

# 加权平均预测的一阶多智能体系统一致性的采样控制

王 娜<sup>1</sup>, 王 健<sup>2</sup>, 曹智明<sup>3</sup>, 郭子奕<sup>4</sup>

(1. 94402 部队, 济南, 250002; 2. 空军工程大学装备管理与安全工程学院, 西安, 710051;

3. 空军空降兵学院, 广西桂林, 541003; 4. 空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

**摘要** 研究了具有加权平均预测的一阶多智能体系统一致性的采样控制问题。应用时滞分解技术得到了基于采样数据的离散时间一致性协议, 同时, 使用代数图论、线性系统的稳定性理论, 获得了确保具有加权平均预测的一阶多智能体系统渐近实现平均一致性的充分和必要条件, 最后仿真结果表明了理论研究结果的有效性, 得到了采样周期的条件, 并对满足和不满足条件的 2 种情况进行了仿真验证, 为一阶多智能体系统采样控制的一致性问题的提供了解决方案。

**关键词** 多智能体系统; 一致性; 加权平均预测; 采样信息

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2017.01.018

**中图分类号** O23 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2017)01-0105-06

## Sampled-Data Consensus of First-Order Multi-Agent Systems with Weighted Average Prediction

WANG Na<sup>1</sup>, WANG Jian<sup>2</sup>, CAO Zhiming<sup>3</sup>, GUO Ziyi<sup>4</sup>

(1. Unit 94402, J'nan 250002, China; 2. Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 3. Air-landing Troops Academy, Guilin 541003, Guangxi, China; 4. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** This paper researches on sampled-data consensus of first-order delayed multi-agent systems with weighted average prediction. First, the paper obtains a consensus protocol based on sampled-data by using the delay decomposition technique, and simultaneously obtains the necessary and sufficient conditions about the sampling period guaranteeing the achievement of consensus by using the stability theory of linear systems and the algebra graph theory. Last, the paper demonstrates the effectiveness of the theoretical results by simulation, obtains the sampling period, and simulates and verifies two kinds of conditions. This provides a feasible solution for the consistency problem of the sampled data control of a first-order multi-agent system.

**Key words:** multi-agent systems; consensus; weighted average prediction; sampled-data

近年来,多智能体系统的分布式协调控制由于在群集,聚集,蜂拥,自动高速公路系统,空间开发与

收稿日期:2016-01-23

基金项目:国家自然科学基金(61203147,60973095);中央高校自主科研基金青年项目(JUSRP111A44)

作者简介:王 娜(1988-),女,山东临沂人,助理工程师,硕士生,主要从事多智能体系统协同控制研究. E-mail:wfwangna@126.com.

引用格式:王娜,王健,曹智明,等. 加权平均预测的一阶多智能体系统一致性的采样控制[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2017,18(1):105-110. WANG Na, WANG Jian, CAO Zhiming, et al. Sampled-data Consensus of First-Order Multi-Agent Systems with Weighted Average Prediction[J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition), 2017, 18(1): 105-110.

探测,通信网络的拥塞控制,无人驾驶飞机协同控制及姿态协调、编队控制、分布式传感器网络等多个领域的广泛应用,引起了越来越多领域的关注,如物理学,生物学,人工智能,自动控制等。目前已经有很多关于一致性问题的研究成果。Vicsek等<sup>[1]</sup>提出了一种简单的模型来模拟自组织粒子群的涌现性。通过仿真,他们发现:当粒子的密度很大而噪声强度很小时,所有的粒子会朝同一方向移动,即实现一致。Jadbabaie等<sup>[2]</sup>用无向图来模拟智能体之间的相互作用,并对文献<sup>[1]</sup>中的现象给出了理论的解释。Olfati-Saber和Murray<sup>[3]</sup>用有向图模拟智能体之间的相互作用,并分析了3种情形下的一致性问题的,即有向固定拓扑、有向切换拓扑和无向固定拓扑(含有定常时滞)。Ren和Beard<sup>[4]</sup>扩展了文献<sup>[1~3]</sup>中的理论成果,给出了在切换拓扑情形下达到一致的比较宽松的条件。国内学者在一致性问题上也做出了大量工作<sup>[5~11]</sup>。对一致性问题研究产生较大影响的2篇综述性文献<sup>[12~13]</sup>。

目前,关于当前状态或时滞的多智能体系统一致性问题的研究已有许多<sup>[14~18]</sup>。然而,在某种情况下需要研究时滞状态导数反馈的一致性协议。Cao等<sup>[19]</sup>提出了带有时变参考状态的一阶和二阶多智能体系统一致性跟踪问题,并证明了当虚拟领导仅对一部分智能体可用时,已提出的不具有时滞状态导数反馈的一致性跟踪协议不能确保系统实现一致性跟踪,然而他提出的具有时滞状态导数反馈的一致性跟踪协议,可以确保一致性跟踪的实现。文献<sup>[20]</sup>和<sup>[21]</sup>中,具有通信时滞的连续时间多智能体系统,通过引入恰当反馈增益的时滞状态导数反馈,能够提高系统的一致性性能,主要包括通信时滞的鲁棒性和实现一致性的收敛速度。然而,当时滞状态导数反馈强度过大时,任意很小的通信时滞将会引起系统的振荡。为了削弱较大强度的时滞状态反馈对一致性的影响,吴和方<sup>[22~23]</sup>提出了加权平均预测的一致性协议。更进一步,正如参考文献<sup>[12~16]</sup>所有作者指出的,在实际应用中,某个智能体的邻居智能体的加权平均预测信息一般很难获取,也就是说,加权平均预测的一致性协议很难实现。为了实现加权平均预测的一致性协议,参考文献<sup>[19~23]</sup>所有作者提出了在采样控制条件下用数值微分代替加权平均预测的近似计算策略,然而,这种近似计算可能破坏了一致性的实现,文献<sup>[22~23]</sup>中采用采样周期来确保一致性实现的方法还尚未提出。综上所述,本文研究目标是找到确保具有加权平均预测的一阶多智能体系统能够渐近实现平均一致性的采样周期的条件。

## 1 预备知识和问题描述

### 1.1 代数图论

令 $G = (V, E, A)$ 是一个加权有向图,其中 $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ 是点的集合, $E \subseteq V \times V$ 是边的集合, $A = [a_{ij}]$ 是元素 $a_{ij}$ 的非负邻接矩阵。点的指标属于有限集合 $I = \{1, 2, \dots, N\}$ 。 $e_{ij} = (v_i, v_j)$ 代表边,其中 $V_i$ 和 $V_j$ 分别称为子节点和父节点。相应于边的邻接元素为正,即 $e_{ij} \in E \Leftrightarrow a_{ij} > 0$ 。进一步假设对所有的 $i \in I$ 有 $a_{ii} = 0$ 。点 $V_i$ 的邻居集记作 $N_i = \{V_j \in V: (V_i, V_j) \in E\}$ 。点 $V_i$ 的度定义为 $d_i = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ 。如果有向图 $G = (V, E, A)$ 满足性质 $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j \in I$ ,那么这个有向图称为是无向的,此时显然邻接矩阵 $A$ 是对称的。图 $G$ 的拉普拉斯矩阵定义为 $L = D - A$ ,其中 $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 是 $G$ 的度对角矩阵。 $L$ 的行和为0,因此 $L$ 有一个0特征值以及与之相伴的右特征向量 $1$ 。点 $V_j$ 到点 $V_i$ 间的一条有向路径意为一组不同边 $(V_i, V_{k1}), (V_{k1}, V_{k2}), \dots, (V_{ki}, V_j)$ 组成的有向序列。如果从 $V_j$ 到 $V_i$ 存在一条路径,那么我们说, $V_j$ 从 $V_i$ 是可达的,否则称为不可达的。如果一个点从任意其它点都是可达的,那么我们说这个点是全局可达的。如果一个有向图 $G$ 中的任何2个点都是相互可达的,则此有向图 $G$ 是强连通的。相应地,对于无向图 $G$ ,如果满足任何2个点都是相互可达的条件,则我们称此无向图 $G$ 是连通的。拉普拉斯矩阵的一个重要性质,在一致性协议的收敛性分析会用到,图 $G$ 是连通的当且仅当 $\text{rank}(L) = N - 1$ ,因此,对于连通图 $G$ , $L$ 仅有一个0特征值,其余特征值均有正实部。

### 1.2 问题描述

考虑具有 $N$ 个智能体的多智能体系统,其中每个智能体可看作加权有向图 $G = (V, E, A)$ 中的一个顶点,智能体之间的信息传递可看作图的边。一阶多智能体系统的动力学模型为:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), i \in I \quad (1)$$

式中: $x_i(t) \in R$ 和 $u_i(t) \in R$ 分别代表智能体 $i$ 的状态和相应的控制输入(或一致性协议),网络拓扑假设为固定的有向连通图。

为了削弱较大强度的时滞状态导数反馈对多智能体系统(1)一致性收敛的影响,Wu和Fang<sup>[22]</sup>提出了如下的基于加权平均预测的一致性协议:

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i} \{ [x_j(t-\tau) + (1-\beta/(\epsilon^\beta - 1))\dot{x}_j(t-\tau)] - [x_i(t-\tau) + (1-\beta/(\epsilon^\beta - 1))\dot{x}_i(t-\tau)] \} a_{ij} \quad (2)$$

式中:  $\tau > 0$  代表通信时滞;  $\beta$  为加权平均预测的强度且满足  $\beta \in (0, \min\{\tau, 1/\lambda_N(L)\})$ 。

为了实现协议(2),文献[20~23]中提出,在实际应用中可以用数值微分  $(x_i(t-\tau) - x_i(t-\tau-h))/h$  和  $(x_j(t-\tau) - x_j(t-\tau-h))/h, j \in N_i$  来

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ [x_j(t-\tau) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x_j(t-\tau) - x_j(t-\tau-h))/h] - [x_i(t-\tau) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x_i(t-\tau) - x_i(t-\tau-h))/h] \} \quad (3)$$

将通信时滞  $\tau$  关于采样周期  $h$  进行分解:

$$\tau = mh + \varepsilon \quad (4)$$

$$t - \tau \in \begin{cases} [kh - mh - \varepsilon, kh - mh) \subset [kh - mh - h, kh - mh), t \in [kh, kh + \varepsilon) \\ [kh - mh, kh - mh + h - \varepsilon) \subset [kh - mh, kh - mh + h), t \in [kh + \varepsilon, kh + h) \end{cases}$$

使用周期采样技术和零阶保持电路并利用时滞分解(4),从连续时间一致性协议(3)可以得到如下

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i(kh - mh - h) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ [x_j(kh - mh - h) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x_j(kh - mh - h) - x_j(kh - mh - 2h))/h] - [x_i(kh - mh - h) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x_i(kh - mh - h) - x_i(kh - mh - 2h))/h] \}, t \in [kh, kh + \varepsilon) \\ u_i(kh - mh) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ [x_j(kh - mh) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x_j(kh - mh) - x_j(kh - mh - h))/h] - [x_i(kh - mh) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x_i(kh - mh) - x_i(kh - mh - h))/h] \}, t \in [kh + \varepsilon, kh + h) \end{cases} \quad (5)$$

当  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \sum_{i=1}^N x_i(0)/N, \forall i \in I$  时,我们就说系统(1)渐近实现平均一致性。

下面的工作即将寻找确保系统(1)应用一致性协议(5)实现平均一致性的充分和必要条件。在此之前文中需要给出下面的引理。

朱利判据 方程  $s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$ , 其中  $a_0, a_1, a_2 \in R$  的所有根都在单位圆内当且仅当以下4个不等式同时成立:  $1 + a_2 + a_1 + a_0 > 0, -1 + a_2 - a_1 + a_0 < 0, |a_0| < 1, |a_0^2 - 1| > |a_0 a_2 - a_1|$ 。

## 2 一致性协议的收敛性分析

通过使用线性系统的稳定性理论、代数图理论及其它技术,得到了确保多智能体系统(1)应用一致性协议(5)渐近实现平均一致的充分和必要条件,主要结果如下:

考虑带有固定有向连通网络拓扑的多智能体系统(1),则系统(1)应用一致性协议(5)渐近实现平均一致当且仅当方程(6)的所有根都在单位圆内。

$$z^{m+3} - z^{m+2} + (h-\varepsilon)(1+\delta/h)\lambda_i(L)z^2 + (\varepsilon-\delta+2\delta/h)\lambda_i(L)z - \varepsilon(\delta/h)\lambda_i(L) = 0, i \in I \setminus \{1\} \quad (6)$$

式中:  $\delta = (1 - \beta/(e^\beta - 1))$ 。

$$x(kh + h) = x(kh) - \varepsilon L [x(kh - mh - h) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x(kh - mh - h) - x(kh - mh - 2h))/h] - (h-\varepsilon)L [x(kh - mh) + (1-\beta/(e^\beta-1))(x(kh - mh) - x(kh - mh - h))/h] \quad (12)$$

式中:  $x(kh) = (x_1(kh), x_2(kh), \dots, x_N(kh))^T$ 。

分别代替时滞导数  $\dot{x}_i(t-\tau)$  和  $\dot{x}_j(t-\tau), j \in N_i$  进行近似计算。其中  $h > 0$  代表采样周期。

于是由协议(2)本文得到了带有数值微分的一致性协议如下所示:

式中:  $m$  为非负整数,  $\varepsilon \in [0, h)$ 。

由式(4)得:

的基于采样数据的离散时间一致性协议。

证明:

由式(1)和(5),显然有  $\sum_{i=1}^N \dot{x}_i(t) = 0$ , 因此  $\bar{x} \triangleq$

$\sum_{i=1}^N x_i(t)/N$  是一个不变量。假定系统(1)应用一致性

协议(5)的解全局渐近收敛到极限  $x^*$ , 由  $\bar{x}$  的不变性得到  $x_i^* = \sum_{i=1}^N x_i(0)/N, \forall i \in I$ , 即实现平均一致。

当  $t \in [kh, kh + \varepsilon)$  时,从(1)和(5)可以得到:

$$x_i(t) = x_i(kh) + (t - kh)u_i(kh - mh - h) \quad (7)$$

进一步得出:

$$x_i(kh + \varepsilon) = x_i(kh) + \varepsilon u_i(kh - mh - h), k = 0, 1, \dots; i \in I \quad (8)$$

类似地,当  $t \in [kh + \varepsilon, kh + h)$  时,从式(1)和式(5)可以得到:

$$x_i(t) = x_i(kh + \varepsilon) + (t - kh - \varepsilon)u_i(kh - mh) \quad (9)$$

进一步得出:

$$x_i(kh + h) = x_i(kh + \varepsilon) + (h - \varepsilon)u_i(kh - mh), k = 0, 1, \dots; i \in I \quad (10)$$

联合(8)和(10)得到采样时刻的动力学方程:

$$x_i(kh + h) = x_i(kh) + \varepsilon u_i(kh - mh - h) + (h - \varepsilon)u_i(kh - mh), k = 0, 1, \dots; i \in I \quad (11)$$

注意到  $L1_N = 0_N$ , 那么动力学方程(11)用紧凑的形式重新写为:

对系统(12)实施  $Z$  变换得:

$$zX(z) = X(z) - \epsilon(1 + \delta/h) z^{-(m+1)} LX(z) + \epsilon(\delta/h) z^{-(m+2)} LX(z) - L(h - \epsilon)(1 + \delta/h) z^{-m} X(z) + (h - \epsilon)(\delta/h) z^{-(m+1)} LX(z) \quad (13)$$

式中:  $X(z)$  是  $x(kh)$  的 Z 变换, 其中  $\delta = (1 - \beta/(e^\beta - 1))$ 。从式(13)中得到关于  $x(kh)$  的特征方程如下:

$$\det\{(z^{m+3} - z^{m+2})I_N + [(h - \epsilon)(1 + \delta/h)z^2 + (\epsilon - \delta + 2\delta\delta/h)z - \epsilon\delta/h]L\} = 0 \quad (14)$$

由于所考虑的网络拓扑是连通的, 式(14)可转化为:

$$z^{m+2}(z-1) \prod_{i=2}^N \{z^{m+3} - z^{m+2} + (h - \epsilon)(1 + \delta/h) \lambda_i(L) z^2 + (\epsilon - \delta + 2\delta\delta/h) \lambda_i(L) z - \epsilon(\delta/h) \lambda_i(L)\} = 0 \quad (17)$$

显然, 方程(17)只有一个根等于 1 且有  $m+2$  个根等于 0。因此, 系统(12)是渐近稳定的当且仅当方程(6)的所有根都在单位圆内。

注意到  $L1_N = 0_N$ , 从系统(12)可以得到, 当方程(6)的所有根都在单位圆内时系统(12)能够实现一致性。

当  $t \in [kh, kh + \epsilon)$  时, 由式(7)可以得出:

$$x(t) - x(kh) = (t - kh)L[x(kh - mh - h) + \delta(x(kh - mh - h) - x(kh - mh - 2h))/h] \quad (18)$$

从式(18)进一步得到当  $t \in [kh, kh + \epsilon)$  时:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x(kh)) = 0 \quad (19)$$

类似地, 联合(8)和(9)得出, 当  $t \in [kh + \epsilon, kh + h)$  时:

$$x(t) - x(kh) = -\epsilon L[x(kh - mh - h) + \delta(x(kh - mh - h) - x(kh - mh - 2h))/h] - (t - kh - \epsilon)L[x(kh - mh) + \delta(x(kh - mh) - x(kh - mh - h))/h] \quad (20)$$

当  $t \in [kh + \epsilon, kh + h)$  时, 由(20)进一步得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x(kh)) = 0 \quad (21)$$

联合(19)和(21)可得:

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i(kh - h) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ [x_j(kh - h) + (1 - \beta/(e^\beta - 1))(x_j(kh - h) - x_j(kh - 2h))/h] - [x_i(kh - h) + (1 - \beta/(e^\beta - 1))(x_i(kh - h) - x_i(kh - 2h))/h] \}, t \in [kh, kh + \tau) \\ u_i(kh) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} \{ [x_j(kh) + (1 - \beta/(e^\beta - 1))(x_j(kh) - x_j(kh - h))/h] - [x_i(kh) + (1 - \beta/(e^\beta - 1))(x_i(kh) - x_i(kh - h))/h] \}, t \in [kh + \tau, kh + h) \end{cases} \quad (23)$$

并且有下面的推论:

考虑带有固定无向连通网络拓扑的多智能体系统(1), 假定  $\tau < 1/\lambda_N$ 。则一阶多智能体系统(1)应用一致性协议(23)渐近实现平均一致性当且仅当不等式:

$$\max \left\{ \tau, \frac{\partial \tau \lambda_N (1 - \tau \lambda_N + \delta \lambda_N)}{(1 + \delta \lambda_N)(1 - \tau \lambda_N)} \right\} < h <$$

$$\sqrt{(\delta - \tau - 1/\lambda_N)^2 + 4\delta\tau} + \tau + 1/\lambda_N - \delta \quad (24)$$

$$\begin{cases} h\lambda_i(L) > 0 \\ (h + 2\delta - 2\tau - 4\delta/h)\lambda_i(L) < 2 \\ \tau(\delta/h)\lambda_i(L) < 1 \\ |\tau^2(\delta^2/h^2)\lambda_i^2(L) - 1| > |(h - \tau)(1 + \delta/h)\lambda_i(L) - 1|\tau(\delta/h)\lambda_i(L) - (\tau - \delta + 2\delta\delta/h)\lambda_i(L) \end{cases}, i \in \mathcal{I} \setminus \{1\} \quad (26)$$

$$\prod_{i=1}^N \left\{ \begin{aligned} & z^{m+3} - z^{m+2} + \lambda_i([(h - \epsilon)(1 + \delta/h)z^2 \\ & + (\epsilon - \delta + 2\delta\delta/h)z - \epsilon\delta/h]L) \end{aligned} \right\} = 0 \quad (15)$$

方程(15)进一步简化得出:

$$z^{m+2}(z-1) \prod_{i=2}^N \left\{ \begin{aligned} & z^{m+3} - z^{m+2} + [(h - \epsilon)(1 + \delta/h)z^2 \\ & + (\epsilon - \delta + 2\delta\delta/h)z - \epsilon\delta/h] \lambda_i(L) \end{aligned} \right\} = 0 \quad (16)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x(kh)) = 0, t \in [kh, kh + h) \quad (22)$$

基于上述的分析, 多智能体系统(1)应用一致性协议(5)渐近实现平均一致当且仅当方程(6)的所有根都在单位圆内。证明完成。

**注 1:** 当执行一致性协议(5)时, 需要对  $x_i(-kh)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m+2$ ;  $i \in \mathcal{I}$  进行初始化。在上面的分析中, 本章假设  $x_i(-kh) = x_i(0)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m+2$ ;  $i \in \mathcal{I}$ , 不影响方程(6)中获得的结论。

**注 2:** 尽管方程(6)的所有根都在单位圆内是充分和必要的条件, 对于一般的通信时滞而言, 本章很难得出确保多智能体系统(1)应用一致性协议(5)实现平均一致性的精确的可允许的采样周期  $h$  的范围。因此, 方程(6)的结论主要用来测验确保实现一致性的采样周期的有效性。

**注 3:** 从时滞分解表达式(4)可以看到, 如果  $m = 0$  和  $\epsilon \neq 0$ , 那么有  $0 < \epsilon = \tau < h$ , 即通信时滞小于一个采样周期。在这种情况下, 具有一般通信时滞的一致性协议(5)退化为具有小通信时滞的一致性协议如下所示:

成立。

证明: 当  $0 < \epsilon = \tau < h$  时, 方程(6)退化为:

$$z^3 + [(h - \tau)(1 + \delta/h)\lambda_i(L) - 1]z^2 + (\tau - \delta + 2\delta\delta/h)\lambda_i(L)z - \tau(\delta/h)\lambda_i(L) = 0, i \in \mathcal{I} \setminus \{1\} \quad (25)$$

由朱利判据, 方程(25)的所有根都在单位圆内当且仅当下面不等式组:

成立。进一步简化不等式组(26)得到,不等式组(26)成立当且仅当条件(24)成立。因此方程(24)得证。

### 3 数值仿真

给出下面的数值仿真结果来验证上述理论结果的有效性。考虑 1 个由 4 个智能体构成的一阶多智能体系统,其通信拓扑见图 1。不失一般性,假设所有边的权重均为 1。4 个智能体的初始状态分别为  $x_1(0) = -3$ ,  $x_2(0) = -4$ ,  $x_3(0) = 3$  和  $x_4(0) = 4$ 。

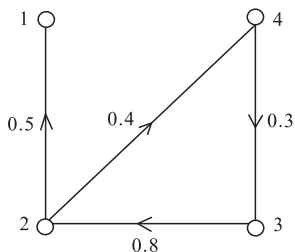


图 1 4 个智能体组成的一个加权有向连通图  
Fig. 1 A directed graph composed of four agents  
拉普拉斯矩阵  $L$  为:

$$L = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 1.7 & -0.8 & -0.4 \\ 0 & -0.8 & 1.1 & -0.3 \\ 0 & -0.4 & -0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$$

显然,拉普拉斯矩阵  $L$  的最大特征值  $\lambda_4$  为  $0.75 + 0.3428j$ 。

数值仿真的结果分别见图 2 和图 3。

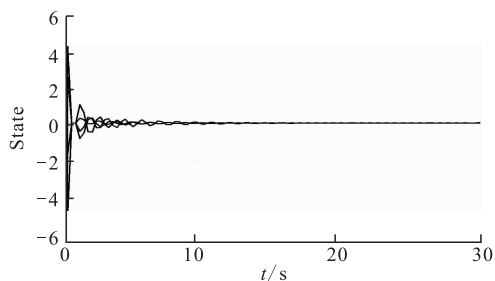


图 2 多智能体系统(1)应用协议(23)在  $h = 0.3$  下的状态  
Fig. 2 The states of the system (1) applying the protocol (23) with  $h = 0.3$

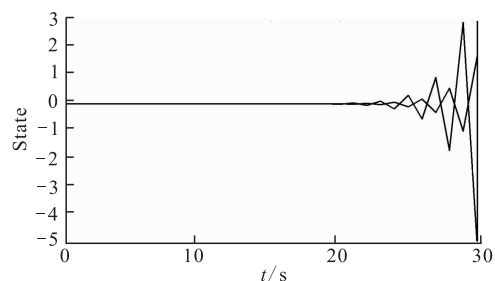


图 3 一阶多智能体系统(1)应用一致性协议(23)在  $h = 0.9$  下的状态  
Fig. 3 The states of the system (1) applying the protocol (23) with  $h = 0.9$

通过验证方程(24)的有效性来验证方程(6)的有效性。首先假定  $\tau = 0.2$  和  $\beta = 0.1$ 。由方程(24)可以得到确保一阶多智能体系统(1)应用一致性协议(23)实现平均一致性的可允许的采样周期  $h$  的范围为  $(0.2, 0.8)$ 。

从图 2,可以看出,当  $h = 0.3$  时满足条件(24),给定的一阶多智能体系统(1)应用一致性协议(23)能够渐近实现平均一致。

从图 3,可以看出,当  $h = 0.9$  时不满足条件(24),给定的一阶多智能体系统(1)应用一致性协议(23)不能渐近实现平均一致。

因此,方程(24)的结论在数值上得到了验证,并进一步证明了方程(6)结论的有效性。

### 4 结语

本文研究了具有加权平均预测的一阶多智能体系统一致性的采样控制问题。使用代数图论、线性系统的稳定性理论,获得了确保具有加权平均预测的一阶多智能体系统渐近实现平均一致性的充分和必要条件,并对满足和不满足条件的 2 种情况进行了仿真验证,为一阶多智能体系统采样控制的一致性问题的可解性提供了一种可行解。

#### 参考文献(References):

- [1] VICSEK T, CZIROK A, JACOB E B, et al. Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(6): 1226-1229.
- [2] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(9): 988-1001.
- [3] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus Problems in Networks of Agents with Switching Topology and Time-Delays[J]. IEEE Transactions on Automat Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [4] REN W, BEARD R W. Consensus Seeking in Multi-Agent Systems under Dynamically Changing Interaction Topologies [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [5] 俞辉, 蹇继贵, 王永骥. 多智能体时滞网络的加权平均一致性[J]. 控制与决策, 2007, 22(5): 558-565.  
YU H, JIAN J G, WANG Y J. Multi Agent Network Delay Weighted Average Consensus [J]. Control and Decision, 2007, 22(5): 558-565. (in Chinese)
- [6] 杨洪勇, 徐群叁. 具有单向时延的多智能体系统的一致性分析[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2008, 5(3): 62

- 67.
- YANG H Y, XU Q S. Consistency Analysis of Multi-Agent System with One-way Delay [J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2008, 5 (3): 62-67. (in Chinese)
- [7] WANG L, LIU Z X. Robust Consensus of Multi-agent Systems with Noise[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2009, 52(5): 824-834.
- [8] 杨文, 汪小帆, 李翔. 一致性问题综述[C]//Proceedings of the 25th Chinese Control Conference, Harbin, Hei. 2006: 1491-1495.
- YANG W, WANG X F, LI X. Review of Consistency Problems [C]// Proceedings of the 25th Chinese Control Conference. Harbin, 2006: 1491-1495. (in Chinese)
- [9] WU Z P, GUAN Z H, WU X Y. Consensus Problem in Multi-Agent Systems with Physical Position Neighborhood Evolving Network [J]. *Physica A*, 2007, 379: 681-690.
- [10] 杨波, 方华京. 具有通信约束的分布式水下航行器群编队控制[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2009, 37(2): 57-60.
- YANG B, FANG H J. With Communication Constraints of Distributed Underwater Vehicle Group Formation Control[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2009, 37 (2): 57-60. (in Chinese)
- [11] SUN Y G, WANG L, XIE G M. Average Consensus in Networks of Dynamic Agents with Switching Topologies and Multiple Time-varying Delays[J]. *Systems and Control Letters*, 2008, 57(2): 175-183.
- [12] MURRAY R M. Recent Research in Cooperative Control of Multi-Vehicle Systems[J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement, and Control*, 2007, 129(5): 571-583.
- [13] REN W, BEARD R W, ATKINS E M. Information Consensus in Multivehicle Cooperative Control[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2007, 27(2): 71-82.
- [14] REN W. Consensus Strategies for Cooperative Control of Vehicle Formations[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2007, 1(2): 505-512.
- [15] ZHAO H Y, XU S Y, YUAN D M. An LMI Approach to Consensus in Second-Order Multi-Agent Systems[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2011, 9(6): 1111-1115.
- [16] TIAN Y P, LIU C L. Consensus of Multi-Agent Systems with Diverse Input and Communication Delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(10): 2122-2128.
- [17] TIAN Y P, LIU C L. Robust Consensus of Multi-Agent Systems with Diverse Input Delays and Asymmetric Interconnection Perturbations[J]. *Automatica*, 2009, 45(5): 1347-1353.
- [18] JI L, XU S, CHU Y, et al. Distributed Average Consensus Control in Networks of Agents Using Outdated States[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, 4(5): 746-758.
- [19] MENG Z Y, REN W, CAO Y C, et al. Leaderless and Leader-following Consensus with Communication and Input Delays under a Directed Network Topology [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2011, 41(1): 75-88.
- [20] WU Z H, FANG H J. Improvement for Consensus Performance of Multi-Agent Systems Based on Delayed-State-Derivative Feedback[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2012, 23(1): 137-144.
- [21] WU Z H, FANG H J. Delayed-State-Derivative Feedback for Improving Consensus Performance of Second-Order Delayed Multi-Agent Systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 2012, 43(1): 140-152.
- [22] FANG H J, WU Z H, JING W. Improvement for Consensus Performance of Multi-Agent Systems Based on Weighted Average Prediction [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(1): 249-254.
- [23] WU Z H, FANG H J, SHE Y Y. Weighted Average Prediction for Improving Consensus Performance of Second-Order Delayed Multi-Agent Systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2012, 42(5): 1501-1508.

(编辑: 姚树峰)