

重装空投过程的自适应函数近似反步滑模控制

刘 日, 刘永波, 穆成新, 姜 巍, 毛剑英

(空军哈尔滨飞行学院理论训练系, 哈尔滨, 150000)

摘要 针对重装空投过程的飞机运动系统,考虑气动数据的测量和计算误差等不确定性,提出了带有自适应函数近似的反步滑模控制方法。首先将系统的复杂非线性不确定性分解为不确定参数向量和已知非线性矩阵,降低了控制器的设计难度,在此基础上,设计自适应算法近似不确定参数向量,并将自适应结果补偿到反步滑模控制器中,解决了滑模切换增益的选取依赖于系统不确定性边界的问题。理论分析表明,该方法能够保证飞机速度和俯仰角的跟踪误差收敛到平衡点任意小的一个邻域内。

关键词 重装空投;反步控制;滑模控制;自适应;不确定性

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.01.002

中图分类号 V249.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)01-0007-06

A Heavy-Weight Airdrop Flight Controller Design by Using Back-Stepping Sliding Mode with Adaptive Function Approximation

LIU Ri, LIU Yongbo, MU Chengxin, JIANG Wei, MAO Jianying

(Theory Training Department, Air Force Harbin Flight Academy, Harbin 150000, China)

Abstract: In this paper, a back-stepping sliding mode flight controller with adaptive function approximation for heavy-weight airdrop operations is proposed in consideration of aerodynamic uncertainty. The complex nonlinear uncertainty is first factorized into a known matrix and an uncertainty parameter vector, and the difficulties of the controller design are reduced. On this basis, an adaptive law is designed to estimate the uncertainty parameter vector, and the problem of the switching gains of the sliding mode controller selected according to the bounds of the uncertainty is solved. Lyapunov based analysis indicates that the proposed method can ensure the air speed and pitch angle of the aircraft converge to an arbitrary small area.

Key words: heavy-weight airdrop; back-stepping control; sliding mode control; adaptive control; uncertainty

重装空投是利用大型运输机将重型装备投放至目标区域的一项技术,它具有重大的军用和民用价值。空投过程中重型货物的持续移动及瞬间离机会对飞机产生大幅值、突然的扰动,威胁飞行安全,因此,有必要设计空投模态的飞行控制器。

近年来,学术界在重装空投控制系统设计方面已经取得了许多有意义的成果。文献[1]基于重装空投过程的小扰动模型,研究了 L_1 控制方法的适用性。文献[2~3]设计了自抗扰控制器,并将其应用于重装空投系统。尽管以上控制方法能够在不同方

收稿日期: 2018-05-28

基金项目: 航空科学基金(20141396012)

作者简介: 刘 日(1988—),男,吉林长春人,讲师,博士,主要从事空中领航和飞行控制研究。E-mail:lr_taiyang@yeah.net

引用格式: 刘日,刘永波,穆成新,等. 重装空投过程的自适应函数近似反步滑模控制[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(1): 7-12. LIU Ri, LIU Yongbo, MU Chengxin, et al. A Heavy-Weight Airdrop Flight Controller Design by Using Back-Stepping Sliding Mode with Adaptive Function Approximation[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(1): 7-12.

面提高运输机重装空投系统的响应特性,但它们是基于一小扰动线性模型设计的。随着货物重量增加,飞机的运动状态将大幅偏离平衡点,此时小扰动线性化方法会产生较大的模型误差。

为解决重装空投运动系统的大扰动、强非线性问题,有学者将反馈线性化方法应用于重装空投控制系统设计。文献[4]基于重装空投反馈线性化模型,设计了线性滑模控制器,文献[5]结合全程滑模和积分滑模的优点,提出了全程积分滑模控制方法。反馈线性化与滑模变结构相结合的控制策略,提高了运输机重装空投运动系统的鲁棒性,得到了良好的控制效果。不足之处是,滑模控制切换增益的选取依赖于不确定性,而系统不确定性常常难以获取,因此切换增益的选取会比较保守。另一方面,滑模控制方法理论上不能克服系统的非匹配不确定性。文献[6]将滑模与反步方法相结合的控制策略应用于重装空投控制器设计,该控制策略适用于重装空投过程的非匹配不确定控制问题,但仍未解决滑模切换增益的选取依赖于不确定性的问题。

本文针对重装空投过程的飞机运动系统,考虑气动数据的测量和计算误差等不确定性,提出了带有自适应函数近似的反步滑模控制方法。首先将系统的复杂非线性不确定性分解为不确定参数向量和已知非线性矩阵,降低了控制器的设计难度,在此基础上,设计自适应算法近似不确定参数向量,并将自适应结果补偿到反步滑模控制器中,解决了滑模切换增益的选取依赖于不确定性的问题。理论分析表明,该控制方法可以保证系统所有变量一致有界。仿真验证了所提方法的控制效果和优越性。

1 重装空投过程的飞机运动方程

本文采用文献[5]的空投模型,假设货物为质点,货物出舱导轨与机体纵轴重合,如图1所示。 F_{cx} 、 F_{cy} 和 M_c 表示货物对飞机的摩擦力、支持力和干扰力矩; D 和 L 代表阻力和升力; M_y 和 T 表示气动力矩和发动机推力; V 、 α 、 γ 和 θ 分别表示速度、迎角、爬升角和俯仰角。

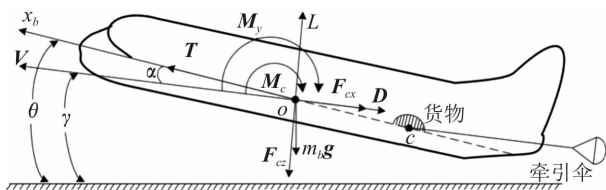


图1 空投过程示意图和飞机受力分析

货物牵引过程的飞机运动方程为^[5]:

$$\dot{V} = (T \cos \alpha - D - m_b g \sin \gamma - F_{cx}) / m_b \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = (T \sin \alpha + L - m_b g \cos \gamma - F_{cy}) / m_b V \quad (2)$$

$$\dot{q} = (M_y + M_c) / I_y \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (4)$$

式中: m_b 为飞机质量; q 为俯仰角速度; I_y 为飞机绕横轴的转动惯量。

俯仰气动力矩为:

$$M_y = \bar{q} S c_A [C_{m0} + C_{m\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{mq} \frac{q c_A}{2V} + C_{m\delta_e} \delta_e] \quad (5)$$

式中: \bar{q} 为动压; S 为机翼面积; δ_e 为升降舵偏角; c_A 为平均气动弦长; C_{m*} 为俯仰力矩系数。

阻力和升力的表达式为:

$$D = \bar{q} S [C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{D\delta_e} \delta_e] \quad (6)$$

$$L = \bar{q} S [C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{L\delta_e} \delta_e] \quad (7)$$

式中: C_{D*} 和 C_{L*} 为阻力和升力系数。

发动机推力的表达式为:

$$T = T_m \delta_p \quad (8)$$

式中: δ_p 为油门开度; T_m 为最大推力。

通过对货物进行受力分析,可以得到 F_{cx} 、 F_{cy} 和 M_c 的表达式。如图2所示,货物的运动方程为:

$$m_c a_{wx} = F_{cx} - F_p - m_c g \sin \gamma \quad (9)$$

$$m_c a_{wy} = -F_{cy} + m_c g \cos \gamma \quad (10)$$

$$F_{cx} = \mu F_{cy} \quad (11)$$

式中: m_c 为货物质量; a_{wx} 和 a_{wy} 为货物沿速度方向和垂直于速度方向的加速度分量; μ 为摩擦系数; F_p 为牵引力,若用 λ 表示牵引比,则 $F_p = m_c g \lambda$ 。

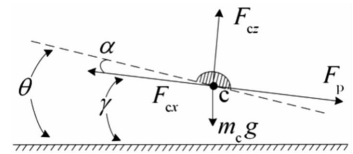


图2 货物的受力分析

由质点系的加速度合成定理,货物的绝对加速度是相对加速度、牵连加速度和科氏加速度的矢量和,所以有^[5]:

$$a_{wx} = \dot{V} + \dot{q} r_c \sin \alpha + q^2 r_c \cos \alpha + 2q \dot{r}_c \sin \alpha - \ddot{r}_c \cos \alpha \quad (12)$$

$$a_{wy} = \dot{q} r_c \cos \alpha - V \dot{\gamma} - q^2 r_c \sin \alpha + 2q \dot{r}_c \cos \alpha + \ddot{r}_c \sin \alpha \quad (13)$$

式中: r_c 是货物相对飞机质心的距离。

将式(12)和(13)带入式(9)和(10)可得:

$$F_{cx} = F_p + m_c r_c \sin \alpha \dot{q} + m_c \dot{V} - (m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c) \sin \alpha + (m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c) \cos \alpha \quad (14)$$

$$F_{cy} = (m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c) \cos \alpha + m_c V \dot{\gamma} - m_c r_c \cos \alpha \dot{q} + (m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c) \sin \alpha \quad (15)$$

式中:

$$\ddot{r}_c = \dot{V} \cos \alpha + V \sin \alpha \dot{\gamma} + g \sin \theta - \mu g \cos \theta + \mu (\dot{V} \sin \alpha - V \dot{\gamma} \cos \alpha + \dot{q} r_c + 2q \ddot{r}_c) \quad (16)$$

由图 1, 可得货物对飞机的干扰力矩为:

$$M_c = r_c \cdot (F_{cx} \cos \alpha - F_{cx} \sin \alpha) = m_c r_c g \cos \theta - F_p r_c \sin \alpha - m_c r_c (\dot{V} \sin \alpha - V \dot{\gamma} \cos \alpha + \dot{q} r_c + 2q \ddot{r}_c) \quad (17)$$

由式(1)~(17), 并考虑不确定性, 则重装空投过程的飞机运动方程可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = C \cdot x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = A(t) + E(t)u(t) + \Delta F(t) \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{式中: } x_1 = \theta; x_2 = [V, q]^T; u = [\delta_c, \delta_p]^T; C = [\Delta f_1, \Delta f_2]^T; A(t) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}; E(t) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}; \Delta F = [\Delta f_1, \Delta f_2]^T \text{ 表示不确定性。}$$

f_i 和 b_{ij} ($i=1, 2; j=1, 2$) 的表达式为:

$$f_1 = [-m_c r_c \sin \alpha f_2 + T_0 \cos \alpha - m_b g \sin \gamma - \Lambda_1 \cos \alpha - F_p + \Lambda_2 \sin \alpha - \bar{q} S (C_{D0} + C_{D\alpha} (\alpha - \alpha_0))] / (m_b + m_c) \quad (19)$$

$$f_2 = \bar{q} S C_A (C_{m0} + C_{m\alpha} (\alpha - \alpha_0)) + C_{mq} q C_A / 2V / \Lambda_3 + r_c \Lambda_2 / \Lambda_3 - r_c F_p \sin \alpha / \Lambda_3 m_c r_c [-\Lambda_2 + F_p \sin \alpha + m_b g \sin \gamma \sin \alpha - \bar{q} S \cos \alpha (C_{L0} + C_{L\alpha} (\alpha - \alpha_0))] / (m_b + m_c) \Lambda_3 \quad (20)$$

$$b_{11} = -(m_c r_c \sin \alpha b_{21} + \bar{q} S C_{D\delta_c}) / (m_b - m_c) \quad (21)$$

$$b_{12} = T_m \cos \alpha / (m_b + m_c) \quad (22)$$

$$b_{21} = m_c r_c \bar{q} S (C_{D\delta_c} \sin \alpha + C_{L\delta_c} \cos \alpha) / (m_b + m_c) \Lambda_3 + \bar{q} S C_A C_{m\delta_c} / \Lambda_3 \quad (23)$$

$$b_{22} = 0 \quad (24)$$

式中: Λ_i ($i=1, 2, 3$) 为:

$$\Lambda_1 = m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c \quad (25)$$

$$\Lambda_2 = m_c g \cos \theta - 2m_c \dot{q} r_c \quad (26)$$

$$\Lambda_3 = I_y + m_c r_c^2 - m_c^2 r_c^2 / (m_b + m_c) \quad (27)$$

不确定函数 Δf_i ($i=1, 2$) 的表达式为:

$$\Delta f_1 = -\bar{q} S (\Delta C_{D0} + \Delta C_{D\alpha} (\alpha - \alpha_0)) / (m_b + m_c) - m_c r_c \sin \alpha \Delta f_2 / (m_b + m_c) \quad (28)$$

$$\Delta f_2 = \bar{q} S C_A (\Delta C_{m0} + C_{m\alpha} (\alpha - \alpha_0) + \Delta C_{mq} q C_A / 2V) / \Lambda_3 + m_c r_c q S [\sin \alpha (\Delta C_{D0} + \Delta C_{D\alpha} (\alpha - \alpha_0)) + \cos \alpha (\Delta C_{L0} + \Delta C_{L\alpha} (\alpha - \alpha_0))] / (m_b + m_c) \Lambda_3 \quad (29)$$

式中: ΔC_{L*} 、 ΔC_{D*} 和 ΔC_{m*} 代表升力、阻力和俯仰力矩系数扰动。

为方便表示, 令:

$$E_{11} = -\bar{q} S m_c^2 r_c^2 \sin \alpha \cos \alpha / (m_b + m_c)^2 \Lambda_3 \quad (30)$$

$$E_{12} = -\bar{q} S / (m_b + m_c) - \bar{q} S m_c^2 r_c^2 \sin^2 \alpha / (m_b + m_c)^2 \Lambda_3 \quad (31)$$

$$E_{13} = -\bar{q} S C_A m_c r_c \sin \alpha / (m_b + m_c) \Lambda_3 \quad (32)$$

$$E_{21} = \bar{q} S m_c r_c \cos \alpha / (m_b + m_c) \Lambda_3 \quad (33)$$

$$E_{22} = \bar{q} S m_c r_c \sin \alpha / (m_b + m_c) \Lambda_3 \quad (34)$$

$$E_{23} = \bar{q} S C_A / \Lambda_3 \quad (35)$$

$$E_N(t) = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \end{bmatrix} \cdot \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha - \alpha_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \alpha - \alpha_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha - \alpha_0 & q C_A / 2V \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$P(t) =$$

$$[\Delta C_{L0}, \Delta C_{L\alpha}, \Delta C_{D0}, \Delta C_{D\alpha}, \Delta C_{m0}, \Delta C_{m\alpha}, \Delta C_{mq}]^T \quad (37)$$

则 $\Delta F(t)$ 可以分解为不确定参数向量和已知非线性矩阵之积, 即:

$$\Delta F(t) = E_N(t)P(t) \quad (38)$$

在接下来的讨论中, 将用到以下 2 个假设条件:

假设 1(不确定性函数的有界性): $P(t) \in \Theta$, 其中 Θ 为已知的凸紧集。

假设 2(不确定性函数变化率的有界性): $P(t)$ 连续可微, 且一阶导数一致有界, 即 $\|\dot{P}(t)\| \leq d_P < \infty$ 。

2 控制器设计及跟踪性能分析

整个控制系统包括 2 个反馈回路, 如图 3 所示。外回路为俯仰角控制回路, 俯仰角指令信号 θ_d 取配平状态值。内回路有俯仰角速度 q 和速度 V 2 个被控变量, 其中俯仰角速度指令 q_d 由俯仰角控制回路生成, 速度指令 V_d 取配平状态值。

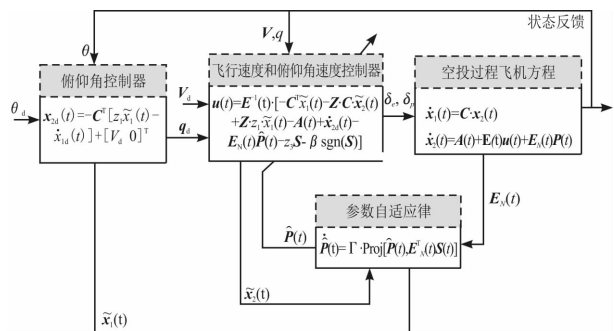


图 3 控制系统结构图

2.1 控制器设计

第 1 步 考虑系统(18)中的第一个方程式:

$$\dot{x}_1(t) = C \cdot x_2(t) \quad (39)$$

定义俯仰角跟踪误差为:

$$\tilde{x}_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t) \quad (40)$$

式中: $x_{1d}(t) = \theta_d$ 。

针对式(40), 设计虚拟控制律为:

$$x_{2d}(t) = -C^T [z_1 \tilde{x}_1(t) - \dot{x}_{1d}(t)] + [V_d \quad 0]^T \quad (41)$$

式中: $z_1 > 0$ 。

可以看出,在虚拟控制律(41)作用下,俯仰角跟踪误差 $\tilde{x}_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t)$ 指数收敛。

第2步 考虑系统(18)中的第二个方程式,

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = \mathbf{A}(t)\tilde{x}_2(t) + \mathbf{E}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}_N(t)\mathbf{P}(t) \quad (42)$$

定义状态 $\mathbf{x}_2(t)$ 的跟踪误差为:

$$\tilde{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{x}_2(t) - \mathbf{x}_{2d}(t) \quad (43)$$

基于跟踪误差 $\tilde{x}_1(t)$ 和 $\tilde{\mathbf{x}}_2(t)$, 定义滑模面函数:

$$\mathbf{S}(t) = \tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{x}}_1(t) + \tilde{\mathbf{x}}_2(t) \quad (44)$$

式中: $\tilde{\mathbf{Z}} = [0, z_2]^T$; $z_2 > 0$ 。

为保证滑模可达,设计如下控制作用:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) = & \mathbf{E}^{-1}(t) [-\mathbf{C}^T\tilde{\mathbf{x}}_1(t) - \mathbf{Z} \cdot \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_2(t) + \\ & \mathbf{Z} \cdot z_1 \cdot \tilde{x}_1(t) - \mathbf{A}(t)\tilde{\mathbf{x}}_2(t) - \mathbf{E}_N(t)\hat{\mathbf{P}}(t) - \\ & z_3\mathbf{S} - \beta\text{sgn}(\mathbf{S})] \end{aligned} \quad (45)$$

式中: $z_3 > 0$; $\beta > 0$; $\hat{\mathbf{P}}(t)$ 为不确定性函数 $\mathbf{P}(t)$ 的自适应估计。

$\hat{\mathbf{P}}(t)$ 由如下自适应律定义:

$$\dot{\hat{\mathbf{P}}}(t) = \Gamma_p \cdot \text{Proj}[\hat{\mathbf{P}}(t), \mathbf{E}_N^T(t)\mathbf{S}(t)] \quad (46)$$

式中: $\Gamma_p > 0$ 为自适应增益,射影算子 $\text{Proj}(\cdot, \cdot)$ 可保证 $\hat{\mathbf{P}}(t) \in \Theta$ 。

2.2 跟踪性能分析

定义不确定参数估计误差为:

$$\tilde{\mathbf{P}}(t) = \hat{\mathbf{P}}(t) - \mathbf{P}(t) \quad (47)$$

由式(40)和(43),可以得到系统状态跟踪误差的动态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) = & \dot{x}_1(t) - \dot{x}_{1d}(t) = -z_1\tilde{x}_1(t) + \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}_2(t) \quad (48) \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2(t) = & \dot{\mathbf{x}}_2(t) - \dot{\mathbf{x}}_{2d}(t) = \\ & -\mathbf{E}_N(t)\tilde{\mathbf{P}}(t) - \mathbf{C}^T\tilde{\mathbf{x}}_1(t) - \mathbf{Z} \cdot \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_2(t) + \\ & \mathbf{Z} \cdot z_1 \cdot \tilde{x}_1(t) - z_3\mathbf{S} - \beta\text{sgn}(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (49)$$

定理1 考虑系统(18),给定飞机速度和俯仰角的跟踪指令 \mathbf{V}_d 和 θ_d ,定义状态跟踪误差(40)和(43),设计滑模面函数(44)。如果采用控制律(45)和自适应律(46),则可通过选择合适的控制参数 z_1, z_2, z_3 和 β ,使得状态跟踪误差 $\tilde{x}_1(t)$ 和 $\tilde{\mathbf{x}}_2(t)$ 收敛到自适应增益 Γ 约束的集合内,即:

$$\tilde{x}_1(t), \tilde{\mathbf{x}}_2(t) \in \left\{ \tilde{x}_1^2 + \|\mathbf{s}\|^2 < \frac{2l}{\Gamma_p} \right\}, \forall t > 0 \quad (50)$$

式中:

$$l = \frac{1}{z_{\min}} \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\| d_p + 2 \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\|^2 \quad (51)$$

式中: $z_{\min} = \min\{z_1 + z_2, z_3\}$ 。

证明: 定义 Lyapunov 函数

$$\sigma(\mathbf{S}(t), \tilde{x}_1(t), \tilde{\mathbf{P}}(t)) = \frac{1}{2}\mathbf{S}^T\mathbf{S} + \frac{1}{2}\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T\tilde{\mathbf{P}} \quad (52)$$

首先证明 $\sigma(t) \leq 1/\Gamma_p$ 。由于空投启动前,飞机应保持对称定直平飞,于是 $\tilde{x}_1(0) = 0, \tilde{\mathbf{x}}_2(0) =$

0,且:

$$\sigma(0) = \frac{1}{2\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(0)\tilde{\mathbf{P}}(0) \leq \frac{1}{2\Gamma_p}4 \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\|^2 \leq \frac{l}{\Gamma_p} \quad (53)$$

对 σ 按时间 t 求导,可得:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) = & \mathbf{S}^T\dot{\mathbf{S}} + \tilde{x}_1\dot{\tilde{x}}_1 + \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) - \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) = \\ & \mathbf{S}^T\{\mathbf{Z}[-z_1\tilde{x}_1(t) + \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}_2(t)] - \mathbf{E}_N(t)\tilde{\mathbf{P}}(t) - \mathbf{C}^T\tilde{\mathbf{x}}_1(t) - \\ & \mathbf{Z} \cdot \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_2(t) + \mathbf{Z} \cdot z_1 \cdot \tilde{x}_1(t) - z_3\mathbf{S} - \beta\text{sgn}(\mathbf{S})\} + \\ & \tilde{x}_1[-z_1\dot{\tilde{x}}_1(t) + \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2(t)] + \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) - \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) = \\ & -\mathbf{S}^T\mathbf{E}_N(t)\tilde{\mathbf{P}}(t) - \mathbf{S}^T\mathbf{C}^T\tilde{\mathbf{x}}_1(t) - z_3\mathbf{S}^T\mathbf{S} - \beta\mathbf{S}^T\text{sgn}(\mathbf{S}) - \\ & z_1\tilde{x}_1^2(t) + \tilde{x}_1\mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}_2(t) + \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) - \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) = \\ & -(z_1 + z_2)\tilde{x}_1^2(t) - z_3\mathbf{S}^T\mathbf{S} - \beta\mathbf{S}^T\text{sgn}(\mathbf{S}) + \\ & \tilde{\mathbf{P}}^T(t)\left[\frac{1}{\Gamma_p}\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) - \mathbf{E}_N^T(t)\mathbf{S}\right] - \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) \end{aligned} \quad (54)$$

将自适应律(46)带入式(54),则有:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) = & -(z_1 + z_2)\tilde{x}_1^2(t) - z_3\mathbf{S}^T\mathbf{S} - \beta\mathbf{S}^T\text{sgn}(\mathbf{S}) - \\ & \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) + \tilde{\mathbf{P}}^T(t)\{\text{Proj}[\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t), \mathbf{E}_N^T(t)\mathbf{S}(t)] - \\ & \mathbf{E}_N^T(t)\mathbf{S}\} \end{aligned} \quad (55)$$

根据射影算子性质^[7],可知:

$$\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\{\text{Proj}[\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t), \mathbf{E}_N^T(t)\mathbf{S}(t)] - \mathbf{E}_N^T(t)\mathbf{S}\} \leq 0 \quad (56)$$

于是:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(t) \leq & -(z_1 + z_2)\tilde{x}_1^2(t) - z_3\mathbf{S}^T\mathbf{S} - \beta\mathbf{S}^T\text{sgn}(\mathbf{S}) - \\ & \frac{1}{\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t) \leq -(z_1 + z_2)\tilde{x}_1^2(t) - z_3\mathbf{S}^T\mathbf{S} - \\ & \beta\mathbf{S}^T\text{sgn}(\mathbf{S}) + \frac{1}{\Gamma_p}|\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t)| \end{aligned} \quad (57)$$

由于射影算子可以保证 $\hat{\mathbf{P}}(t) \in \Theta$,故:

$$\frac{1}{\Gamma_p}|\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\dot{\tilde{\mathbf{P}}}(t)| \leq 2/\Gamma_p \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\| d_p \quad (58)$$

假定存在 $t_1 > 0$ 满足 $\sigma(t_1) > 1/\Gamma_p$ 。由于:

$$\frac{1}{2\Gamma_p}\tilde{\mathbf{P}}^T(t)\tilde{\mathbf{P}}(t) \leq \frac{1}{2\Gamma_p}4 \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\|^2 \quad (59)$$

则由式(51),可得:

$$\frac{1}{2}\mathbf{S}^T\mathbf{S} + \frac{1}{2}\tilde{x}_1^2 > \frac{1}{z_{\min}\Gamma_p} \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\| d_p \quad (60)$$

即:

$$z_{\min}\mathbf{S}^T\mathbf{S} + z_{\min}\tilde{x}_1^2 > \frac{2}{\Gamma_p} \max_{P \in \Theta} \|\mathbf{P}\| d_p \quad (61)$$

结合式(57)、(58)和(61),可得:

$$\dot{\sigma}(t) < 0 \quad (62)$$

由于 $\sigma(0) \leq 1/\Gamma_p$,因此对所有 $t \geq 0$ 满足 $\sigma(t) \leq$

$\frac{1}{\Gamma_p}$ 。注意到 $\frac{1}{2}\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}\|\mathbf{S}\|^2 < \sigma$,则 $\tilde{x}_1^2 + \|\mathbf{s}\|^2 < \frac{2l}{\Gamma_p}$ 。证毕。

注:由不等式(50)可知,理论上可以通过增大自适应增益 Γ 使得系统状态跟踪误差任意小。但过大的自适应增益往往意味着大幅度的控制输入,严重时会导致系统失稳或硬件结构损伤。实际应用时,需要通过反复的试凑以确定合适的自适应增益。

3 仿真验证与控制效果评价

考虑到发动机和升降舵回路的延迟特性,分别用时间常数 $T=3\text{ s}$ 和 $T=0.05\text{ s}$ 的一阶惯性环节作为发动机和升降舵回路的传递函数,即 $G_{\delta_p}(s)=1/(3s+1)$, $G_{\delta_e}(s)=1/(0.05s+1)$ 。将控制律解算得到的油门指令 δ_p 和升降舵指令 δ_e 分别通过传递函数 $G_{\delta_p}(s)$ 和 $G_{\delta_e}(s)$, 即得到输入飞机运动方程中的实际油门指令和升降舵指令。

设定空投初始条件如表 1 所示。出舱导轨长度 $l=10\text{ m}$, 货物与导轨的摩擦系数 $\mu=0.02$, 牵引比 $\lambda=0.2$ 。本文控制器的参数选取为:滑模面系数 $z_1=1, z_2=0.5, z_3=1$; 切换增益参数 $\beta=0.001$; 自适应增益 $\Gamma_p=1$; 紧集 $\Theta=\{\mathbf{a}=(\mathbf{a}_i)_{7 \times 1} \in R^{7 \times 1} : \mathbf{a}_i \in [-2, 2]\}$ 。为验证控制效果,将本文控制器与文献[8]自适应滑模控制器进行对比,文献[8]控制器的参数选取为:滑模面系数 $c=2$; 切换增益 $\varepsilon_1=0.002, \varepsilon_2=0.001$; $k_1=0.66, k_2=1.8$; 自适应增益矩阵 $\mathbf{\Gamma}=\text{diag}(5.5, 2, 2, 1, 7, 10, 15)$ 。

表 1 空投初始条件设定

参数	取值	参数	取值
飞行高度	$H_0=1\ 000\text{ m}$	升降舵偏度	$\delta_e=0^\circ$
飞行速度	$V_0=100\text{ m/s}$	襟翼开度	$\delta_f=0^\circ$
迎角	$\alpha_0=4.991\ 1^\circ$	水平安定面	$\delta_{\text{H}}=-3.391\ 2^\circ$
俯仰角	$\theta_0=4.991\ 1^\circ$	货物质量	$m_c=4\ 000\text{ kg}$
油门开度	$\delta_p=23.55\%$	货物数量	$n=1$

为验证控制器在模型存在常值不确定性情况下的控制效果,针对不确定性函数 $\mathbf{P}=-0.15[C_{L_0}, C_{L_a}, C_{D_0}, C_{D_x}, C_{m_0}, C_{m_a}, C_{m_q}]^T$ 仿真,结果见图 4。

由图 4 可见,与文献[8]控制器对比,本文控制器作用下,飞机速度的收敛时间显著减小,速度和俯仰角响应的峰值也更小。因此,本文方法更能有效提高空投过程飞行安全和任务时效性。由图 4(e)可见,本文控制方法的升降舵响应存在突变,这是由于货物离机瞬间需要大而快速的升降舵输入以抑制飞机抬头。

为进一步验证控制器对动态模型不确定性的鲁棒性,令不确定性函数 $\mathbf{P}=0.15\sin(t)[C_{L_0}, C_{L_a}, C_{D_0}, C_{D_x}, C_{m_0}, C_{m_a}, C_{m_q}]^T$ 仿真结果见图 5。

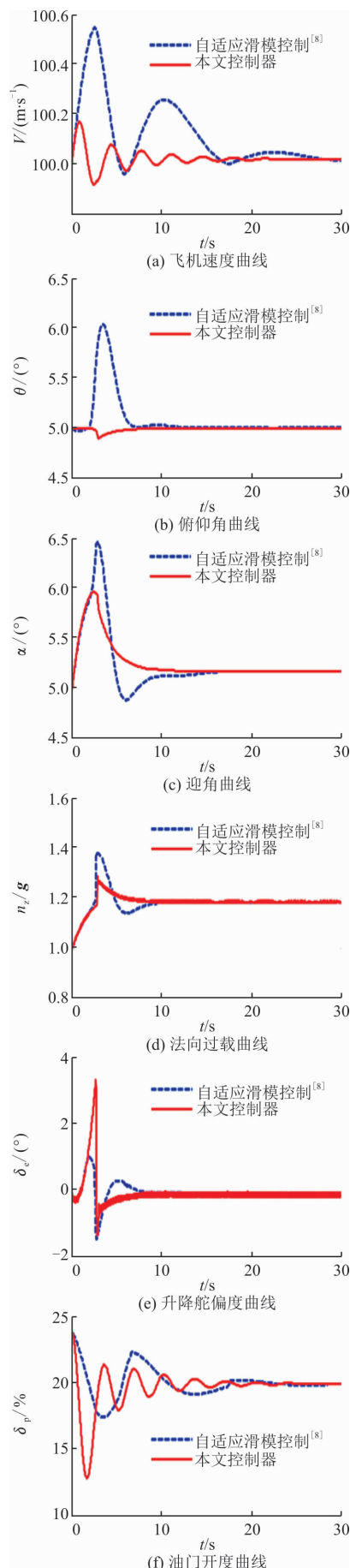


图 4 考虑 15% 气动不确定性时,空投过程的飞机响应

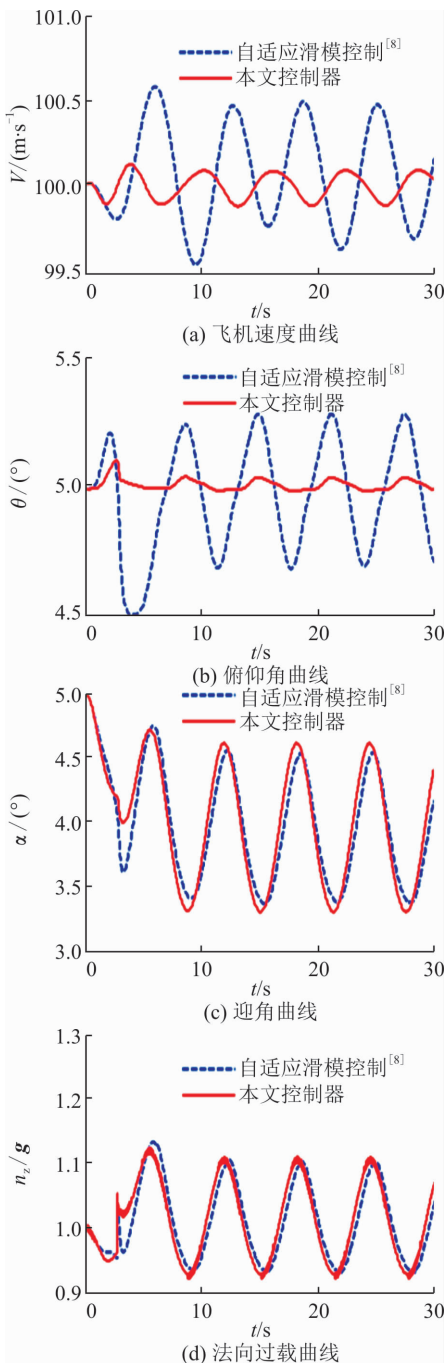


图5 考虑时变气动不确定性时,空投过程的飞机响应

如图5所示,当气动导数存在时变不确定性时,虚线的振荡幅值较大,可以看出,本文自适应反步滑模控制器的控制效果更好,可以保证系统对时变不确定性的鲁棒性。

4 结论

本文针对重装空投过程的飞行控制问题,考虑气动数据测量误差和漂移等不确定性,设计了带有自适应函数近似的反步滑模控制器。取得的成果有:

1)将系统的复杂非线性不确定性分解为不确定参数向量和已知非线性矩阵,降低了控制器的设计

难度;

2)设计自适应算法补偿系统不确定性,解决了滑模切换增益的选取依赖于不确定性边界的问题;

3)理论分析和仿真实验,验证了本文控制方法的控制效果和优越性。

本文控制器参数较多,需反复试凑,增加了控制器的实现难度。因此,针对控制器参数整定规则的研究很有意义,它是课题组今后的工作重点。

参考文献(References):

- [1] LIU R, SUN X X, DONG W H, WANG D, et al. Dynamics Modeling and L1 Adaptive Control of A Transport Aircraft for Heavyweight Airdrop [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015; 365130.
- [2] ZHAO S W, SUN X X. Active Disturbance Rejection Control for Heavy Cargo Airdrop Operations [J]. *Engineering Review*, 2018, 38(2): 143-154.
- [3] 尹晖,熊治国,高翔,等.基于PSO的自抗扰飞行控制律参数优化方法[J].*空军工程大学学报(自然科学版)*, 2013, 14(3): 19-32.
- [4] YIN H, XIONG Z G, GAO X, et al. Parameters Optimization of Flight Control Law Using ADRC for Super-maneuverable Aircraft Based on PSO [J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2013, 14(3): 19-32. (in Chinese)
- [5] ZHANG H Y, SHI Z K. Variable Structure Control of Catastrophic Course in Airdropping Heavy Cargo [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2009, 22(2): 520-527.
- [6] LIU R, SUN X X, DONG W H. Dynamics Modeling and Control of a Transport Aircraft for Ultra-Low Altitude Airdrop [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2015, 28(2), 478-487.
- [7] 杨雨,陆宇平.运输机超低空重装空投纵向反步滑模控制研究[J].*航空学报*, 2012, 33(12): 2301-2312.
- [8] YANG Y, LU Y P. Backstepping Sliding Mode Control for Super-Low Altitude Heavy Cargo Airdrop from Transport Plane [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(12): 2301-2312. (in Chinese)
- [9] POMET J B, PRALY L. Adaptive Nonlinear Regulation: Estimation from the Lyapunov Equation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(6): 729-740.
- [10] LIU R, SUN X X, WANG D. Heavyweight Airdrop Flight Control Design Using Feedback Linearization and Adaptive Sliding Mode [J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2016, 38(10): 1155-1164.

(编辑:姚树峰)