

模糊度二维搜索的姿态测量改进算法

权 源, 赵修斌, 庞春雷, 龚 昂, 王 勇, 伍劭实

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

摘要 值域算法由于采用遍历姿态角的方式建立搜索空间,从而会造成初始化时间较长的问题,故提出了一种基于窄巷组合的模糊度二维搜索算法:首先基于卫星空间几何关系对参考星与两颗主星间的窄巷主模糊度范围进行约束,利用其与姿态角之间的关系推得全体候选姿态角,从而以一种非遍历且不遗漏正确候选姿态角的途径得到搜索范围。然后基于值域二维搜索模型求解各候选姿态角相对应的窄巷模糊度浮点解,就近取整后依次采用模糊度整数特性法、基线先验信息法以及基线残差平方和最小准则固定整周模糊度。试验结果表明:文中算法相比原算法,不仅初始化时间由先前的 153 s 缩短至 76 s,而且姿态精度总体提高近 15%。

关键词 整周模糊度;姿态测量;双频法

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2017.01.010

中图分类号 TN967.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2017)01-0057-06

An Improved Attitude Measurement Algorithm Based on Planar Search of Ambiguity

QUAN Yuan, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, GONG Ang, WANG Yong, WU Shaoshi
(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Aimed at the problem that because the result zone algorithm is in search of space by adopting the method of traversing all attitude angles, the initialization time is comparative long, an improved planar ambiguity searching method is proposed based on the combination of narrow lanes. First, based on the relationship of satellite space geometry to restrain the narrow lane ambiguity scale between reference star and two main stars, all the candidate attitude angles can be obtained by using the relationship between the attitude angle and the narrow ambiguity, thus obtaining the searching range in a way neither traversing nor missing the correct candidate. And then, each corresponding narrow-lane ambiguity float solution is derived from result zone planar searching model, and the narrow-lane ambiguity is fixed by using ambiguity integer characteristics method, baseline length constraint method and least square sum of baseline residual. The experiment results show that the new method can effectively reduce the initialization time from 153 s to 76 s and the attitude accuracy increases nearly by 15% compared with the original algorithm.

Key words: integer ambiguity; attitude measurement; double frequency

收稿日期:2016-07-21

基金项目:国家自然科学基金(61273049)

作者简介:权 源(1993-),男,陕西渭南人,硕士生,主要从事卫星导航与定位研究. E-mail:yquan@stu.xidian.edu.cn

通信作者:庞春雷(1986-),男,安徽阜阳人,讲师,主要从事卫星导航高精度定位及组合导航技术研究. E-mail:chunleipl@163.com

引用格式:权源,赵修斌,庞春雷,等. 基于模糊度二维搜索的姿态测量改进算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2017,18(1):57-62. QUAN Yuan, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. An Improved Attitude Measurement Algorithm Based on Planar Search of Ambiguity [J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition), 2017, 18(1): 57-62.

利用 GPS 载波相位观测值求解姿态角已成为姿态测量的主要手段之一^[1-2],而姿态测量的关键在于解算模糊度^[3-4]。近年来,众多学者都致力于研究模糊度的快速解算方法,常用方法有:Cholesky 分解法^[5]、最小二乘搜索法^[6]、LAMBDA^[7-8]算法等。文献^[9-12]改进了 LAMBDA 算法,提高了模糊度的求解速度和成功率,文献^[13]基于球面对 AFM 算法进行改进,限制了 AFM 搜索次数,文献^[14]利用卫星几何关系等约束条件对最小二乘搜索法进行了改进。文献^[15]提出了一种基于值域的姿态测量新算法,通过对基线俯仰角和航向角二维搜索,根据姿态角与模糊度之间的关系解得并固定模糊度。该算法将传统算法由原先遍历所有模糊度转化为遍历所有姿态角组合,但存在因为遍历全体姿态角组合导致搜索效率降低,使得初始化时间较长的问题。

针对这种情况,本文基于窄巷载波特性,先确定窄巷主模糊度二维搜索空间,用以约束并求解出姿态角组合搜索空间,然后根据二维搜索模型求解模糊度。该算法相比值域法既缩短了初始化时间,且提高了姿态精度。

1 基于值域的姿态测量算法

1.1 二维搜索模型

如图 1 所示,在东北天坐标系(EDU)中,将基线端点 A 作为坐标原点,基线 AB 的仰角为 θ ,航向角为 φ ,卫星 i, j 的航向角和俯仰角分别为 (h^i, p^i) , (h^j, p^j) ,基线长度为 $|\mathbf{d}|$,将卫星 i 作为基准, $\Delta\varphi_i$ 为卫星 i 与基线 AB 的航向角之差, \mathbf{S}_i 为用户到卫星 i 的单位矢量, ΔP_i 为基线 AB 到卫星 i 之间的传播距离差。

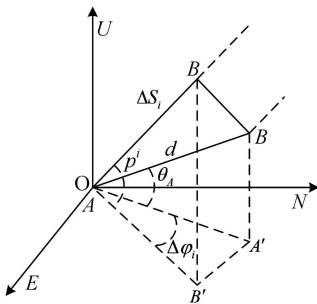


图 1 基线在 EDU 坐标系示意图
Fig. 1 Baseline in EDU coordinate

根据几何关系^[15],可得:

$$\Delta P_i = |\mathbf{d}| [\sin p^i \sin \theta + \cos p^i \cos \theta \cos \Delta \varphi_i] \quad (1)$$

记基线对卫星 i 的载波相位观测量差为 L_i , λ 为载波波长,则:

$$\Delta P_i = \lambda(L_i + N_i) \quad (2)$$

将式(1)改写为:

$$\lambda(L_i + N_i) = |\mathbf{d}| [\sin p^i \sin \theta_B + \cos p^i \cos \theta_B \cos \Delta \varphi_i] \quad (3)$$

做双差处理后:

$$\Delta \phi_{AB}^i + \Delta N_{AB}^i = (|\mathbf{d}|/\lambda) [\cos \theta \cos p^i \cos \Delta \varphi_i - \cos \theta \cos p^j \cos \Delta \varphi_j + \sin \theta (\sin p^i - \sin p^j)] \quad (4)$$

式中: $\Delta \phi_{AB}^i$ 为载波相位观测值; ΔN_{AB}^i 为双差模糊度。

式(4)提供了一种解算模糊度思路,通过遍历基线仰角和航向角(即姿态角组合),代入上式解得对应的模糊度浮点值,就近取整得到模糊度整数解后,将其反代求解出基线长度,利用基线残差平方和最小准则固定模糊度。

为了确保模糊度不被漏搜,进行遍历搜索时搜索造成的模糊度变化不得超过 1 周。粗搜索步长 $\Delta \theta_B$ 和 $\Delta \varphi_B$ 可由式(5)确定^[16]:

$$\begin{cases} \Delta \theta_B < \lambda/d(\sin p^i - \sin p^j) \\ \Delta \varphi_B < \lambda/(1.5d) \end{cases} \quad (5)$$

利用以上步长可初步得到模糊度解,但为防止因为模糊度就近取整而产生变化,需要在粗搜索的基础上进行精搜索,目的是为了检测到半周变化,从而确定更精确的模糊度值,故精搜索步长取粗搜索步长的一半,短基线情况下可采用 1° 的搜索步长。

1.2 直接法求取姿态角原理

模糊度固定后,设当前时刻观测到 n 颗卫星,则得到 $n-1$ 个双差载波相位观测方程式,组成如下矩阵形式

$$\lambda_n \begin{bmatrix} \Delta \phi_{AB}^{12(w)} \\ \Delta \phi_{AB}^{13(w)} \\ \vdots \\ \Delta \phi_{AB}^{1n(w)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 \\ \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_n \end{bmatrix} \mathbf{d} - \lambda_n \begin{bmatrix} \Delta N_{AB}^{12(w)} \\ \Delta N_{AB}^{13(w)} \\ \vdots \\ \Delta N_{AB}^{1n(w)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

所有模糊度已知时,将各变量代入式(6),可得基线矢量 \mathbf{d} , \mathbf{d} 在东北天坐标系中的坐标为 (d_e, d_n, d_u) ,航向角和俯仰角分别为:

$$\begin{cases} \varphi = \arctan\left(\frac{d_n}{d_e}\right) \\ \theta = \arctan\left(\frac{d_u}{\sqrt{d_n^2 + d_e^2}}\right) \end{cases} \quad (7)$$

2 基于窄巷载波特性的模糊度二维搜索算法

2.1 双频组合特性分析

基准站接收机 A 和用户接收机 B 同时跟踪卫星 i, j ,频点 L1 和 L2 上载波相位双差方程可表示为:

$$\lambda_{L1}(\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)} + \Delta N_{AB}^{ij(L1)}) = (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)\mathbf{d} \quad (8)$$

$$\lambda_{L2}(\Delta\phi_{AB}^{ij(L2)} + \Delta N_{AB}^{ij(L2)}) = (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)\mathbf{d} \quad (9)$$

由 $\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}$ 和 $\Delta\phi_{AB}^{ij(L2)}$ 组成的窄巷、宽巷载波相位测量值 $\Delta\phi_{AB}^{ij(n)}$ 、 $\Delta\phi_{AB}^{ij(w)}$ 分别定义为:

$$\Delta\phi_{AB}^{ij(n)} = \Delta\phi_{AB}^{ij(L1)} + \Delta\phi_{AB}^{ij(L2)} \quad (10)$$

$$\Delta\phi_{AB}^{ij(w)} = \Delta\phi_{AB}^{ij(L1)} - \Delta\phi_{AB}^{ij(L2)} \quad (11)$$

对应的观测方程式:

$$\lambda_n(\Delta\phi_{AB}^{ij(n)} + N_{AB}^{ij(n)}) = (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)\mathbf{d} \quad (12)$$

$$\lambda_w(\Delta\phi_{AB}^{ij(w)} + N_{AB}^{ij(w)}) = (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)\mathbf{d} \quad (13)$$

其中,载波波长为:

$$\lambda_n = (\lambda_{L1}^{-1} - 1 + \lambda_{L2}^{-1} - 1) - 1 = 0.107 \text{ m} \quad (14)$$

$$\lambda_w = (\lambda_{L1}^{-1} - 1 - \lambda_{L2}^{-1} - 1) - 1 = 0.862 \text{ m} \quad (15)$$

设 $\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}$ 和 $\Delta\phi_{AB}^{ij(L2)}$ 测量误差不相关,以周为单位的误差均方差 $\sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}}$ 与 $\sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L2)}}$ 相等,可得窄巷、宽巷载波相位测量值 $\Delta\phi_{AB}^{ij(n)}$ 、 $\Delta\phi_{AB}^{ij(w)}$ 的误差均方差为:

$$\sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(n)}} = \sqrt{2} \frac{\lambda_n f_1}{c f_2} \sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}} = 0.795 \sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}} \quad (15)$$

$$\sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(w)}} = \sqrt{2} \frac{\lambda_w f_1}{c f_2} \sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}} = 6.41 \sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}}$$

可见,窄巷载波相位测量值误差比 $L1$ 单频点 $\sigma_{\Delta\phi_{AB}^{ij(L1)}}$ 小,可用于精密定位,而宽巷载波相位测量误差较大,对值域搜索固定模糊度会产生较大的误差。故本文采用窄巷载波相位观测方程式用以求解基线矢量及姿态角信息。

2.2 窄巷主模糊度二维搜索空间

由式(4)知,姿态角二维搜索空间一方面要包含正确模糊度对应的姿态角,另一方面要尽可能压缩大小,以提高解算效率。本文利用1颗参考星与2颗主星构造窄巷主模糊度二维搜索空间,用以约束姿态角组合搜索空间。

设接收机 A 、 B 在某历元同时观测到卫星 1 、 i 、 j , 卫星 1 为参考星,图2基准接收机 A 到卫星 1 、 i 的单位矢量为 \mathbf{R}_A^1 、 \mathbf{R}_A^i 、 $\mathbf{R}_A^i = \mathbf{R}_A^i - \mathbf{R}_A^1$, α 为 \mathbf{R}_A^i 与 \mathbf{R}_A^1 夹角。

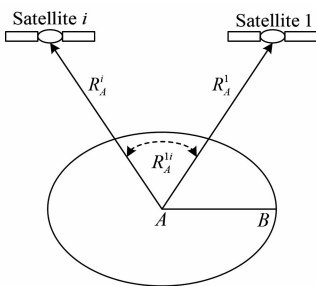


图2 窄巷主模糊度搜索范围示意图

Fig.2 Narrow ambiguity search range

图2中, \mathbf{R}_A^i 、 \mathbf{R}_A^i 、 \mathbf{R}_A^1 满足:

$$|\mathbf{R}_A^i| = \sqrt{|\mathbf{R}_A^i|^2 + |\mathbf{R}_A^1|^2 - 2|\mathbf{R}_A^i||\mathbf{R}_A^1|\cos\alpha} \quad (16)$$

由 \mathbf{R}_A^i 与 \mathbf{R}_A^1 均为单位矢量,推知:

$$|\mathbf{R}_A^i| = 2\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (17)$$

根据窄巷载波相位观测方程得:

$$\lambda_n \Delta\phi_{AB}^{1i(n)} = (\mathbf{R}_A^{1i} \mathbf{d} - N_{AB}^{1i(n)} + \epsilon) \quad (18)$$

利用 $\mathbf{R}_A^{1i} \mathbf{d} = |\mathbf{R}_A^{1i}| |\mathbf{d}| \cos\theta$ 得:

$$\Delta\phi_{AB}^{1i(n)} + N_{AB}^{1i(n)} = \frac{1}{\lambda} |\mathbf{R}_A^{1i}| |\mathbf{d}| \cos\theta + \epsilon \quad (19)$$

式中: θ 为 \mathbf{R}_A^{1i} 与 \mathbf{d} 的夹角,由于 $|\cos\theta| \leq 1$,进一步得窄巷主模糊度搜索范围:

$$N_{AB}^{1i(n)} \in \left[\text{int}\left(-\frac{2L\sin(\frac{\alpha}{2})}{\lambda} + \Delta\phi_{AB}^{1i(n)}\right), \text{int}\left(\frac{2L\sin(\frac{\alpha}{2})}{\lambda} + \Delta\phi_{AB}^{1i(n)}\right) \right] \quad (20)$$

式中: int 表示直接取整,同理可得卫星 1 、 j 间的窄巷主模糊度搜索范围 $N_{AB}^{1j(n)}$ 。

2.3 姿态角二维搜索空间

将任意一组 $(\Delta N_{AB}^{1i(n)}, \Delta N_{AB}^{1j(n)})$ 运用解析法^[17]可获得对应的俯仰角 θ 和航向角 ψ , \mathbf{e}_d 为基线单位矢量。

将式(8)、(9)改写为:

$$\frac{\lambda_n}{|\mathbf{d}|} (\Delta\phi_{AB}^{1i(n)} + \Delta N_{AB}^{1i(n)}) = (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_1) \mathbf{e}_d \quad (21)$$

$$\frac{\lambda_n}{|\mathbf{d}|} (\Delta\phi_{AB}^{1j(n)} + \Delta N_{AB}^{1j(n)}) = (\mathbf{S}_j - \mathbf{S}_1) \mathbf{e}_d \quad (22)$$

令:

$$\mathbf{e}^{1i} = \frac{\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_1}{|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_1|}, \mathbf{e}^{1j} = \frac{\mathbf{S}_j - \mathbf{S}_1}{|\mathbf{S}_j - \mathbf{S}_1|} \quad (23)$$

将式(21)、(22)转化为:

$$\mathbf{e}_d \mathbf{e}^{1i} = \frac{\lambda_n}{|\mathbf{d}| |\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_1|} (\Delta\phi_{AB}^{1i(n)} + \Delta N_{AB}^{1i(n)}) \quad (24)$$

$$\mathbf{e}_d \mathbf{e}^{1j} = \frac{\lambda_n}{|\mathbf{d}| |\mathbf{S}_j - \mathbf{S}_1|} (\Delta\phi_{AB}^{1j(n)} + \Delta N_{AB}^{1j(n)}) \quad (25)$$

设 \mathbf{e}^{1i} 、 \mathbf{e}^{1j} 的航向角和俯仰角分别为 (α^i, β^i) 、 (α^j, β^j) , 则:

$$\begin{cases} \sin\alpha^i \sin\theta + \cos\alpha^i \cos\theta \cos(\beta^i - \psi) = \\ \frac{\lambda_n}{|\mathbf{d}| |\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_1|} (\Delta\phi_{AB}^{1i(n)} + \Delta N_{AB}^{1i(n)}) \\ \sin\alpha^j \sin\theta + \cos\alpha^j \cos\theta \cos(\beta^j - \psi) = \\ \frac{\lambda_n}{|\mathbf{d}| |\mathbf{S}_j - \mathbf{S}_1|} (\Delta\phi_{AB}^{1j(n)} + \Delta N_{AB}^{1j(n)}) \end{cases} \quad (26)$$

若 1 、 i 、 j 卫星的航向角和俯仰角为 (h^1, p^1) 、 (h^i, p^i) 、 (h^j, p^j) , 则式(23)、(24)中:

$$\begin{cases} \mathbf{e}^{1i} = \mathbf{S}_i - \mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} \cos p^i \sinh^i - \cos p^1 \sinh^1 \\ \cos p^i \cosh^i - \cos p^1 \cosh^1 \\ \sin p^i - \sin p^1 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{e}^{1j} = \mathbf{S}_j - \mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} \cos p^j \sinh^j - \cos p^1 \sinh^1 \\ \cos p^j \cosh^j - \cos p^1 \cosh^1 \\ \sin p^j - \sin p^1 \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (27)$$

式(26)中:

$$\begin{cases} \alpha^i = \arctan\left(\frac{\cos p^i \sinh^i - \cos p^1 \sinh^1}{\cos p^i \cosh^i - \cos p^1 \cosh^1}\right) \\ \beta^j = \arctan\left(\frac{\sin p^j - \sin p^1}{(\cos p^j \sinh^j - \cos p^1 \sinh^1)^2 + (\cos p^j \cosh^j - \cos p^1 \cosh^1)^2}\right) \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \alpha^i = \arctan\left(\frac{\cos\beta^i \sin h^i - \cos\beta^1 \sin h^1}{\cos\beta^i \cosh^i - \cos\beta^1 \cosh^1}\right) \\ \beta^i = \arctan\left(\frac{\sin\beta^i - \sin\beta^1}{(\cos\beta^i \sin h^i - \cos\beta^1 \sin h^1)^2 + (\cos\beta^i \cosh^i - \cos\beta^1 \cosh^1)^2}\right) \end{cases} \quad (29)$$

则式(26)的解为:

$$\psi = \pm \arcsin\left(-\frac{g}{2} \pm \frac{\sqrt{g^2 - 4f}}{2}\right) \quad (30)$$

$$\text{式中: } \begin{pmatrix} g \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2(s-r)(1-r) + 4t^2}{(s-r)^2 + 4t^2} \\ \frac{(1-r)^2}{(s-r)^2 + 4t^2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\cos^2\beta^i + v\cos^2\beta^j + w\cos\beta^i\cos\beta^j \\ u\sin^2\beta^i + v\sin^2\beta^j + w\sin\beta^i\sin\beta^j \\ 0.5[usin2\beta^i + v\sin2\beta^j + w\sin(\beta^i + \beta^j)] \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tan^2\alpha^i(1-O^j)}{(O^i-O^j)^2} \\ \frac{\tan^2\alpha^j(1-O^i)}{(O^i-O^j)^2} \\ -\frac{\tan\alpha^i\tan\alpha^j(1-O^iO^j)}{(O^i-O^j)^2} \end{pmatrix};$$

$$O^i = \frac{\lambda(\Delta\phi_{AB}^{1i(n)} + \Delta N^{1i(n)})}{|d| |S_i - S_1| \sin\alpha^i};$$

$$O^j = \frac{\lambda(\Delta\phi_{AB}^{1j(n)} + \Delta N^{1j(n)})}{|d| |S_j - S_1| \sin\alpha^j}.$$

由此解出基线航向角 ψ , 之后确定俯仰角 θ , 且根据式(30)可解出 8 个解, 须将全体解代入式(26)进行检验。以姿态角组合为中间变量, 代入下式解得窄巷从模糊度浮点解

$$\Delta\hat{N}_{AB}^{1x(n)} = \left(\frac{|d|}{\lambda_n}\right) [\cos\theta\cos(p^1)\cos(h^1 - \psi) +$$

$$\sin\theta(\sin(p^1) - \sin(p^x)) - \cos(p^x)\cos\theta\cos(h^x - \psi)] \quad (31)$$

上式取整即可得整数解 $\Delta\hat{N}_{AB}^{1x(n)}$ 。

2.4 窄巷模糊度固定

全体窄巷模糊度候选值确定后, 下一步进行固定, 本文算法具体步骤为:

Setp1 模糊度整数特性检验。

如果搜索到的俯仰角和航向角是合理的, 那么浮点解和取整后的整数解 $\Delta\hat{N}_{AB}$ 的差值不会过大, 即满足:

$$|\Delta\hat{N}_{AB} - \Delta\hat{N}_{AB}^{\wedge}| < \xi_n \quad (32)$$

ξ_n 的取值一般在 $0.1 \sim 0.3^{[18]}$ 。

Setp2 基线约束检验。

在姿态测量中, 基线长度可以精确测量。将所解得的所有窄巷模糊度代入式(6)可得基线矢量 \mathbf{x} , 如果模糊度解算正确, 则满足:

$$\|\mathbf{x} - d\| < \xi_l \quad (33)$$

式中: ξ_l 为误差阈值, 文中 ξ_l 取基线长度的 0.05 倍。

Setp3 基线残差平方和检验

理论上, 当搜索到正确的窄巷模糊度时, 得到的基线残差应该最小, 但实际中往往因为诸多因素, 段时间内基线的正确解与错误解的残差不是很明显, 这时采用基线残差平方和准则进行窄巷模糊度的固定。

设历元个数为 m , 在基线长度残差平方和最小时进行模糊度的固定, 即满足:

$$\min \left\{ \sum_1^m |\mathbf{x}(t)^T \mathbf{x}(t) - d^2| \right\} \quad (34)$$

模糊度固定后根据式(6)即可得到基线矢量, 同时代入式(7)得到高精度姿态信息。

3 试验分析

3.1 试验条件

利用 2 个 NovAtel 接收机板卡, 均用型号为 GPS-702-GG 的双频天线, 两天线固定在基线长度为 1.907 m 的两端 A、B。采用静态载波相位差分模式, 利用系统自带的 NovAtel CDU 软件进行长时间的基线解算, 得到基线仰角为 0.1° , 方位角为 229.15° 。采集地点为学院操场, 卫星截止角为 10° , 可视卫星数为 8 颗, PRN 按仰角由大到小依次为 31 #、32 #、14 #、25 #、3 #、16 #、29 #、20 #, 以仰角最大的卫星 31 # 作为参考星分别与其余卫星作差, 得到 7 组窄巷观测数据。

3.2 试验结果分析

首先确定 2 组窄巷主模糊度搜索范围, 选取 31 # - 32 #, 31 # - 14 # 2 组观测数据进行计算, 利用某一历元数据解得对应窄巷主模糊度整数范围分别为 $8\ 388\ 594 \sim 8\ 388\ 625$, $8\ 388\ 613 \sim 8\ 388\ 637$, 待搜索的姿态角组合有 543 组, 仅使用 76 s 即可固定出正确的整周模糊度值。利用式(31)解得全体窄巷从模糊度搜索空间后进行窄巷从模糊度固定, 为了验证算法的正确性, 用基于最小二乘搜索算法与本文算法进行对比, 解算结果见表 1, 可知计算出的模糊度值与本文算法一致。

对于最小二乘搜索算法, 若伪距双差观测精度为 2 m, 则每个模糊度需要搜索 $(2/0.19) \times 2 \approx 21$ 次共有 3 个整周模糊度需要搜索, 共 $21^3 = 9\ 261$ 次。

如果直接采用基于值域的算法, 可以得到 5° 的俯仰角搜索步长和 4° 的航向角搜索步长, 所需粗搜索次数为 $(180/5) \times (360/4) = 3\ 240$ 次, 精搜索次数为 $2 \times 5 \times 4 = 40$ 次, 共需 $3\ 240 + 40 = 3\ 280$ 次搜索, 需要 153 s 方能固定得到正确的整周模糊度。

表 1 窄巷模糊度解算结果
Tab. 1 Ambiguity resolution results

模糊度	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7
最小二乘搜索算法	8 388 613	8 388 614	7 077 388	8 388 614	7 077 390	7 077 356	7 077 338
本文算法	8 388 613	8 388 614	7 077 388	8 388 614	7 077 390	7 077 356	7 077 338

相比于值域法,窄巷姿态角搜索空间包含距真实姿态值更接近的组合,即包含姿态角二维搜索组合最优值,由于姿态角组合与窄巷模糊度具有多对一关系,而最优值对应的窄巷模糊度的正确率更高。

用均方根误差(RMSE)表示固定出正确窄巷模糊度情形时姿态角组合的精度,其表述式为:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\text{测量值} - \text{实际值})_i^2 / n} \quad (35)$$

根据式(35)得到多个历元下基于值域法和本文算法固定出正确模糊度时姿态角组合的均方根误差,见表 2。

表 2 候选姿态角组合最佳解的 RMSE

Tab. 2 RMSE of optimal solutions of candidate attitude angle combination

	俯仰角 RMSE	航向角 RMSE
值域算法	0.601	0.071
本文算法	0.303	0.051

表 2 表明本文算法在搜索姿态角二维组合环节中包含更接近真实值的姿态角组合,即可获得正确率更高的模糊度解。最后利用得到的窄巷模糊度解得不同历元的基线矢量以及姿态角。

基线长度、俯仰角、航向角的 RMSE 见表 3。

表 3 基线长度、俯仰角、航向角的 RMSE

Tab. 3 RMSE of baseline, pitch angle, heading

	基线长度 RMSE	俯仰角 RMSE	航向角 RMSE
值域算法	0.002 2	0.088 9	0.063 2
本文算法	0.002 0	0.079 4	0.049 0

不同历元解得的基线长度、俯仰角、航向角误差见图 3~5:

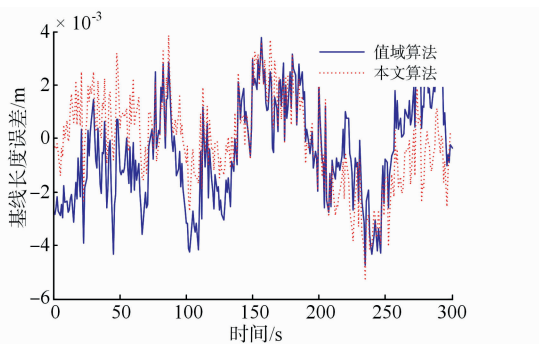


图 3 基线长度误差

Fig. 3 Baseline length error

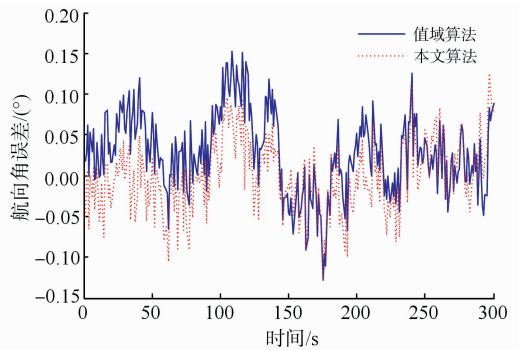


图 4 航向角误差

Fig. 4 Heading error

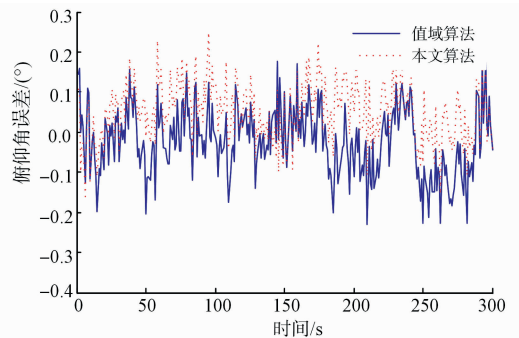


图 5 俯仰角误差

Fig. 5 Pitch angle error

4 结论

理论分析结合试验情况表明:

- 1)姿态角二维搜索空间远小于值域法,有效减小了搜索范围,提高初始化速度。
- 2)姿态角二维搜索空间中包含距真实姿态角 RMSE 更小的姿态角组合,即可解得正确率更高的候选模糊度。
- 3)充分利用接收机已有数据,结合窄巷组合特性,增加了信息冗余,相比于值域法,基线长度、姿态角精度整体提高。

参考文献 (References):

[1] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社,2009.
XIE G. Principles of GPS and receiver design[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. (in Chinese)

[2] LIU S, ZHANG L, LI J, et al. Dual Frequency

- Long-Short Baseline Ambiguity Resolution for GNSS Attitude Determination [C]//2016 IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium (PLANS). Nagoya:IEEE,2016:631-637.
- [3] XIA K W, ZHANG X Y, GAO J Y. Study on GPS Attitude Determination Technology Based on QPSO Algorithm[C]//Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Chongqing:IEEE,2008:1869-1873.
- [4] LI B, CAO K J, XU J N, et al. Application of Carrier Phase Differential Relative Navigation for Shipboard Landing of Aircraft [C]//China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Preceedings. Berlin Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013: 189-196.
- [5] XU P L. Parallel Cholesky-Based Reduction for the Weighted Integer Least Squares Problem[J]. Journal of Geodesy,2012,86(1):35-52.
- [6] TEUNISSEN P J G. Integer Least-Squares Theory for the GNSS Compass [J]. Journal of Geodesy, Springer,2010,84(7):433-447.
- [7] LI B F, VERHAGEN S, TEUNISSEN P J G. GNSS integer Ambiguity Estimation and Evaluation: LAMBDA and Ps - LAMBDA [C]//China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Preceedings. Wuhan, Springer,2013:291-301.
- [8] LIU H Y, CHEN Z M, YE W S. GNSS Carrier Phase Ambiguity Resolution Based on Integrity Restriction in Ambiguity Domain[J]. Advances in Space Research,2014,53(8):1207-1218.
- [9] 李豹,许江宁.改进 LAMBDA 算法实现单频 GPS 整周模糊度快速解算[J].中国惯性技术学报,2013,21(3):365-368.
- LI B, XU J N. Fast Resolution of Single frequency GPS Integer Ambiguity Realized by Improved LAMBDA Algorithm[J]. Journal of Chinese Inertial Technology,2013,21(3):365-368. (in Chinese)
- [10] GONG A, ZHAO X B, PANG C L, et al. GNSS Single Frequency, Single Epoch Reliable Attitude Determination Method with Baseline Vector Constraint [J]. Sensors,2015,15(12): 30093-30103.
- [11] WANG Y, ZHAO X B, PANG C L, et al. Research on Integer Ambiguity Resolution Method with BDS and GPS Single Epoch Dual-Frequency Data [C]//China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2016 Proceedings. Singapore:Springer,2016:271-283.
- [12] DUAN R, ZHAO X B, PANG C L, et al. Rapid Ambiguity Resolution for Single Frequency GPS Kinematical Positioning Based on Left Null Space Theory[J]. Journal of Computers,2016,11(1),52-61.
- [13] 陈万通,秦红磊,丛丽,等.基于球面交点的 AFM 算法的误差分析与改进方法[J].电子与信息学报,2010,32(9):2220-2225.
- CHEN W T, QIN H L, CONG Li, et al. Error Analysis and Improvement of the Ambiguity Function Method Based on the Intersection Point on Sphere [J]. Journal Electronics and Information Technology, 2010,32(9):2220-2225. (in Chinese)
- [14] 任光辉,茅旭初.多约束条件的全球定位系统单频单历元短基线定向技术与实现[J].上海交通大学学报,2014,48(3):335-340.
- REN G H, MAO X C. Single Frequency and Single Epoch Short-Baseline GPS Orientation Determination Method and Realization with Multiple Constraints [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University,2014,48(3):335-340. (in Chinese)
- [15] 庞春雷,赵修斌,余永林,等.加速度计辅助的双天线姿态快速测量方法[J].中国惯性技术学报,2013,21(6):749-752.
- PANG C L, ZHAO X B, YU Y L, et al. Method of Fast Attitude Measurement Based on Two Antennas Assisted by Accelerometer[J]. Journal of Chinese Inertial Technology,2013,21(6):749-752. (in Chinese)
- [16] 李世杰,李治安,庞春雷,等.基于改进型最小二乘搜索的 GNSS 姿态测量方法[J].重庆邮电大学学报(自然科学版),2016,28(2):187-193.
- LI S J, LI Z A, PANG C L, et al. Method Based on Improved Least Squares Search for GNSS Attitude Measurement[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2016,37(1):191-197. (in Chinese)
- [17] 窦婧婧,战兴群,王博雄.单基线姿态测量的 RAIM 算法研究[J].计算机测量与控制,2011,19(6):1311-1314.
- DOU J J, ZHAN X Q, WANG B X. RAIM Based on Single Baseline Attitude Determination[J]. Computer Measurement & Control, 2011, 19(6): 1311-1314. (in Chinese)
- [18] 林雪原,田淑荣,陈玉林.一种 GPS 整周模糊度的解算方法[J].海军航空工程学院学报,2008,23(1):5-8.
- LIN X Y, TIAN S R, CHEN Y L. One resolution Method of GPS Integer Ambiguity[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2008, 23(1):5-8. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)