

# PSO 稀疏分解在齿轮信号故障特征提取中的应用

巩孟林, 陈 卫, 钟也磐

(空军工程大学航空工程学院, 西安, 710038)

**摘要** 针对齿轮早期故障诊断,传统的信号处理方法受噪声干扰大,严重影响了齿轮故障特征提取。结合粒子群(PSO)算法和稀疏分解算法提出 PSO 稀疏分解,利用 PSO 在搜索最优解方面的优势降低了稀疏分解的计算复杂度,并提出了“匹配度”作为信号的特征量。通过对模拟信号和某型航空发动机齿轮毂振动信号的分析,证明 PSO 稀疏分解在强噪声背景下具有很好的稳健性,提高了振动信号的信噪比,能够有效提取齿轮的故障特征,故障信号的“匹配度”比正常信号平均高出 0.4 左右,与传统方法相比,优势较为明显。

**关键词** 齿轮故障诊断;稀疏分解;粒子群算法;Morlet 小波

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.03.003

**中图分类号** V232.8;TH132.46 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)03-0013-06

## PSO Sparse Decomposition and Its Application in the Fault Signal Feature Extraction of Gear

GONG Menglin, CHEN Wei, ZHONG Yepan

(Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** As for the fault diagnosis of gear at early stage, the conventional methods of signal processing are significantly interfered by noise, blocking the fault feature extraction of gear. This paper proposes a PSO sparse decomposition combined with PSO (Particle swarm optimization) algorithm and sparse decomposition algorithm, lowering the computing complexity of sparse decomposition, and also proposes a 'Matching index' as the signal feature. The research result of the simulated signal indicates that PSO decomposition performs well under condition of strong noise and improves the SNR greatly. What's more, the PSO sparse decomposition is proved efficiently in fault signal feature extraction of gear through the analysis of the signal from aero-engine gear hub. The 'Matching index' of fault signal is 0.4 higher equally than that of normal signal. This is superior obviously to the traditional methods.

**Key words:** fault diagnosis of gear; sparse decomposition; PSO; Morlet wavelet

齿轮作为广泛应用的旋转机械部件,在其出现故障的早期,振动信号十分复杂且夹杂着大量的噪声信号,对早期故障诊断造成了很大阻碍。针对齿轮信号早期故障特征提取的难题,国内外的学者提

出了大量解决方案,主要可以分为 3 类,即时域分析、频域分析和时频分析。时域分析方面,基于时间序列和信号统计特征的 AR 模型及峭度等<sup>[1]</sup>,能够简单快捷地提取时域信号中的异常特征,但是对于

**收稿日期:** 2017-05-22

**基金项目:** 国家自然科学基金(51175509)

**作者简介:** 巩孟林(1993—),男,山东滨州人,硕士生,主要从事航空测试技术与故障诊断研究。E-mail:1198718428@qq.com

**引用格式:** 巩孟林,陈卫,钟也磐. PSO 稀疏分解在齿轮信号故障特征提取中的应用 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(3): 13-18. GONG Menglin, CHEN Wei, ZHONG Yepan. PSO Sparse Decomposition and its Application in the Fault Signal Feature Extraction of Gear [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(3): 13-18.

齿轮信号来说,往往时域的统计特征并不明显。

以傅里叶变换为代表的频域分析虽然在提取特定频率成分方面具有独特优势,但它在非线性信号处理方面的效果并不理想。时频分析方面,目前普遍采用的是短时傅里叶变换(STFT)<sup>[2]</sup>,经验模态分解(EMD)<sup>[3]</sup>,Wigner-Ville分布<sup>[4]</sup>等,近年来EMD的改进型—联合经验模态分解(EEMD)也得以应用<sup>[5]</sup>,EEMD在EMD的基础上抑制了模态混叠现象,而Smith在2005年提出了局部均值分解(LMD)<sup>[6]</sup>,相比EMD可以保留更多频率和包络信息<sup>[7]</sup>。但这些方法均容易受到噪声的干扰,严重影响了故障特征提取的准确性。稀疏分解(Sparse Decomposition)正好克服了上述方法对噪声敏感的缺点,具有很好的稳健性。

## 1 PSO稀疏分解和特征提取

稀疏分解的核心思想始于1993年Zhang和Mallat的研究<sup>[8]</sup>,他们率先引进了字典的概念来代替传统的小波变换,同时提出了匹配追踪算法,之后Pati,Elad等人又提出了新的分解算法<sup>[9-10]</sup>,但MP算法思想与稀疏分解的其他算法相比,其计算复杂度最低,是应用最为广泛的稀疏分解算法<sup>[11]</sup>。

设信号 $x \in R^p$ ,过完备字典 $A = \{a^{(1)}, a^{(2)}, \dots, a^{(n)}\}$ ,其中 $a^{(i)} \in R^p, n \gg p$ ,字典包含整个 $R^p$ 空间。信号 $x$ 可由字典中的原子表示为:

$$x = AS = \sum_{j=1}^n a^{(j)} s^{(j)} \quad (1)$$

式中: $S = (s^{(1)}, s^{(2)}, \dots, s^{(n)})$ 为各原子相对信号权重系数,当 $S$ 中只有少量较大系数,而其他系数值都相对很小时,称 $x$ 在字典 $A$ 中是可压缩或稀疏。

### 1.1 构建过完备字典

由于Morlet小波与冲击信号相似,能较好地描述冲击信号的特征<sup>[12]</sup>,所以本文选取Morlet小波来构建过完备字典。Morlet小波的函数形式为:

$$\psi(f, \zeta, \tau, t) = e^{\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}[2\pi f(t-\tau)]^2} \cos(2\pi f(t-\tau)) \quad (2)$$

式中: $f$ 为冲击信号的频率; $\zeta$ 为阻尼比; $\tau$ 为时间常数,表示冲击信号发生的时刻。 $(f, \zeta, \tau)$ 决定了整个函数的特性。设 $T_c = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\}$ ,信号长度为 $p$ ,则过完备字典 $A \in R^{p \times n}$ 。同时,为了使信号的稀疏表示更加准确,需要为过完备字典寻找与原信号 $x$ 匹配度最高的原子,设原子与信号匹配度为:

$$c(i) = \langle x, a^{(i)}(f, \zeta, \tau_i) \rangle \quad (3)$$

式中: $a^{(i)}(f, \zeta, \tau_i)$ 为单位向量; $c(i)$ 代表了原信号在单个原子上的投影。设:

$$(f_i, \zeta_i) = \arg \max_{f, \zeta} c(i) \quad (4)$$

则最优原子:

$$a^{(i)} = a^{(i)}(f_i, \zeta_i, \tau_i) \quad (5)$$

由上式可知,设频率和阻尼比的搜索区间长度分别为 $l_f$ 和 $l_\zeta$ ,则构造最优字典的计算复杂度为 $l_f l_\zeta n$ 。为了提高计算速率,本文在此引入粒子群算法(PSO)来求解最优原子。

设粒子群在二维空间 $(f, \zeta)$ 中搜索,由 $m$ 个粒子组成种群 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ ,其中的第 $j$ 个粒子所处的位置 $Z_j = \{z_{j,1}, z_{j,2}\}$ 表示 $a^{(i)}$ 的一个解。粒子通过不断调整自己的位置 $Z_j$ 来搜索新解。每个粒子都能记住自己搜索到的最好解,记作 $p_{jd}$ ,以及整个粒子群经历过的最好的位置,即目前搜索到的最优解,记作 $p_{gd}$ 。每个粒子的速度记作 $V_j = \{v_{j1}, v_{j2}\}$ ,当单个粒子最优解和种群最优解找到后,每个粒子根据下式更新自己的速度:

$$v_{jd}(l+1) = \omega v_{jd}(l) + \eta_1 r_1 (p_{jd} - z_{jd}(l)) + \eta_2 r_2 (p_{gd} - z_{jd}(l)) \quad (6)$$

$$z_{jd}(l+1) = z_{jd}(l) + v_{jd}(l+1)$$

式中: $v_{jd}(l+1)$ 表示第 $j$ 个粒子在 $l+1$ 次迭代中第 $d$ 维上速度( $d=1, 2$ ); $\omega$ 为惯性权重; $\eta_1$ 和 $\eta_2$ 为加速度常数; $r_1$ 和 $r_2$ 为 $0 \sim 1$ 之间随机数。本文的具体试验中, $\omega$ 设为 $0.729$ , $\eta_1$ 和 $\eta_2$ 均设为 $2$ 。此外,为使粒子速度不至于过大,可设置速度上限:

$$v_{jd}(l+1) = \begin{cases} v_{\max} \operatorname{sgn}(v_{jd}(l+1)), & |v_{jd}(l+1)| > v_{\max} \\ v_{jd}(l+1), & |v_{jd}(l+1)| \leq v_{\max} \end{cases} \quad (7)$$

PSO算法与传统的字典更新算法相比较,数据处理方式采用并行运算,计算速度大大提高。同时其计算精度高、收敛快,避免陷入局部最优,对数据的全局性把握较好。

### 1.2 匹配追踪算法

匹配追踪算法是进行稀疏分解的一种通用迭代算法<sup>[13]</sup>,每步迭代得到一个与剩余信号最匹配的原子,经 $k$ 步迭代后得到信号的稀疏分解。

首先从过完备字典中选取与待分解信号 $x$ 最匹配的原子 $a_q^1$ ,满足:

$$a_q^1 = \operatorname{argmax}_{a^{(i)} \in A} |\langle x, a^{(i)} \rangle| \quad (8)$$

选出 $a_q^1$ 后,信号 $x$ 可分解为:

$$x = \langle x, a_q^1 \rangle a_q^1 + R^2 \quad (9)$$

式中: $R^2$ 为信号 $x$ 第1次分解后的残差信号。对残差信号重复上述过程,即:

$$R^k = \langle R^k, a_q^k \rangle a_q^k + R^{k+1} \quad (10)$$

随着迭代次数的增大,残差信号会成指数收敛<sup>[8]</sup>,信号 $x$ 最终可表示为:

$$x = \sum_{k=1}^K \langle R^k, a_q^k \rangle a_q^k \quad (11)$$

MP算法的终止条件主要有硬门限法和软门限法<sup>[14]</sup>。硬门限法是指人为固定迭代终止次数 $K$ ,其

优点是简单易行,但当  $K$  过小时容易丢失真实信号成分, $K$  过大又会引入多余噪声;软门限法是指当残差信号小于某特定值时终止迭代,但其对强噪声比较敏感。本文引入文献[15]中提出的残差比作为迭代终止条件,既克服了硬门限法的随意性,而相比软门限法又增强了算法在强噪声下的稳健性。

设残差比:

$$\lambda^k = \|R^{k+1} - \xi R^k\| / \|\xi R^k\| \quad (12)$$

$$\xi = \sqrt{E[(R^{k+1})^2]/E[(R^k)^2]} \quad (13)$$

当残差比  $\lambda^k$  小于某特定值时迭代终止。

### 1.3 信号特征提取

设信号进行稀疏分解的迭代步数为  $n$ ,则第  $k$  步迭代时,残差信号  $R^k$  与其最匹配原子的内积为:

$$m^k = \langle R^k, a_q^k \rangle \quad (14)$$

$a_q^k$  是由 Morlet 小波函数构建的特殊单位向量,每一个向量本身就是含有单一特征频率的模拟冲击信号。所以  $m^k$  实际代表了信号在相应频率上的冲击成分的能量大小。令  $m$  作为信号的特征向量,用来表征不同信号在各频率上的冲击成分能量的变化。

## 2 仿真验证与分析

为了验证本文提出的 PSO 信号稀疏分解方法的有效性,本文依据 Morlet 小波函数设计了齿轮仿真冲击信号<sup>[12]</sup>。冲击信号的函数形式为:

$$x(t) =$$

$$\sum_k e^{\frac{-\zeta_0}{\sqrt{1-\zeta_0^2}}[2\pi f_0(t-kT-\tau_0)]} \cos(2\pi f_0(t-kT-\tau_0)) \quad (15)$$

冲击信号与噪声信号的合成信号为:

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (16)$$

式中: $n(t)$ 为高斯白噪声。

这里取  $f_0 = 5$  Hz,阻尼比  $\zeta_0 = 0.1$ ,延时常数  $\tau_0 = 1$  s,冲击周期为  $T = 2$  s,冲击次数  $k = 3$ ,模拟冲击信号如图 1 所示。定义信噪比为  $10 \lg(E_x/E_n)$ , $E_x$  和  $E_n$  分别为真实信号和噪声的能量。

仿真实验中依次取信噪比为 10 dB、0 dB、-10 dB、-20 dB、-30 dB 来验证本文方法的效果。

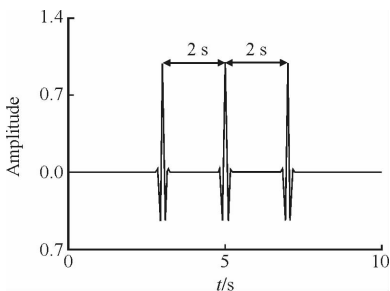


图 1 模拟冲击信号

Fig.1 Simulated transients

图 2~6 中,3 个图分别表示合成信号、分解信号、冲击成分与原信号的匹配度(绝对值)。

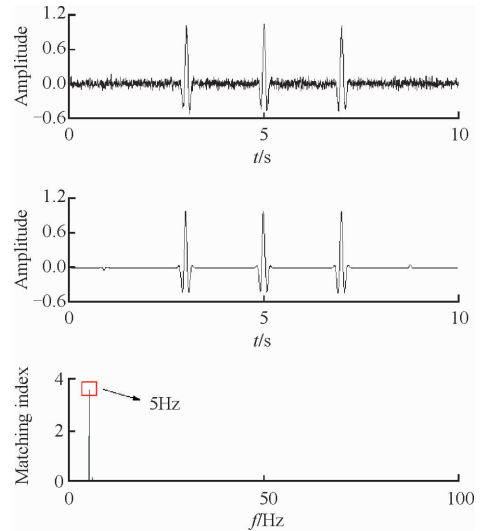


图 2 模拟信号 SNR=10 dB

Fig.2 The SNR of Simulated signal is 10 dB

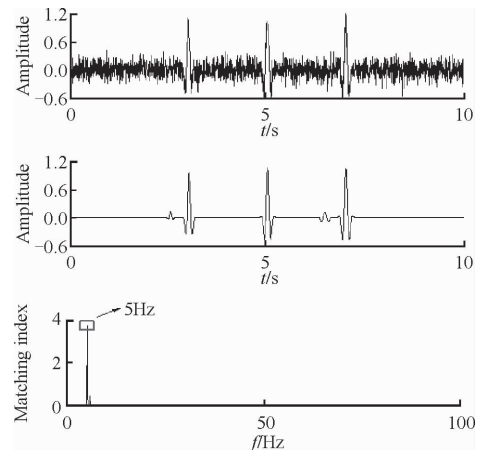


图 3 模拟信号 SNR=0 dB

Fig.3 The SNR of Simulated signal is 0 dB

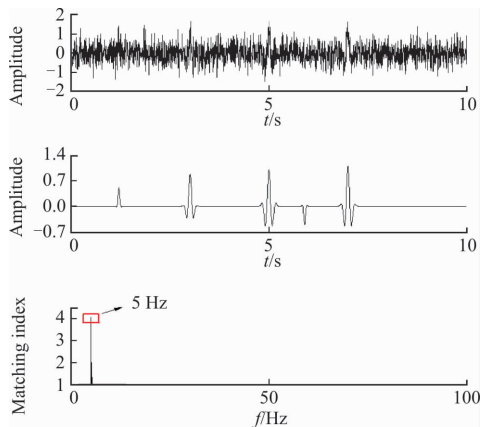


图 4 模拟信号 SNR=-10 dB

Fig.4 The SNR of Simulated signal is -10 dB

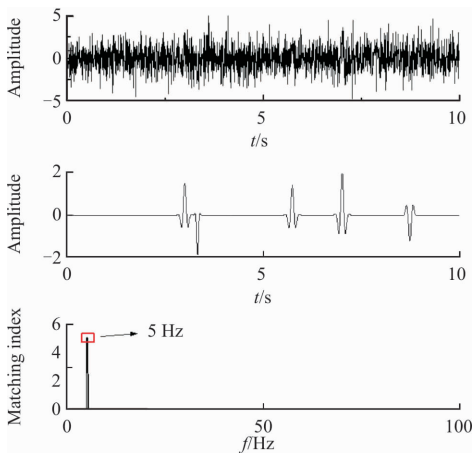


图5 模拟信号 SNR = -20 dB

Fig. 5 The SNR of Simulated signal is -20 dB

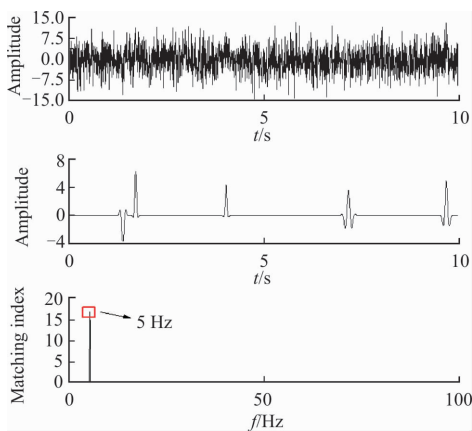


图6 模拟信号 SNR = -30 dB

Fig. 6 The SNR of Simulated signal is -30 dB

如图所示,在 SNR = 10 dB, 0 dB, -10 dB 时, PSO 稀疏分解在准确捕捉冲击信号频率 ( $f = 5$  Hz) 的同时还能估计冲击发生的时间 ( $t = 3$  s, 5 s, 7 s)。而在强噪声背景下即 SNR = -20 dB, -30 dB 时,稀疏分解虽然在估计冲击发生时间时存在一定偏差,但仍能基本反映冲击信号的情况,尤其是能准确反映冲击信号的频率。在上述情况中,  $f = 5$  Hz 的信号与原信号的匹配度最高即信号在该原子方向上的投影最大,在该频率上冲击成分的能量最大,与给出的模拟信号频率相符,证明了本文方法的有效性。

图 7 给出了 PSO 稀疏分解信号 SNR 与原信号 SNR 的关系,稀疏分解信号相比合成信号 SNR 平均增加了 17.43 dB。这证明本文提出的方法在噪声背景下仍具有很好的稳健性。

为了进一步验证本文所提方法的优势,下面用局部均值分解 (LMD) 作对比。以 SNR = -10 dB 的合成信号为例,图 8、图 9 给出了合成信号经 LMD 分解后的 PF 分量时域图和功率谱密度图。

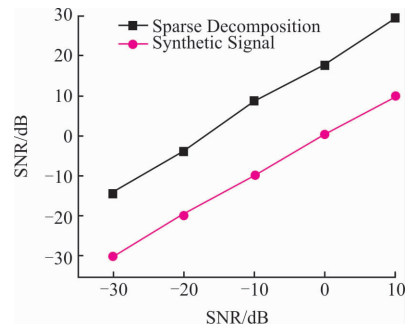
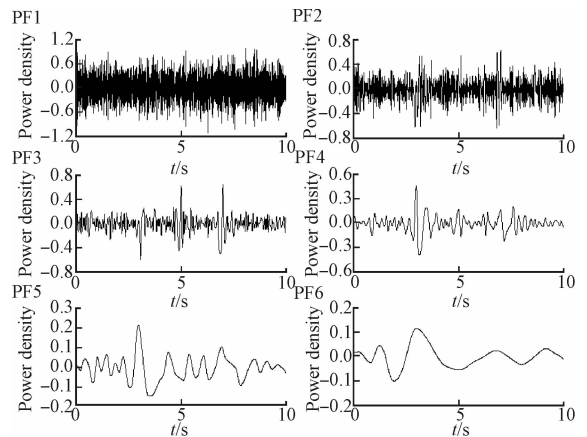
图7 稀疏分解信号信噪比随合成信号信噪比的变化  
Fig. 7 The function of sparse decomposition signal's SNR for synthetic signal's

图8 合成信号 LMD 分解结果

Fig. 8 LMD decomposition of synthetic signal

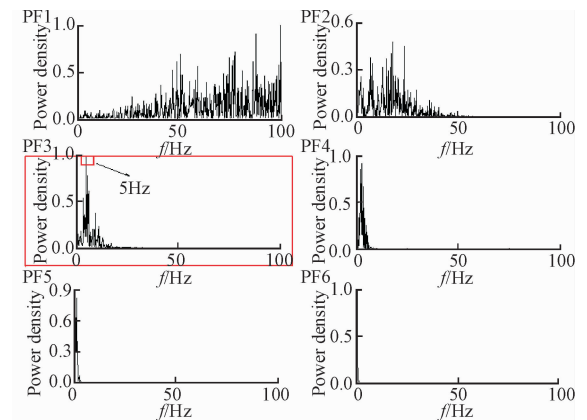


图9 各 PF 分量的功率谱图

Fig. 9 Power spectrum of PFs

图 9 中第 3 个 PF 分量 PF3 捕捉到了模拟信号的冲击频率 ( $f = 5$  Hz),但是由冲击频率周围的频谱成分可以看出,PF3 夹杂了许多噪声成分。计算表明 PF3 信噪比为 0.9 dB,而稀疏分解信号的信噪比为 8.8 dB。所以,与 LMD 相比,本文方法受噪声的影响更小,能有效地提取信号中的冲击成分。

### 3 试验验证分析

图 10 和图 11 为某航空发动机减速器一级齿轮

毂裂纹外观图和齿面啮合痕迹图。考虑到实际试验条件和试验环境,试验中将加速度传感器安装于减速器机匣前安装边,采样频率为 20 kHz,试验分别在正常发动机和带故障发动机上进行。图 12 为在额定状态下,从该型航空发动机上测得的一组正常振动信号和一组带裂纹故障振动信号。



图 10 齿轮毂裂纹外观图  
Fig. 10 External view of flaw for gear hub



图 11 齿面啮合痕迹  
Fig. 11 Meshing trace on tooth surface

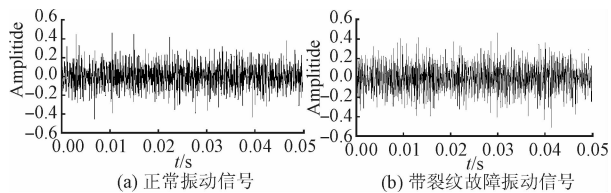


图 12 发动机振动信号时域图

Fig. 12 The time-domain graph of aero-engine

对 2 组振动信号分别作 PSO 稀疏分解,得到的冲击频率成分与原信号的匹配度见图 13。

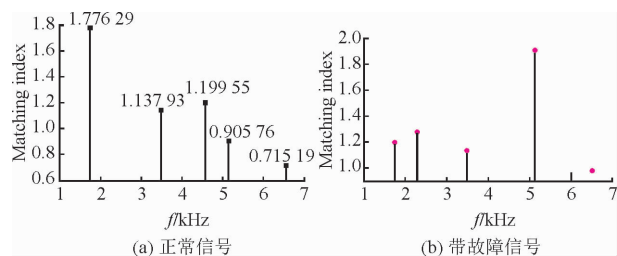


图 13 冲击频率成分与原信号的匹配度

Fig. 13 Matching index between transient and simulated signal

由于匹配度代表了信号冲击成分的能量在频率上的分布,由图 13 和表 1 可以看出,故障信号与正常信号在 1 级齿轮毂与第 2 级主动齿轮啮合频率(1 737.7 Hz, 1 739 Hz)和减速器第 1 级内齿圈与游星齿轮啮合频率(6 545.5 Hz, 6 536.3 Hz)上的能量具有明显差异,即在减速器第 1 级内齿圈与游星齿轮啮合频率上的能量明显增大(或一级齿轮毂与第 2 级主动齿轮啮合频率上的能量在总能量中的比重减小)。5 133.5 Hz 和 5 131.9 Hz 为压气机第 1 级叶片激振频率,在此不予考虑。由于能量在两处频率是互补的,因此只以第 1 级内齿圈与游星齿轮啮合频率处的匹配度为特征量为例,验证该方法的有效性。

表 1 冲击频率成分与信号的匹配度

Tab. 1 Matching index between transient and simulated signal

序号	正常信号		故障信号	
	频率/Hz	匹配度	频率/Hz	匹配度
1	1 739.0	1.77	1 737.7	1.20
2	3 478.0	1.14	2 276.9	1.28
3	4 553.7	1.20	3 481.1	1.13
4	5 133.5	0.91	5 131.9	1.91
5	6 545.5	0.71	6 536.3	0.98

对正常发动机和携带故障件的发动机进行试车试验,在额定状态下各进行 5 次试车,采集其振动信号,组成 10 组样本。表 2 和图 14 给出了对其余 10 组样本信号的分析结果。

表 2 第 1 级内齿圈与游星齿轮匹配度

Tab. 2 Matching index of first-level gear ring and epicyclic gear

样本	匹配度	齿轮毂状态	样本	匹配度	齿轮毂状态
1	0.91	正常	6	1.11	裂纹故障
2	0.77	正常	7	1.17	裂纹故障
3	0.89	正常	8	1.28	裂纹故障
4	0.76	正常	9	1.07	裂纹故障
5	/	正常	10	1.16	裂纹故障

注: / 表示稀疏信号中没有该频率的冲击成分

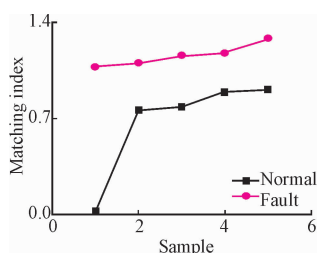


图 14 第一级内齿圈与游星齿轮匹配度

Fig. 14 Matching index of first-level gear ring and epicyclic gear

上述结果证明,在齿轮毂裂纹故障信号中,冲击成分在第一级内齿圈与游星齿轮啮合频率上的能量明显大于正常信号。这表明本文所提出的 PSO 稀疏分解方法可以有效提取齿轮故障特征,为其他旋转机械的齿轮故障诊断提供借鉴。

## 4 结论

1) 本文针对传统的 3 类齿轮早期故障信号分析方法的不足提出了 PSO 稀疏分解算法,弥补了传统方法受噪声干扰大的缺点。

2)针对本文给出的模拟信号,PSO稀疏分解使得SNR平均提高了17.43 dB。在同等噪声背景下(SNR为-10 dB),PSO稀疏分解信号的SNR为8.8 dB,远远高于LMD分解的0.9 dB,并找出了模拟信号中冲击成分的频率。

3)在对某型航空发动机减速器齿轮毂的故障特征提取中,通过PSO稀疏分解,成功提取故障信号的特征,即第一级内齿圈与游星齿轮啮合频率处冲击成分与信号的匹配度,实现了对故障信号和正常信号的识别和诊断。

4)通过与LMD分析方法的对比和对实际齿轮故障信号的特征提取,证明了本文方法相对传统分析方法的优势和在工程实践中的有效性。

#### 参考文献(References):

- [1] 何正嘉,陈进,王太勇,等.机械故障诊断理论及应用[M].北京:高等教育出版社,2010:14-41.  
HE Z J, CHEN J, WANG T Y, et al. Theories and Applications of Machinery Fault Diagnostics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2010: 84-85. (in Chinese)
- [2] WANG W J, MCFADDEN P D. Early Detection of Gear Failure by Vibration Analysis i. Calculation of the Time-Frequency Distribution [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1993, 7(3): 193-203.
- [3] CAESARENDRA W, KOSASIH B, TIEU A K. Application of the Largest Lyapunov Exponent Algorithm for Feature Extraction in Low Speed Slew Bearing Condition Monitoring [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, S50-51(1): 116-138.
- [4] DONG G M, CHEN J. Noise Resistant Time Frequency Analysis and Application in Fault Diagnosis of Rolling Element Bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 33(11): 212-236.
- [5] WANG H C, CHEN J, DONG G M. Feature Extraction of Rolling Bearing's Early Weak Fault Based on EEMD and Tunable Q-Factor Wavelet Transform [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 48(1-2): 103-119.
- [6] SMITH J S. The Local Mean Decomposition and its Application to EEG Perception Data [J]. Journal of the Royal Society Interface, 2005, 2(5): 443-454.
- [7] WEN C Y, DONG L, JIN X. Feature Extraction of Bearing Vibration Signals Using Second Generation Wavelet and Spline-Based Local Mean Decomposition [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), 2015, 20(1): 56-60.
- [8] MALLAT S G, ZHANG Z F. Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [9] PATI Y C, REZAIFAR R, KRISHNAPRASE P S. Orthogonal Matching Pursuit: Recursive Function Approximation with Application to Wavelet Decomposition [C]. In 27th Asilomar Conf on Signals, Systems and Compute, 1993: 40-44.
- [10] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: An Algorithm for Designing of Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [11] 史丽丽.基于稀疏分解的信号去噪方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013:9-27.  
SHI L L. Research on Denosing Methods of Signals Based on Sparse Decomposition [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013: 9-17. (in Chinese)
- [12] FAN W, CAI G, ZHU Z K, et al. Sparse Representation of Transients in Wavelet Basis and Its Application in Gearbox Fault Feature Extraction [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 56: 230-245.
- [13] 安芹力,冯有前,高大化,等.组合正交基字典稀疏分解快速匹配追踪算法[J].电子设计工程,2011,19(2):78-79.  
AN Q L, FENG Y Q, GAO D H, et al. A Quick MP Algorithm of Sparse Decomposition by Overcomplete Dictionary Combined by Orthogonal Bases [J]. Electronic Design Engineering, 2011, 19(2): 78-79. (in Chinese)
- [14] 律方成,谢军,王永强.局部放电信号稀疏表示去噪方法[J].中国电机工程学报,2015,35(10):2625-2633.  
LYV F C, XIE J, WANG Y Q. Partial Discharge Signal Denoising Method Based on Sparse Representation [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(10): 2625-2633. (in Chinese)
- [15] 梁巍,阙沛文,陈亮,等.基于残差比阈值的迭代终止条件匹配追踪稀疏分解方法[J].上海交通大学学报,2010,44(2):171-173.  
LIANG W, QUE P, CHEN L, et al. Residual Ratio Iteration Termination Condition for MP Method [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2010, 44(2): 171-175. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)