

# 无标度网络级联失效模型的负载重分配

谭小虎, 王勇, 李炳乾, 刘达

(空军工程大学航空航天工程学院, 西安, 710038)

**摘要** 受实时网络中节点失效传播效应的影响,为防止失效情况的传播,有效避免网络崩溃现象的发生,提出一种改进的介数模型,并基于可控系数 $\alpha$ 定义节点的初始负载,同时由度和介数理论推导得出网络抗毁性相对较好的点 $\alpha=0.6$ 。通过在无标度网络上建模,比较在 $\alpha < 0.6$ 以及 $\alpha > 0.6$ 的条件下节点遭受攻击后的仿真结果,得出在 $\alpha < 0.6$ 的情况下,初始负载小的节点受到攻击,相应网络的生存性较攻击初始负载大的节点低。在 $\alpha > 0.6$ 的情况下,结果正好相反。而对于 $\alpha=0.6$ 的仿真情况,此时无论攻击哪种节点,网络都表现出较好的生存性。由此可以得出结论:在现实网络的规划中,将节点初始负载控制在 $\alpha=0.6$ 附近,可以保证网络在面对节点失效时,最大限度增强网络生存性和提高网络的抗毁性。

**关键词** 失效;介数;可控系数;无标度网络

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.06.016

**中图分类号** TP391.9 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)06-0088-05

## A Research on the Load Redistribution Based on the Cascading Failure Model of Scale-free Network

TAN Xiaohu, WANG Yong, LI Bingqian, LIU Da

((Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** In order to prevent failure condition from spreading, and avoid the phenomenon of network collapse effectively under the influence of propagation effect of node failure, this paper proposes a model of modified betweenness, defines initial load by controllable coefficient  $\alpha$ , and then describes a relatively good point  $\alpha=0.6$  by using the theory of degree and betweenness. Through modeling on scale-free network, the paper can draw a simulation conclusion by comparing the nodes under the conditions of  $\alpha < 0.6$  with  $\alpha > 0.6$  subjected to attack. The simulation result shows that the node whose initial load point is low is subjected to attack, and its survivability of corresponding network is stronger than that of the node whose initial load is high under the conditions of  $\alpha < 0.6$ . The result is opposite under the conditions of  $\alpha > 0.6$ . But at the conditions of  $\alpha=0.6$ , the survivability is comparatively good whatever what kind of node is subjected to attack. The result shows that the viability and the survivability can increase and improve further by controlling the coefficient of  $\alpha > 0.6$  neighborly in real network planning.

**Key words:** failure; betweenness; controllable coefficient; scale-free network

收稿日期:2016-04-08

基金项目:航空预研基金(619010601)

作者简介:谭小虎(1992-),男,陕西汉中,硕士生,主要从事空天信息网络研究.E-mail:1400194410@qq.com

**引用格式:**谭小虎,王勇,李炳乾,等.无标度网络级联失效模型的负载重分配[J].空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(6):88-92. TAN Xiaohu, WANG Yong, LI Bingqian, et al. A Research on the Load Redistribution Based on the Cascading Failure Model of Scale-free Network [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2016, 17(6): 88-92.

当今社会,随着科学技术的发展日新月异,相应组建起来的各种大型网络(如国家电网、计算机网络、机载通信系统、军队后勤物资保障网络以及军事通信网络)应用而生,这些网络在满足社会特定需求的同时,也在保障国家国防安全方面担负着重要的作用。所以当网络中某个节点(边)因为容量的过载而发生失效时,传播效应会使得整个网络面临崩溃<sup>[1]</sup>的危险,进而造成不可估量的损失。

所谓的级联失效就是指:网络中一个节点的失效会导致该节点的负载重分配,这样的重分配就可能使得某些节点的负载因为超过其容量而继续失效,最终导致网络的全局失效<sup>[2]</sup>。所以对于网络在面对节点(边)失效情况下,如何对其负载进行重分配,防止引发级联失效的研究就显得非常必要。

由于现实中的网络比较接近于无标度网络<sup>[3]</sup>,所以很多研究都是基于无标度网络展开的。以往的研究表明,无标度网络在面对随机攻击的时候,可以表现出很强的鲁棒性,但是在面对故意攻击时,它却表现得很脆弱<sup>[4]</sup>。如果一个无标度网络可以对故意攻击有很好地鲁棒性,那么就会对现实中的应用产生很大的影响。当前对于复杂网络尤其是 BA 无标度网络抗毁性方面的研究已经很多,得出的结论也很有参考价值。比如国外的基于级联失效模型的研究<sup>[5]</sup>、有效的保护和攻击策略<sup>[6]</sup>以及级联的控制机制<sup>[7-8]</sup>等,他们采用的方法大都是将发生失效节点(边)的负载平均分配到全局网络中,不考虑网络的实时性,因而缺乏现实应用价值。相应国内李勇、邓宏钟的基于级联失效的复杂保障网络抗毁性仿真分析<sup>[9]</sup>通过建立网络的流量模型,比较了不同网络在面对不同攻击下的抗毁性的差异性,谢丰的基于级联失效的复杂网络抗毁性<sup>[10]</sup>结合网络的动态特性,研究了不同网络在面对不同攻击是的抗毁性,黎放的基于资源有限模型的无标度网络动态抗毁性优化<sup>[11]</sup>假设网络总容量不变,容许参数可变,借助传统的介数模型,采用移去最大介数节点的攻击策略,通过优化负荷偏好容量分配策略的偏好指数,提高了复杂网络的动态抗毁性,丁琳的加权无标度网络抵制级联失效的鲁棒性研究<sup>[12]</sup>基于介数的节点加权策略,在无标度模型网络和真实网络结构上探讨了基于节点的级联行为,研究了节点的加权策略对网络鲁棒性的影响,以上研究仅仅都是比较了不同网络在面临级联失效时,抗毁性能的差异,并没有给出具体针对节点失效情况下负载的分配方式,来达到预防和缓解级联失效可能的发生。

基于以上的想法,提出了一种对于节点失效新

的负载分配模型。即用一种新的初始负载函数代替原来的基于介数的线性函数,使得初始负载受控于参数  $\alpha$ ,方便调节节点的初始负载。采用将失效节点的负载分配到其邻接节点负载容量大的节点上的策略,达到对网络中负载的再平衡。最后经过仿真对比了攻击不同初始负载节点对网络性能造成的影响,来找到一个对攻击有最好免疫效果的分配系数。

## 1 一种级联失效模型

在一个给定的  $N$  个节点网络中,假设能量或者信息可以在 2 个节点之间通过最短路径进行交换。在以前的研究中都是将节点的介数来作为节点的初始负载<sup>[13-14]</sup>,计算公式如下:

$$L_n = B_n = \sum_{i \neq j} \frac{\partial_{inj}}{\partial_{ij}} \quad (1)$$

式中:  $L_n$  为节点  $n$  的初始负载;  $B_n$  为节点  $n$  的介数;  $\partial_{inj}$  为节点  $i$  和节点  $j$  之间通过节点  $n$  的最短路径数;  $\partial_{ij}$  为节点  $i$  和  $j$  之间所有的最短路径数。

在本文中,定义节点的初始负载为一个关于介数的非线性函数,表达式如下:

$$L_n(0) = (1 + q) B_n^\alpha \quad (2)$$

式中:  $L_n(0)$  表示节点的初始负载;  $q \geq 0, \alpha \geq 0$  是可变系数,可以控制初始负载的分配。从式(2)中可以看出一个节点负载的多少是由它的介数决定的,每个节点的负载在可变系数  $\alpha \neq 1$  情况下都是一个非线性函数。

节点最大负载定义为它的容量,我们假定其正比于它的初始负载  $L_n(0)$ ,那么计算公式则为:

$$C_n(0) = (1 + \beta) L_n(0) \quad (3)$$

式中:  $\beta$  表示节点的容忍系数,  $\beta > 0$  就是保证所有节点不会过载。

从式(3)可以看出,  $\beta$  的大小关系网络的成本,所以这就排除了网络无限大的可能。当然随着  $\beta$  取值的增大,节点所拥有的额外容量就越多,在面对级联失效时,其抗毁性能就会越好,所以必须在抗毁性和网络成本两方面中找到一个适中值。

在实时网络中节点  $n$  失效的情况下,总的来说负载分配方式有 2 种,第 1 种分配策略就是将该节点的负载分配到全网络中;第 2 种就是分配到局部网络中,也就是与失效节点邻接的节点上。考虑到每个节点对全网络其他节点的信息不可知,同时在短时间内去全网络寻找适合分配的节点的可能性很小,同时即便是将失效节点的负载分配到全网络中,这个过程还必须经过其邻接节点。所以这就要求我

们采用局部的分配方式,也就是将失效节点的负载分配到其他邻接节点上。基于这种想法,我们提出了3种分配策略:

1)当节点  $n$  失效以及其邻接节点度为已知的情况下,我们按照度递减的顺序将  $n$  节点的负载分配给其邻接节点,这样每个节点分配到的负载百分比为  $\Pi_e^{(1)}$  :

$$\Pi_e^{(1)} = \frac{k_e}{\sum_{i \in F_n} k_i} \quad (4)$$

式中:  $k_e$  表示承担失效节点  $n$  负载的节点度数;  $F_n$  表示节点  $n$  的邻接节点。

2)当节点  $n$  失效以及对其邻接节点的实时负载情况未知时,我们将其更多的负载分配给容量大的节点,这样每个节点所分配的负载百分比为  $\Pi_e^{(2)}$  :

$$\Pi_e^{(2)} = \frac{C_e}{\sum_{i \in F_n} C_i} \quad (5)$$

3)当节点  $n$  失效以及对节点  $n$  的邻接节点实时负载情况已知的情况下,我们将更多的负载分配给剩余容量大的节点,这样每个节点分配的节点负载百分比为  $\Pi_e^{(3)}$  :

$$\Pi_e^{(3)} = \frac{C_e - L_e}{\sum_{i \in F_n} C_e - L_i} \quad (6)$$

鉴于在实时网络中节点的失效会传播的很快,我们采用第2种方式来分配负载,这样其邻接节点分配到失效节点  $n$  的负载为  $\Delta L_{en}$ ,即:

$$\Delta L_{en} = \Pi_e^{(2)} L_n \quad (7)$$

当节点  $n$  的邻接节点  $e$  接收到相应分配的负载时,若  $L_e(t) = L_e(t-1) + \Delta L_{en} \geq C_e$ ,这样就会引起其邻接节点也失效,考虑到这种现象的发生,我们用失效前后网络中依然存在的有效节点的比值  $S$  作为衡量网络的抗毁性能:

$$S = \frac{N'}{N} \quad (8)$$

从式(8)中可以看出当  $S$  值较大时,网络的抗毁性高,相应的值小,其抗毁性就差。

## 2 分析

根据第1节相关分析,在节点  $n$  失效后采用分配方式2来实现负载的再平衡,这样邻接节点  $e$  上的负载满足下式:

$$L_e + \Delta L_{en} \leq C_e \quad (9)$$

再将式(5)和式(7)代入上式就得到:

$$L_e + \frac{B_e^\alpha}{\sum_{i \in F_n} B_i^\alpha} L_n \leq (1 + \beta) (1 + q) B_e^\alpha \quad (10)$$

由经验可知对于一个节点,实际负载肯定要大于等于它的初始负载,那么式(10)就可以写为:

$$B_e^\alpha + \frac{B_e^\alpha}{\sum_{i \in F_n} B_i^\alpha} B_n^\alpha \leq (1 + \beta) B_e^\alpha \quad (11)$$

化简后就得到:

$$\frac{B_n^\alpha}{\sum_{i \in F_n} B_i^\alpha} \leq \beta \quad (12)$$

根据介数和节点度的关系<sup>[15-17]</sup>:

$$B \sim k^{(\gamma-1)/(\delta-1)} \quad (13)$$

式中:  $\gamma$  和  $\delta$  是节点的度和介数的分配系数,它们满足:  $P(k) \sim k^{-\gamma}$  和  $P(B) \sim B^{-\delta}$ 。

我们将式(13)代入式(12)可以得到:

$$\frac{k_n^{\alpha(\gamma-1)/(\delta-1)}}{\sum_{i \in F_n} k_i^{\alpha(\gamma-1)/(\delta-1)}} \leq \beta \quad (14)$$

之后令  $\alpha(\gamma-1)/(\delta-1) = h$ ,同时根据复杂网络中度满足等式:

$$\sum_{i \in F_n} k^h = \sum_{k'=k_{\min}}^{k_{\max}} k_n P\left(\frac{k'}{k_n}\right) k_n^h \quad (15)$$

式中:  $P\left(\frac{k'}{k_n}\right)$  是一个度数为  $k_n$ ,它有一个度数为  $k'$  的邻接节点的条件概率,因为在无标度网络中节点的度和度之间不相关,所以:

$$P\left(\frac{k'}{k_n}\right) = \frac{k' P(k')}{\langle k \rangle} \quad (16)$$

将式(16),(15)代入式(14)就得到:

$$\frac{k_n^h}{k_n \langle h+1 \rangle} = \frac{k_n^{h-1} \langle k \rangle}{\langle k^{h+1} \rangle} \leq \beta \quad (17)$$

根据式(13)可以得到:

$$\frac{B_n^{(h-1)(\delta-1)/(\gamma-1)} \langle B^{(\delta-1)/(\gamma-1)} \rangle}{\langle B^{(h+1)(\delta-1)/(\gamma-1)} \rangle} \leq \beta \quad (18)$$

考虑到  $\alpha(\gamma-1)/(\delta-1) = h$ ,就可以得到:

$$\frac{B_n^{\alpha \frac{\delta-1}{\gamma-1}} \langle B^{\frac{\delta-1}{\gamma-1}} \rangle}{\langle B^{(\alpha \frac{\delta-1}{\gamma-1})} \rangle} \leq \beta \quad (19)$$

式(19)就是防止发生级联失效的条件,从中可以看出这个条件是由介数的幂指数所决定的,当  $\alpha \geq (\delta-1)/(\gamma-1)$ ,只有移去或者攻击拥有较大介数(初始负载)的点才会使得结果不满足不等式(19),也就是发生级联失效;相反,当  $\alpha < (\delta-1)/(\gamma-1)$  时,移去或者攻击较小介数的节点,就会发生级联失效。这样就可以猜想两者之间必然存在一个中间值,可以满足不管攻击或者移去较小或较大介数的节点,对网络造成的影响程度大致一致。根据不等式(19),可以得出临界值  $\alpha = (\delta-1)/(\gamma-1)$ 。根据在无标度网络中  $2 \leq \gamma \leq$

3 的范围内<sup>[15-16]</sup>,  $\delta$  一般取值为 2.2, 这样就计算出了临界值  $\alpha = 0.6$ , 下面就对理论结果进行验证。

### 3 仿真实验

针对上一节得出的理论结果, 在一个给定  $m_0$  个初始节点, 通过  $m$  次循环连接构成的无标度网络中, 取  $m = m_0 = 2$ , 网络规模  $N = 1\ 000$ , 同时,  $\delta = 2.2$  和  $\gamma = 3$ <sup>[18]</sup> 的情况下, 分别在  $\alpha = 0.2$ 、 $\alpha = 0.4$ 、 $\alpha = 0.8$ 、 $\alpha = 1.0$  以及  $\alpha = 0.6$  条件下, 在无标度网络上分别对拥有不同初始负载节点进行攻击, 得出网络在攻击前后的抗毁性能变化。仿真结果见图 1~3。

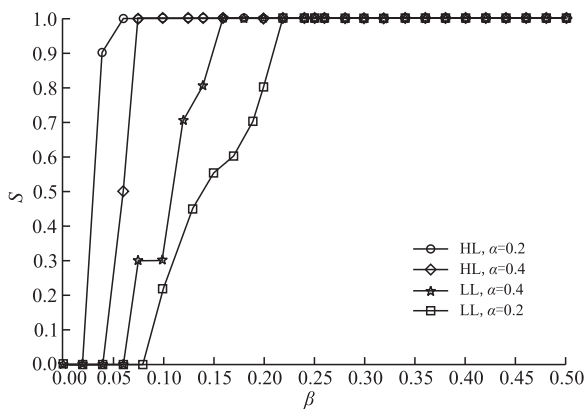


图 1 分配系数  $\alpha = 0.2$  和  $0.4$  情况下, 攻击后网络的抗毁性  
Fig.1 The invulnerability of network by being attacked at controllable coefficient of  $\alpha = 0.2$  and  $\alpha = 0.4$

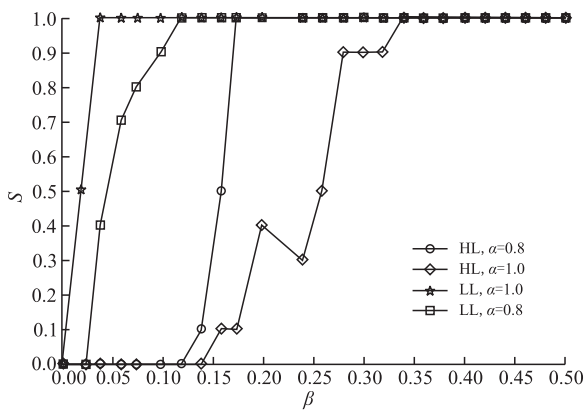


图 2 在分配系数  $\alpha = 0.8$  和  $1.0$  情况下, 攻击后网络的抗毁性  
Fig.2 The invulnerability of network by being attacked at controllable coefficient of  $\alpha = 0.8$  and  $\alpha = 1.0$

从图 1 可以看出, 在  $\alpha < 0.6$  的情况下, 初始负载小的节点受到攻击后, 对网络性能影响明显, 根据理论分析可知, 在节点容忍系数较小的情况下, 高初始负载节点, 失效节点的负载被关键节点承担, 本身具有的高负载在额外分配失效节点负载的情况下, 很容易导致该节点失效, 从而影响网络的整体性能。相反, 从图 2 中,  $\alpha > 0.6$  的情况下可以看出, 攻击网络中初始节点容量大的节点对网络性能造成的影响

大于, 根据理论可知高初始负载节点代表网络中的关键节点, 一旦其受到攻击, 可以导致大量链路中断, 过多的负载涌入小容量的节点, 加重的负担使得小容量节点失效的可能增大, 从而使得网络性能下降明显。在  $\alpha = 0.6$  情况下, 仿真结果表明此时无论攻击拥有高初始负载的节点还是低初始负载的节点, 网络性能都相差无几, 根据理论分析可知此时网络中不管是节点的度还是节点的关键程度都分布地相对均匀, 所以当某个节点受到攻击, 负载可以很好地被其他节点消化, 从而有效地防止了级联失效的可能。

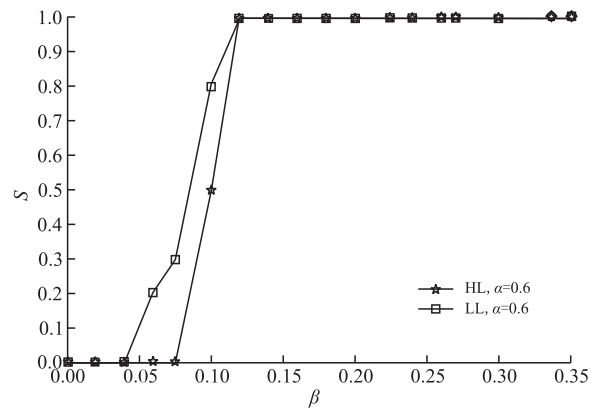


图 3 分配系数  $\alpha = 0.6$  情况下, 攻击后网络的抗毁性  
Fig.3 The invulnerability of network by being attacked at controllable coefficient of  $\alpha = 0.6$

### 4 结语

本文中, 基于提出的新的关于节点初始负载模型, 用带有指数控制的节点介数代替以往一般的节点介数, 来达到克服某些节点初始负载为零的情况, 然后根据网络实时这个大现实, 采用当某节点失效时, 将其节点上的负载以一个快的速度分配到其邻接节点上(相应容量大的节点分配更多的负载)的分配策略来达到防止级联失效情况的发生。之后经过理论分析, 我们确定了控制初始负载分发系数  $\alpha$  的临界值 0.6, 并经过仿真论证, 当  $\alpha = 0.6$  时, 无论移去或者攻击负载大的节点还是负载小的节点, 对于网络产生的影响都相似, 对现在的网络规划和网络的抗毁性方面的研究有很好的指导作用。

#### 参考文献(References):

[1] BOCCALETTI S, LATORA V, MORENO Y, et al. Complex Networks: Structure and Dynamics [J]. Physics Reports, 2006, 424(4): 175-308.

[2] HOLME P. EDGE Overload Breakdown in Evolving Networks [J]. Phys Re E, 2002, 66(3): 036119/1-7.



- [3] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of Scaling in Radom Networks[J]. *Science*, 1999, 286 (5439): 509-512.
- [4] ALBERT R, JEONG H, BARABASI A L. Error and Attack Tolerance of Complex Networks[J]. *Nature*, 2000, 406(1038): 378-382.
- [5] MOTTER A E, LAI Y C. Cascade-Based Attacks on Complex Networks[J]. *Phys Rev E*, 2002, 66 (6): 06102/1-4.
- [6] HOLME P, KIM B J, YOON C N, et al. Attack Vulnerability of Complex Networks[J], *Phys Rev E*, 2002, 65(5): 056109.
- [7] MOTTER A E. Cascade Control and Defense in Complex Networks [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 93 (9): 098701/1-4.
- [8] ASH J, NEWTH D, Optimizing Complex Networks for Resilience Against Cascading Failure[J]. *Physica A*, 2007, 380(10): 673-683.
- [9] 李勇, 邓宏钟. 基于级联失效的复杂保障网络抗毁性仿真分析[J]. *计算机应用研究*, 2008, 25 (11): 3451-3454.  
LI Yong, DENG Hongzhong. Simulation Analysis of Complex Protection Network Resistance Based on Cascading Failure[J]. *Application Research of Computers*, 2008, 25(11): 3451-3454. (in Chinese)
- [10] 谢丰. 基于级联失效的复杂网络抗毁性[J]. *清华大学学报*, 2011, 51(10): 1252-1257.  
XIE Feng. Cascade-Based Attack Vulnerability in Complex Networks[J]. *Journal of Tsinghua University*, 2011, 51(10): 1252-1257. (in Chinese)
- [11] 黎放, 胡斌. 基于资源有限模型的无标度网络动态抗毁性优化[J]. *系统工程与电子技术*, 2012, 34(1): 175-178.
- LI Fang, HU Bin. Optimization of Dynamic Invulnerability of Scale-Free Network Based on Limited Resource Mode[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(1): 175-178. (in Chinese)
- [12] 丁琳, 张嗣瀛. 加权无标度网络抵制级联失效的鲁棒性研究[J]. *计算机工程*, 2012, 38(21): 261-263.  
DING Lin, ZHANG Siying. Research on Robustness of Weighted Scale-Free Network Against Cascading Failures[J]. *Computer Engineering*, 2012, 38 (21): 261-263. (in Chinese)
- [13] HOLME P, KIM B J, YOON C N, et al. Attack Vulnerability of Complex Networks [J]. *Physical Review E*, 2002, 65(5): 056109-056122.
- [14] NEWMAN M E J. Scientific Collaboration Networks - II, Shortest Paths, Weighted Networks, and centrality[J]. *Physical Review E*, 2001, 64(1): 016132/1-7.
- [15] GOH K I, KAHNG B, KIM D. Packet Transport and Load Distribution in Scale-Free Network Models [J]. *Physica.A*, 2003, 318(1): 72-79.
- [16] GOH K I, KAHNG B, KIM D. Universal Behavior of Load Distribution in Scale-Free Networks [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(18): 278701/1-4.
- [17] BLRTHÉLEMY M. Betweenness Centrality in Large Complex Networks [J]. *European Physical Journal B*, 2004, 38(2): 163-168.
- [18] DOROGOVTSEV S N, MENDES J F F, SAMUKHIN A N. Structure of Growing Networks with Preferential linking [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(21): 4633- 4636.

(编辑:徐楠楠)