

# 改进的自适应 Kalman 滤波在 GPS/SINS 中的应用

袁美桂, 严玉国, 庞春雷, 张战斌

(空军工程大学信息与导航学院,西安,710077)

**摘要** 以 GPS/SINS 组合导航为应用背景,针对常规 Kalman 滤波由于先验知识不足,观测数据突变等容易引起的发散问题,提出了一种改进的自适应 Kalman 滤波。该算法将 Sage-Huse 自适应滤波和衰减记忆滤波相结合,以解决由于先验知识不足引起的滤波发散问题;在此基础上引入压缩函数,通过对野值进行有效地判断和处理以达到抑制滤波发散的目的。仿真结果表明:改进的自适应滤波算法不但可以有效地解决由于模型不够准确和野值等容易引起的发散问题,同时与传统滤波算法相比水平位置滤波精度分别提高了 6 倍和 5.7 倍,高程滤波精度提高了 2.39 倍,具有较好的自适应性和稳定性。

**关键词** 组合导航;Sage\_Huse 自适应滤波;衰减因子;野值

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.05.016

**中图分类号** V249.32<sup>+</sup>8;TN967.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2015)05-0065-05

## The Application of Improved Adaptive Kalman Filter to GPS/SINS

YUAN Meigui, YAN Yuguo, PANG Chunlei, ZHANG Zhanbin

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Taking GPS/SINS integrated navigation system as an application background in light of the problem that the conventional Kalman filter can easily diverge because of lack of prior knowledge and outliers, an improved adaptive Kalman filtering is proposed. The algorithm is based on the combination of Sage\_Huse adaptive filter and fading memory filter which can suppress the filter divergence caused by lack of prior knowledge, and then a compression function which can effectively identify and deal with outliers is introduced, so the divergence problem caused by outliers can be solved. Simulation results indicate that the improved adaptive filtering algorithm can suppress the divergence caused by the inaccurate models and outliers, and simultaneously the filter accuracy of the horizontal positions is improved 6 times and 5.7 times, and the filter accuracy of the height position is improved 2.39 times compared to the traditional algorithms, at the same time it is better in adaptability and stability.

**Key words:** integrate navigation; Sage Huse adaptive filter; fading factor; outlier

在组合导航领域,常规 Kalman 滤波需要精确的数学模型和噪声统计特性,同时缺乏对测量数据

过失误差的抗扰性和对传感器突发性故障的容错能力<sup>[1]</sup>,这些都可能使滤波的精度降低,甚至导致滤波

收稿日期:2014-10-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61273049)

作者简介:袁美桂(1990-),女,河北沧州人,硕士生,主要从事组合导航研究.E-mail:sweethappier@163.com

**引用格式:**袁美桂,严玉国,庞春雷,等.改进的自适应 Kalman 滤波在 GPS/SINS 中的应用[J].空军工程大学学报:自然科学版,2015,16(5):65-69. YUAN Meigui, YAN Yuguo, PANG Chunlei, et al. The Application of Improved Adaptive Kalman Filter to GPS/SINS[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(5): 65-69.

发散。为了解决此类问题,实际系统多采用自适应 Kalman 滤波方法,例如:模糊逻辑自适应滤波<sup>[2-3]</sup>, Sage-Huse 自适应滤波<sup>[4]</sup>,衰减记忆滤波<sup>[5-7]</sup>。其中 Sage-Huse 自适应滤波算法可以实时估计和修正噪声的统计特性,从而提高滤波精度,但其不具有对测量噪声和系统噪声同时在线估计的能力,且阶数较高时容易发散<sup>[8]</sup>。衰减记忆滤波可以有效地抑制由于模型误差引起的滤波发散,但是以降低滤波精度为代价<sup>[9]</sup>。文献[9]提出将简化的 Sage-Huse 自适应滤波算法和指数衰减记忆滤波算法相结合并取得良好的效果,但是当量测数据经常出现野值时,不能对其进行有效地判断和处理。

## 1 算法描述

组合导航系统采用简单的松组合形式,以 GPS 和 SINS 输出的位置、速度的差值作为观测量,反馈校正捷联惯导输出量,建立如下系统状态方程和量测方程<sup>[10]</sup>:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_k \mathbf{W}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

式中:状态向量  $\mathbf{X}_k = [\varphi_e, \varphi_n, \varphi_u, \delta_{ve}, \delta_{vm}, \delta_{vu}, \delta_\lambda, \delta_l, \delta_h, \epsilon_{cx}, \epsilon_{cy}, \epsilon_{cz}, \epsilon_{rx}, \epsilon_{ry}, \epsilon_{rz}, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z]^T$ , 分别为姿态、速度、位置误差、陀螺仪在三轴上随机漂移和一阶马尔科夫过程、加速度计在三轴上常值零偏;  $\Phi_{k,k-1}$  为状态转移矩阵;  $\Gamma_k$  为系统噪声输入矩阵;  $\mathbf{W}_k$  为系统噪声序列,相应的协方差矩阵为  $\mathbf{Q}_k$ ;  $\mathbf{H}_k$  为观测矩阵;  $\mathbf{V}_k$  为量测噪声序列,相应的协方差矩阵为  $\mathbf{R}_k$ 。其中  $\mathbf{W}_k$  和  $\mathbf{V}_k$  是不相关的白噪声序列。

常规 Kalman 滤波容易引起发散,实际工程常使用自适应 Kalman 滤波。

### 1.1 简化的 Sage-Huse 自适应滤波算法

Sage-Huse 自适应滤波算法不能同时在线估计系统噪声和量测噪声,否则容易引起发散。捷联惯性导航系统误差在初始对准前可以经过建模和补偿,观测噪声不可能进行建模补偿。因此假设系统过程噪声较为稳定,简化的 Sage-Huse 自适应滤波只对量测噪声统计特性进行估计。

带量测噪声估计器的 Sage-Huse 自适应滤波算法为<sup>[8]</sup>:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (3) \quad \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k,k-1} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_k = (1 - d_k) \hat{\mathbf{R}}_{k-1} +$$

$$d_k \{ (\mathbf{I} - \mathbf{H}_k \mathbf{K}_k) \tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^T (\mathbf{I} - \mathbf{H}_k \mathbf{K}_k)^T + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T \} \quad (9)$$

式中:  $d_k = (1 - b) / (1 - b^{k+1})$ ,  $b$  为遗忘因子,一般取 0.95~0.99。

### 1.2 衰减记忆滤波

当系统模型不准确时,新量测值对估计值的修正作用下降,而陈旧量测值的修正作用相对上升是引起发散的一个重要因素。因此逐渐减小陈旧量测值的权重,相应的增大新鲜量测值的权重,这是抑制滤波发散的一个可行途径,衰减记忆滤波就是通过这种途径抑制滤波发散的一种次优滤波方法<sup>[10]</sup>。与标准 Kalman 滤波相比,衰减记忆滤波的预测误差协方差矩阵多了一个衰减因子  $\lambda$ , 即:

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} (\lambda \mathbf{P}_{k-1}) \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T \quad (10)$$

在工程中,常采用预报残差来计算一个检验量,判断滤波状态是否正常。滤波发散判据为:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_k^T \tilde{\mathbf{Z}}_k \leq \gamma \text{Tr}\{\mathbf{E}(\tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^T)\} \quad (11)$$

式中:  $\gamma$  是储备系数,  $\gamma = 1$  为最为严格的收敛判据条件,可根据具体情况来选择。当式(11)成立,说明滤波器处于正常工作状态,否则随时对遗忘因子  $\lambda$  值进行估计。文献[11]提出了一种简单的遗忘因子计算方法。若采用最严格的收敛判据即  $\tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^T = \text{Tr}\{\mathbf{E}(\tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^T)\}$ , 则该时刻防止滤波发散的遗忘因子为  $\lambda_k$  为:

$$\lambda_k = \frac{\tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^T - \text{Tr}\{\mathbf{H}_k \Gamma_k \mathbf{Q}_k \Gamma_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k\}}{\text{Tr}\{\mathbf{H}_k \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T \mathbf{H}_k^T\}} \quad (12)$$

## 2 改进的自适应 Kalman 滤波

文献[9]将简化的 Sage-Huse 自适应滤波算法和衰减记忆滤波相结合,基本思想是首先判断滤波是否发散,如果是则使用衰减记忆滤波,否则采用 Sage-Huse 自适应滤波算法。该算法可以有效地抑制由于模型误差引起的发散问题,提高滤波精度。但是量测中出现了野值,可见衰减记忆滤波不能很好地判别和处理,导致当前估计精度下降,甚至引起发散,因此对野值的判断和处理尤为重要。

### 2.1 野值修正算法

为了提高 Kalman 滤波的容错能力,要求当量测数据中有少量野值时,可以对其进行有效地判别和处理,以确保滤波估计值尽可能接近系统的真实状态;当量测数据不包含野值时,能够充分利用有效的新息提高滤波精度。由此构造对野值新息的修正算法如下<sup>[1]</sup>:

$$\{\tilde{\mathbf{Z}}_k = Y_k(\tau_k)\tilde{\mathbf{Z}}_k, \tau_k = \tilde{\mathbf{Z}}_k^T \mathbf{G}_k^{-1} \tilde{\mathbf{Z}}_k \quad (13)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{Z}}_k$  为修正以后的新息,  $Y_k(\tau_k)$  为压缩影响函数,  $\mathbf{G}_k$  为权矩阵。当线性随机系统方程(1)、(2)的基本随机序列  $\{\mathbf{X}_0, \mathbf{W}_0, \mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{V}_0, \mathbf{V}_1, \dots\}$  服从正态分布且互不相关时,如果选取权矩阵序列  $\mathbf{G}_k = E(\tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^T) = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}$ , 则使滤波误差均方差最小的  $Y_k(\tau_k)$  函数为:

$$Y_k(\tau_k) = \begin{cases} 1 & \tau_k \leq D_k^2/\lambda_k \\ \frac{D_k}{\sqrt{\tau_k \lambda_k}} & \tau_k \geq D_k^2/\lambda_k \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $D_k$  为选取的门限常数或常数序列,  $\lambda_k$  为矩阵  $\mathbf{K}_k \mathbf{G}_k \mathbf{K}_k^T$  的最大特征值。门限  $D_k$  的合理取值为  $D_k = [\lambda_k C_n^\alpha]^{1/2}$ , 其中  $C_n^\alpha$  为以  $\chi^2(n)$  分布的置信度为  $(1-\alpha) \times 100\%$  的上分位点( $\alpha$  常取 0.05 或 0.02),  $n$  为量测数据  $\mathbf{Z}_k$  的维数。在实际工程中,门限也可凭经验选取。

$\tau_k$  和新息有关,新息的增大使得  $\tau_k$  增大,当  $\tau_k \geq D_k^2/\lambda_k$  时,判断量测中出现了野值。这时压缩函数  $Y_k(\tau_k) \leq 1$ ,用压缩函数对异常新息压缩处理,即  $\tilde{\mathbf{Z}}_k = Y_k(\tau_k)\tilde{\mathbf{Z}}_k$ , 然后采用简化的 Sage-Huse 自适应滤波,用修正的新息去估计量测方差阵  $\mathbf{R}_k$  和当前时刻的状态估计  $\mathbf{X}(0)$ , 从而减小了野值对滤波的影响。当没有野值时  $Y_k(\tau_k) = 1$ ,该算法则退化为普通简化的 Sage-Huse 自适应滤波算法。

### 2.2 改进的自适应 Kalman 滤波算法流程

为了抑制滤波发散,提高滤波精度,上文引入了判断和处理野值的压缩函数,由此提出一种新的自适应卡尔曼滤波,流程如下:

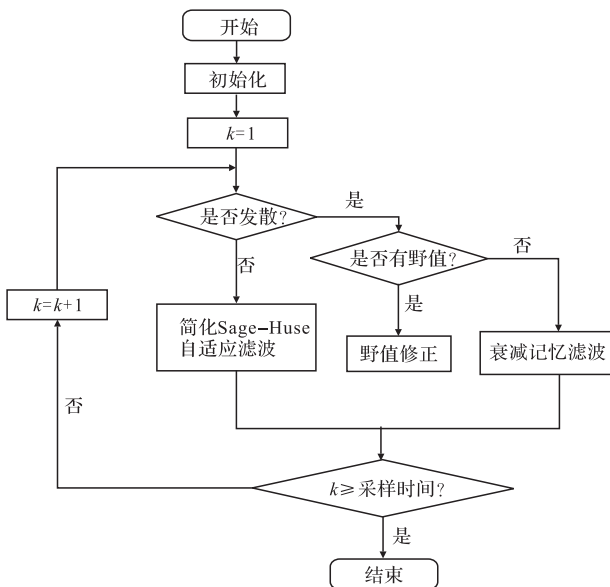


图 1 改进的自适应 Kalman 滤波流程图

Fig.1 Flow diagram of improved adaptive Kalman filter

## 3 实验仿真

### 3.1 仿真条件设置

为了验证改进的自适应 Kalman 滤波算法的性能,设计了相应的飞行轨迹,各个阶段依次为滑道加速起飞、爬升、加速水平飞行、爬升、加速水平飞行、匀速水平飞行、转弯飞行等,见图 2。

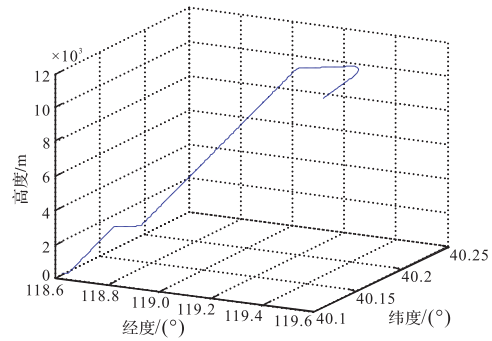


图 2 仿真飞行轨迹

Fig.2 Trajectory simulation of aircraft

飞机的初始位置为东经 118.6°,北纬 40.1°,高度 100 m;仿真时间设为 500 s;地球半径  $R_e=6\ 378\ 245$  m;陀螺的常值漂移为  $0.01^\circ/\text{h}$ ,随机漂移为  $0.005^\circ/\text{h}$ ;加速度计常值偏置为  $50\ \mu\text{g}$ ,加速度计随机误差为  $50\ \mu\text{g}$ 。GPS 接收机的位置误差为 5m,速度误差为 0.3m/s。卡尔曼滤波器初值的选取如下:  
 $R(0) = \text{diag}\{(5/R)^2, (5/R)^2, 25, 0.09, 0.09, 0.09\}$   
 $Q = \text{diag}\{(0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (0.01^\circ/\text{h})^2, (50\ \mu\text{g})^2, (50\ \mu\text{g})^2, (50\ \mu\text{g})^2\}$   
 $P(0) = \text{diag}\{(1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (0.3\ \text{m/s})^2, (0.3\ \text{m/s})^2, (0.3\ \text{m/s})^2, (8 \times 10^{-7}\ \text{m})^2, (10^6\ \text{m})^2, (5\ \text{m})^2, (0.1^\circ/\text{h})^2, (0.1^\circ/\text{h})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2, (0.02^\circ/\text{h})^2, (100\ \mu\text{g})^2, (100\ \mu\text{g})^2, (100\ \mu\text{g})^2\}$   
 $\mathbf{X}(0)$  均取 0。

### 3.2 仿真结果与分析

为了模拟模型变化对滤波的影响,在 50~100 s 和 200~300 s,速度噪声由 0.3 m/s 分别变为 1.5 m/s 和 3 m/s;为了模拟野值对滤波的影响,在 350~360 s,东、北速度方向加入峰值为 15 m/s 的成片野值信号。根据上文给出的 GPS/SINS 组合导航系统模型和相关参数,分别采用标准 Kalman 滤波算法、Sage-Huse 自适应滤波与衰减记忆滤波的组合算法和改进的自适应 Kalman 滤波算法进行仿真,得到速度、位置误差曲线,分别对应图 3~5。表 1 为 3 种算法得到的速度、位置标准均方根误差比较。

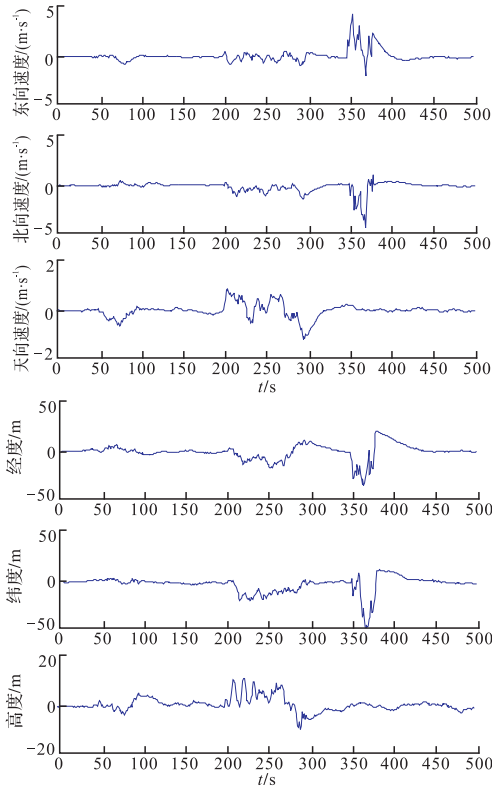


图 3 常规 Kalman 滤波

Fig.3 conventional Kalman filter

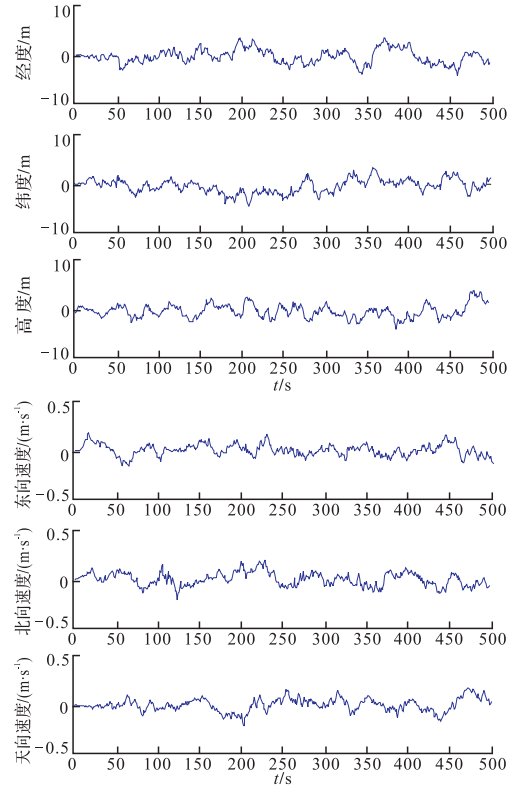


图 5 改进的自适应 kalman 滤波

Fig.5 The improved adaptive kalman filter

分析并比较结果,可以得到以下结论:

1)对比图 3 和图 5,发现标准 Kalman 滤波在 50~100 s 和 200~300 s 噪声模型出现变化时速度、位置误差明显增大,甚至出现发散现象;而改进的自适应滤波具有更高的精度和很好的稳定性。这是因为简化的 Sage-Huse 自适应滤波器能对量测噪声统计特性进行在线估计,使它接近真实值;当滤波器发散时,改用衰减记忆滤波,可以有效地抑制滤波器的发散,提高滤波精度。

2)由图 3 可知标准 Kalman 滤波对量测异常的抗干扰能力差。在 350~360 s 野值出现时,使用常规 Kalman 滤波算法速度、位置估计误差明显增大并出现发散现象,收敛速度很慢;而改进的算法可以有效地滤除野值的影响,具有良好的抗野值能力。

3)由图 4 和图 5 仿真曲线可以看出,在 50~100 s 和 200~300 s 噪声模型出现变化时,Sage-Huse 自适应滤波滤波与衰减记忆滤波的组合算法和改进的自适应 Kalman 滤波算法滤波精度相当;而在 350~360 s 野值出现时,前者算法的速度方向出现了严重的发散现象。而引入的压缩函数可以有效地消除异常量测对当前估计得影响,显示出更加灵活可靠的优势。

4)由图 3~5 可以看出,改进的自适应滤波算法相对于前两种算法在精度和动态性能方面都有明显提高。从表 1 可以更加直观地发现,该算法位置的

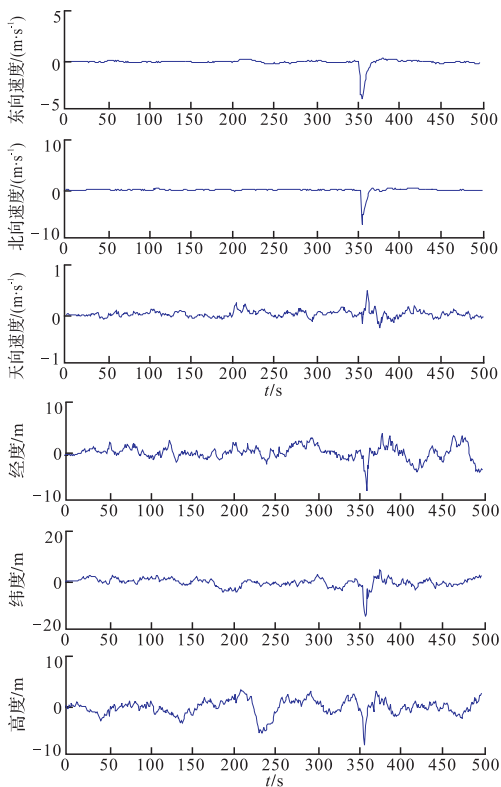


图 4 Sage-Huse 自适应滤波和衰减记忆滤波相结合的滤波算法

Fig.4 The combination filtering algorithm of Sage-Huse adaptive filter and fading memory filter



标准均方根误差为 1.417 1 m、1.648 6 m 和 1.375 4 m,远优于标准 Kalman 滤波的 8.6 m、9.414 1 m 和 3.283 7 m,位置方向滤波精度分别提高了 6 倍、5.7

倍、2.39 倍,同时也高于 Sage-Huse 自适应滤波和衰减记忆滤波相结合的滤波算法;同时该算法速度方向的滤波精度也优于前 2 种算法。

表 1 3 种算法标准均方根误差比较

Tab. 1 Comparison of RMS between three algorithm

均方根误差	位置/m			速度/(m · s <sup>-1</sup> )		
	经度	纬度	高度	东向速度	北向速度	天向速度
标准 Kalman 滤波	8.600 3	9.414 1	3.283 7	0.565 2	0.952 1	0.300 4
Sage-huse+衰减记忆滤波	1.957 4	2.241 9	1.517 5	0.495 4	0.499 5	0.122 9
改进的自适应滤波	1.417 1	1.648 6	1.375 4	0.081 5	0.105 5	0.086 0

### 4 结语

本文以 GPS/SINS 组合导航为应用背景,提出一种新的自适应 Kalman 滤波,该算法通过引入野值压缩函数,将简化的 Sage-Husa 自适应滤波算法、衰减记忆滤波算法和抗野值修正算法合理地融合起来。理论分析和算法仿真都表明:改进的自适应滤波算法克服了使用单一方法的不足,具有良好的自适应性,可以有效地解决由于模型不够准确、野值等容易引起的发散问题,提高组合导航系统的精度。

### 参考文献 (References):

[1] 胡锋,孙国基.kalman 滤波的抗野值修正[J].自动化学报,1999,25(5):692-696.  
HU Feng,SUN Guoji.Fault-Tolerant Improvement on Kalman Filter[J].Acta Automatica Sinica,1999,25(5):692-696. (in Chinese)

[2] Enbo Shi.An Improved Real-time Adaptive Kalman Filter For Low-Cost Integrated GPS/INS Navigation[C]//IEEE International Conference on Measurement, Information and control,2012.1093-1098.

[3] 猴娜,王睿,郭相科,等.组合导航系统中的模糊自适应卡尔曼滤波器的设计[J].空军工程大学学报:自然科学版,2007,8(2):36-39.  
GOU Na,WANG Rui,GUO Xiangke,et al. The Design of Fuzzy Adaptive Kalman Filter on Integrated Navigation System[J].Journal of Air Force Engineering University:Natural Science Edition,2007,8(2):36-39. (in Chinese)

[4] Sage A P, Husa G W. Adaptive Filtering with Unknown Prior Statistics[C]//In Proceedings of Joint Automatic Control Conference. Boulder, USA: ASME, 1969. 760-769.

[5] 田宠,王兴亮,卢艳娥.一种改进的自适应指数加权衰减记忆滤波算法[J].武汉理工大学学报,2011,33(11):147-152.

TIAN Chong,WANG Xingliang,LU Yan'e.An Adaptive Filter Algorithm for Exponentially-Weighted Multiple Attenuated Memory[J].Journal of Wuhan University of Techenology,2011,33(11):147-152. (in Chinese)

[6] 蔡佳,黄长强,井会锁,等.基于指数加权的改进衰减记忆自适应滤波算法[J].探测与控制学报,2013,35(4):21-26.  
CAI Jia,HUANG Changqiang,JING Huisuo,et al. Adaptive Fading Memory Kalman Filtering Algorithm Based on Exponential Weighting[J].Journal of Detection & Control,2003,35(4):21-26. (in Chinese)

[7] Long Zhao,Jing Liu. An Improved Adaptive Filtering Algorithm with Applications in Integrated Navigation[C]// IEEE International Conference on Digital Manufacturing & Automation,2012:182-185.

[8] 付梦印,邓志红,闫莉萍.kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M].北京:科学出版社,2010:111-118.  
FU Mengyin,DENG Zhihong,YAN Liping.Kalman Filtering Theory and Its Application in Navigation System[M].Beijing:Science Press,2010:111-118. (in Chinese)

[9] Wang Jian,Liu Jiang,Cai Bo gen.Study on Information Fusion Algorithm in Embedded Integrated Navigation System[C]// IEEE International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation,2008:1007-1010.

[10] 秦永元,张洪钺,汪叔华.卡尔曼滤波与组合导航原理[M].西安:西北工业大学出版社,2012:352-360.  
QIN Yongyuan,ZHANG Hongyue,WANG Shuhua.Kalman Filter and Integrated Navigation Theory[M]. Xi'an: North-western Polytechnical University Press: 2012:352-360. (in Chinese)

[11] 徐景硕,秦永元,彭蓉.自适应卡尔曼滤波器渐消因子选取方法研究[J].系统工程与电子技术,2004,26(11):1552-1554.  
XU Jingshuo,QIN Yongyuan,PENG Rong. New Method for Selecting Adaptive Kalman Filter Fading Factor[J].Systems Engineering and Electronics,2004,26(11): 1552-1554. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)