传输过程中可能存在的强噪声问题,考虑一段受噪声污染的 N 点信号 $y_1=s+n$,将 $y_1=[y_{10},y_{11},\cdots,y_{1,N-1}]$ 嵌入 Hankel 矩阵 $\boldsymbol{Y}_1$ 并奇异值分解得到:

$$\boldsymbol{Y}_1=\begin{bmatrix} y_{10} & y_{11} & \cdots & y_{1,n-1} \\ y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{(1,m-1)} & y_{(1,m-1)} & \cdots & y_{1,N-1} \end{bmatrix}=\boldsymbol{U}_1\sum_1\boldsymbol{V}_1^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中:$\sum_1=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m)$,$m\leqslant n$。$\lambda_1$ 为 $\boldsymbol{Y}_1$ 的奇异值,与信号主成分有着密切的联系。文献[12]介绍了一种基于奇异熵的方法确定有效的奇异值阶数:

$$E_k=\sum_{i=1}^{k}\Delta E_i,\quad k\leqslant r \tag{4}$$

式中:k 为奇异熵的阶次;ΔE_i 表示奇异熵在阶次 i 处的增量可通过下式计算得到:

$$\Delta E_i=-\left(\lambda_i/\sum_{k=1}^{r}\lambda_k\right)\log\left(\lambda_i/\sum_{k=1}^{r}\lambda_k\right) \tag{5}$$

文献[12]中指出奇异熵表征了信号的信息量,其增量是逐渐减小的,当减小到渐进值时信号的有效特征信息量已趋于饱和,之后的奇异熵增量是因杂散的宽带噪声所致。因此在奇异熵增量的差分谱 $\Delta D_i=\Delta E_i-\Delta E_{i-1}$ 中由右至左搜索极值,出现的第一个极值点判定其为有效奇异值阶次 $\hat{i}$,其它低阶

的极值点($i \leqslant \hat{i}$)表示信号信息量的突变。

在较高信噪比条件下，将有效阶次之后的奇异值 λ_i 置零然后重构降噪信号是可行的；但在信道中存在强噪声的条件下，低阶的奇异值中包含相当多的噪声成分。若采用常规 SVD 的方法只将高阶奇异值置零难以达到良好的降噪效果，因此需要对低阶奇异值中的强噪声成分进一步筛选与抑制。

为此本文增加一路参考通道，采集与环境噪声相关的干扰信号，这一点在实际通信系统设计时可利用接收天线的方向性实现，文献[13]中采用了一种参考噪声天线与主接收天线本地正交布设的结构；在雷达旁瓣对消的应用中[14-15]，主天线的主瓣对准目标并接收目标信号，干扰信号从主天线旁瓣进入，而参考天线为全向天线，且增益较低，略大于主天线的副瓣增益，所以可以近似认为参考天线只接收到干扰信号。将参考通道的输入 $\boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{n}' = [y_{20}, y_{21}, \cdots, y_{2,N-1}]$ 嵌入 Hankel 矩阵 $\boldsymbol{Y}_2$ 并奇异值分解得到：

$$\boldsymbol{Y}_2 = \begin{bmatrix} y_{20} & y_{21} & \cdots & y_{2,n-1} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{(2,m-1)} & y_{(2,m-1)} & \cdots & y_{2,N-1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{U}_2 \ \boldsymbol{\Sigma}_2 \boldsymbol{V}_2^{\mathrm{T}} \quad (6)$$

由于两路左奇异向量的相关性与右奇异向量相同，故只取两路左奇异向量 $\boldsymbol{U}_1$ 和 $\boldsymbol{U}_2$ 求相关矩阵：

$$\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{U}_1 \cdot \boldsymbol{U}_2}{\| \boldsymbol{U}_1 \| \ \| \boldsymbol{U}_2 \|} \quad (7)$$

相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的元素即为主通道与参考通道各阶奇异向量的相关系数，定义 $\boldsymbol{R}$ 的列向量为相关系数向量 $\boldsymbol{r}_i$。根据文献[16～17]中关于奇异值分解的主成分相关性的定性分析可知，若相关系数向量的 ∞－范数 $\| \boldsymbol{r}_i \|_\infty$ 大于阈值 κ，则可认为具有强相关性的奇异向量对应两路信号中的主成分(强噪声)是相同的，将主通道对应的奇异值 λ_i 置零即可进一步消除噪声。

利用奇异值分解的逆过程得到重构信号的数据矩阵，但此时的矩阵 $\boldsymbol{S}$ 不再是 Hankel 矩阵。为得到估计的降噪信号，对矩阵每条对角线上的元素取算术平均值[18]：

$$\hat{s}(k) = \frac{1}{\beta - \alpha + 1} \sum_{i=\alpha}^{\beta} \boldsymbol{S}(k-i+2, i), k = 0, 1, \cdots, N-1 \quad (8)$$

式中：$\alpha = \max(1, k-L+2)$；$\beta = \min(M, k+1)$。

1.3　改进的降噪方法总结

综上，本文提出的基于双路奇异值分解的降噪方法流程可总结如下：

输入　主通道接收含噪声的信号 y_1；参考通道接收与环境噪声相关的干扰信号 y_2；

初始化　Hankel 矩阵维数：$m \times n$，奇异值迭代阶次 $i = r$，左奇异向量相关系数向量 $\| \boldsymbol{r}_i \|_\infty$ 的阈值 κ；

步骤 1　对 y_1 和 y_2 构造 $m \times n$ 阶 Hankel $\boldsymbol{Y}_1$ 和 $\boldsymbol{Y}_2$，并分别作 SVD；

步骤 2　求 $\boldsymbol{Y}_1$ 的奇异熵增量的差分值 ΔD_i，出现的第一个极值点判定其为有效奇异值阶次 $\hat{i}$，转至**步骤** 4；否则转至**步骤** 3；

步骤 3　令 $i = i - 1$，转至**步骤** 2；

步骤 4　令主通道对应随机噪声的奇异值 $\lambda_i = 0, (i > \hat{i})$，转至**步骤** 5；

步骤 5　求两路左奇异向量 $\boldsymbol{U}_1$ 和 $\boldsymbol{U}_2$ 的相关矩阵 $\boldsymbol{R}$，转至**步骤** 6；

步骤 6　求左奇异向量的相关系数向量 $\| \boldsymbol{r}_i \|_\infty, (i \leqslant \hat{i})$，若大于 κ，则判定其为强噪声的奇异向量，转至**步骤** 8；否则转至**步骤** 7；

步骤 7　令 $i = i - 1$，转至**步骤** 6；

步骤 8　令主通道对应强噪声的奇异值 $\lambda_i = 0$。若 $i = 0$，转至**输出**；否则，转至**步骤** 6；

输出　利用 SVD 的逆过程得到重构信号的数据矩阵 $\boldsymbol{S}$，并根据式(8)得到估计的降噪信号 $\hat{s}(k)$。

2　实验仿真分析

本节的仿真中采用信噪比和波形相关系数来衡量降噪算法的性能指标：

$$\mathrm{SNR} = 10\lg \frac{\sum_{k=1}^{N} s(k)^2}{\sum_{k=1}^{N} (s(k) - \hat{s}(k))^2} \quad (9)$$

$$\rho = \frac{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[\left(s(k) - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} s(k)\right)\left(\hat{s}(k) - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} s(k)\right)\right]}{\sqrt{\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(s(k) - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} s(k)\right)\right]\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(\hat{s}(k) - \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} s(k)\right)\right]}} \quad (10)$$

式中：$s(k)$ 代表纯信号；$\hat{s}(k)$ 代表降噪估计信号。信号源和备选的噪声源包括：

1) 纯净信号：$s(k) = [1 + 0.5\sin(10\pi k)] \cdot \sin(20\pi k + 2\pi k^2)$；

2)均值为 0,方差为 σ^2 的高斯白噪声:$n(k)=\sigma^2 \mathrm{rand}\ n(1,N)$;

3)均值为 0 的高斯有色噪声:$n'(k)=n(k)+\alpha n(k-1)$ (其中 $n(k)$为 3)中的白噪声);

4)单频干扰:$g(k)=\beta\sin(20\pi k)$。

仿真时间为 2 s,采样 2 048 点。算法性能指标均通过 100 次蒙特卡洛实验得到。

2.1 实验 1:纯净信号+白噪声

为验证算法在低信噪比环境下抗高斯白噪声的性能,选取较大的噪声方差 $\sigma^2=3$,信噪比为−12.07 dB,假设主通道与参考通道的相关系数为 0.9,相关变量随机序列模拟产生方法参照文献[19]。依据 1.3 节的算法流程对含噪声信号进行处理。

复合信号经奇异值分解后得到的奇异熵增量及其差分谱如图 1 和图 2 所示(已省略 30 阶之后的高阶奇异值)。可以发现,信号奇异熵的增量 ΔE_i 缓慢下降,其差分值 ΔD_i 从右至左第 1 个极值点在第 16 阶的位置,对应信号的信息量有较大变化,因此可以确定纯净信号的奇异值分布在较低的 16 阶上,但强噪声信号对应奇异值的具体位置并不明确。

图 1 信号奇异熵增量

图 2 信号奇异熵增量差分谱

为进一步抑制强噪声干扰,分别求主通道与参考通道低 16 阶左奇异向量 $\boldsymbol{u}_i$ 与 $\boldsymbol{u}_i'$($i\in[1,10]$)的相关矩阵 $\boldsymbol{R}$。图 3 给出了 2 路左奇异向量相关系数与阶次的关系,设定相关系数向量的∞−范数 $\|r_i\|_\infty$ 的阈值门限 $\kappa=0.8$,大于此阈值时可认为该阶奇异向量对应噪声分量,图 4 给出了奇异向量相关系数向量的∞−范数,筛选出大于 0.8 值的奇异向量阶次并将其置零,根据式(8)重构降噪信号。

图 3 2 路左奇异向量相关系数向量谱

图 4 相关系数向量的∞−范数

图 5 分别为常规 SVD 和双路 SVD 处理后降噪信号的波形。常规 SVD 处理信噪比增益为 10.23 dB,波形相关系数增量为 0.30;双路 SVD 处理信噪比增益为 14.30 dB,波形相关系数增量为 0.41,相比而言原始信号还原度有了较大的提升。

图 5 实验 1 信号降噪效果图

以输入信噪比－10 dB，主参通道相关系数 0.9 为基准进行一系列仿真实验。表 1 和表 2 中列出了不同信噪比和通道相关系数的信噪比增益和降噪信号与原始信号波形相关系数增量。

表 1　不同输入信噪比降噪效果对比
（信噪比增益/波形相关系数增量）

输入信噪比/dB	－15	－10	0	10
常规 SVD	9.87/0.29	9.12/0.28	8.46/0.28	8.02/0.27
双路 SVD	16.25/0.47	13.68/0.38	10.07/0.32	8.02/0.27

从表中数据可见在低信噪比环境下，常规 SVD 的降噪效果有限，而本文的双路 SVD 的方法则有较大信噪比增益和波形相关系数的改善，但在较高的信噪比下，本文方法与常规 SVD 的方法降噪效果基本相同，这是由于噪声分量在低阶奇异值分布较少；同样地，通道相关系数越大，参考通道与主通道的噪声相关性越大，则对于低阶奇异值中噪声位置的判定越准确，则降噪效果越明显。

表 2　不同通道相关系数降噪效果对比
（信噪比增益/波形相关系数增量）

通道相关系数	1	0.9	0.6	0
常规 SVD	9.12/0.28	9.12 0.28	9.12 0.28	9.12 0.28
双路 SVD	17.56/0.52	13.68/0.38	9.87/0.30	9.12/0.28

2.2　实验 2：纯净信号＋白噪声＋单频干扰

在第 2 个实验中，加入单频干扰研究复合噪声对信号降噪的影响，取 $\alpha=2$，$\sigma^2=2$，其余条件与实验 1 相同。过程与实验 1 相似，鉴于篇幅限制，不再赘述，这里给出经常规 SVD 处理和本文双路 SVD 处理的信号降噪效果见图 6。

图 6　实验 2 信号降噪效果图

从图中可以发现，虽然常规 SVD 的方法对随机噪声有一定的抑制效果，但对单频干扰的抑制效果不明显，这是因为单频干扰与有用信号在各阶奇异值谱上完全混叠在一起，采用常规 SVD 的定阶的方法并不能将其与有用信号区分，而本文的双路 SVD 的方法通过与参考通道奇异向量的相关性分析则可筛选出单频干扰对应的奇异值并进一步消除，因此使用本文方法对存在单频干扰的复合噪声抑制有明显的优势。

2.3　实验 3：纯净信号＋有色噪声

实验 3 将噪声源替换为高斯有色噪声，取 $\beta=0.8$，$\sigma^2=3$，其余条件与实验 1 相同。同样给出降噪效果如图 7。可见，本文方法在有色噪声条件下依旧可以取得良好的降噪效果。

图 7　实验 3 信号降噪效果图

因此，通过以上 3 个仿真实验可以证明本文方法克服了常规 SVD 的缺陷，可以在低信噪比环境下消除强噪声的影响，且适用条件不受噪声类型限制，实际降噪效果只与输入信噪比和主通道与参考通道的相关性有关。

3　与双通道自适应噪声抵消方法的比较

自适应噪声抵消是飞机座舱内常用的语音信号去噪方法。本节实验对象为低信噪比环境下一段受到随机噪声和工频干扰污染的 8192 点的语音信号，时域和频谱如图 8(a)，其中的随机噪声选自 Noisex92 噪声库[20]中的 F-16 座舱噪声，这属于有色噪声的翻出。图 8(b)和图 8(c)分别为文献[21]双通道 NLMS 噪声对消算法和本文算法的降噪效果的对比图，其中 NLMS 算法自适应滤波器阶数为 10，步长恒定为 0.1；本文算法 Hankel 矩阵维数为 4 096×4 097。

分别经过 2 种不同的降噪算法处理，文献[21]

算法输出信号信噪比增益为 8.84 dB,运算耗时 4.2 s;相对地,本文算法信噪比增益为 13.67 dB,运算耗时 2.7 s。事实上,这是由于有色噪声使得自适应滤波器与最佳权值存在偏差,且收敛速度变慢导致的抗噪声性能退化,因此在非白噪声环境下本文算法具有一定的优势。

图 8 2 种算法降噪效果比较

4 结语

对强噪声的抑制一直是通信领域研究的热点。针对常规奇异值分解无法从有用信号中分离出强噪声的问题,本文借助参考通道与主通道奇异向量存在的相关关系,提出了一种基于双路奇异值分解的信号降噪方法。仿真表明,本文方法在低信噪比环境下有较大的信噪比改善,且对于白噪声、有色噪声和单频干扰的混合噪声的消除具有适应性。相比常用的双通道自适应噪声抵消的方法,本文方法无需迭代过程,抵抗有色噪声性能好,有着广泛的应用前景。此外,本文算法默认了 2 路信号与时间的对应关系,因此在实际应用过程中需要严格的同步过程。

参考文献(References):

[1] FARHANG B, GAZOR S. Performance of LMS-Based Adaptive Filters in Tracking a Time-Varying Plant[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 44(11):2868-2871.

[2] SHENG Z, ZHANG J. New Steady-State Analysis Results of Variable Step-Size LMS Algorithm with Different Noise Distributions[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(6):653-657.

[3] DENDRINOS M, BAKAMIDIS S, CARAYANNIS G. Speech Enhancement from Noise: A Regenerative Approach[J]. Speech Communication, 1991, 10(1): 45-57.

[4] 张熙程,方龙杰,庞霖.强散射过程中基于奇异值分解的光学传输矩阵优化方法[J].物理学报,2018,67(10):47-56.
ZHANG X C, FANG L J, PANG L. Optical Transmission Matrix Optimization Method Based on Singular Value Decomposition in Strong Scattering Process [J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(10): 47-56. (in Chinese)

[5] NAKATSUKASA Y, SOMA T, USCHMAJE W. Finding a Low-Rank Basis in a Matrix Subspace[J]. Mathematical Programming, 2017, 162(1-2): 325-361.

[6] VASWANI N, BOUWMANS T, JAVED S, et al. Robust PCA and Robust Subspace Tracking[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2017, 35(4): 32-55.

[7] 严强强,盛守照,周俊,等. 一种改进奇异值分解降噪方法研究[J]. 电光与控制, 2018, 25(9):121-129.
YAN Q Q, SHENG S Z, ZHOU J, et al. Research on an Improved Singular Value Decomposition Method for Noise Reduction[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(9):121-129. (in Chinese)

[8] CHEN W, MA H, YU D, et al. SVD-Based Technique for Interference Cancellation and Noise Reduction in NMR Measurement of Time-Dependent Mag-

netic Fields[J]. Sensors, 2016, 16(3):323.

[9] SHAMIR O. A Stochastic PCA and SVD Algorithm with an Exponential Convergence Rate[J]. Mathematics, 2014,6(3):135-141.

[10] 崔伟成，许爱强，李伟，等.基于拟合误差最小化原则的奇异值分解降噪有效秩阶次确定方法[J].振动与冲击,2017,36(3):132-137.
CUI W C, XU A Q, LI W, et al. Method for Determining the Effective Rank Order of Noise Reduction by Singular Value Decomposition Based on the Principle of Minimizing Fitting Error [J]. Vibration & Impact,2017,36(3):132-137. (in Chinese)

[11] MAHMOUDVAND R, ZOKAEI M. On the Singular Values of the Hankel Matrix with Application in Singular Spectrum Analysis[J]. Chilean Journal of Statistics, 2012, 3(1):43-56.

[12] 练继建，李火坤，张建伟.基于奇异熵定阶降噪的水工结构振动模态 ERA 识别方法[J].中国科学(E 辑：技术科学),2008(9):1398-1413.
LIAN J J, LI H K, ZHANG J W. ERA Identification Method for Vibration Modes of Hydraulic Structures Based on Singular Entropy Definite Order Noise Reduction[J]. Science of China (Series E: Technical Science),2008(9):1398-1413. (in Chinese)

[13] 赵鹏，蒋宇中，张曙霞，等.一种超低频通信下行信号电磁干扰自适应抵消系统设计[J].海军工程大学学报,2017,29(5):53-57.
ZHAO P, JIANG Y Z, ZHANG S X, et al. An Adaptive Electromagnetic Interference Cancellation System Design for Downlink Signals of Ultra-Low Frequency Communication[J]. Journal of Naval Engineering University, 2017, 29(5): 53-57. (in Chinese)

[14] ZHU X, HE F, YE F, et al. Sidelobe Suppression with Resolution Maintenance for SAR Images via Sparse Representation [J]. Sensors, 2018, 18(5):1589.

[15] 赵永波，水鹏朗，张守宏，等.基于子带滤波器组的宽带自适应天线旁瓣相消技术[J].电子学报,2005,33(3):556-559.
ZHAO Y P, SHUIP L, ZHANG S H, et al. Wideband Adaptive Antenna Sidelobe Cancellation via Exploitation of Subband Filter Banks[J]. Acta Electronica Sinica, 2005,33(3):556-559. (in Chinese)

[16] JENSEN S H, HANSEN P C, HANSEN S D, et al. Reduction of Broad-Band Noise in Speech by Truncated QSVD[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 1995, 3(6):439-448.

[17] SHLENS J. A Tutorial on Principal Component Analysis[J]. Computer Science, 2014, 3(4):195-208.

[18] VRABIE V D, MARS J I. SVD-ICA: A New Tool to Enhance the Separation Between Signal and Noise Subspaces[C]// European Signal Processing Conference. Toulouse, France: IEEE, 2015.

[19] 文德智，卓仁鸿，丁大杰，等.蒙特卡罗模拟中相关变量随机数序列的产生方法[J].物理学报,2012,61(22):26-33.
WEN D Z, ZHUO R H, DING D J, et al. Generation of Correlated Pseudorandom Variables in Monte Carlo Simulation[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(22):26-33. (in Chinese)

[20] MATLAB. Matlab or WAV formats (Noisex92 Library). [EB/OL]. (2012-09-13)[2019-04-21]. https://www.mathworks.com/spib.linse.ufsc.br/noise.html.

[21] 王振力，张雄伟，郑君杰.一种基于双通道自适应噪声对消的语音增强法[J].信号处理,2007,23(5):786-790.
WANG Z L, ZHANG X W, ZHENG J J. A Speech Enhancement Method Based on Dual-Channel Adaptive Noise Cancellation [J]. Signal Processing, 2007, 23(5):786-790. (in Chinese)

(编辑：徐楠楠)