

# 权重演化的加权网络节点重要性评估方法

姜志鹏<sup>1</sup>, 张多林<sup>1</sup>, 马婧<sup>2</sup>, 吴旭光<sup>3</sup>

(1.空军工程大学防空反导学院,西安,710051; 2.信息保障技术重点实验室,北京,100072;  
3.93792部队,河北廊坊,065000)

**摘要** 节点重要度评估是研究网络可靠性和抗毁性的重要内容。针对现行方法在评价动态加权网络中的不足,提出了一种利用节点重要度贡献矩阵评价加权网络关键节点的方法,该方法综合考虑了节点位置以及邻接点贡献信息,认为每个节点对邻接点重要度的贡献与该节点的点权有关,选取节点效率作为 NICM 重要性初始值,能针对权值演化不断更新评估矩阵,最后与介数法、节点收缩法进行了对比分析,结果表明该方法可行有效。

**关键词** 节点重要度;加权网络;权重演化

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.02.005

**中图分类号** N945.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2015)02-0019-05

## Research on Evaluation Method for Node Importance Based on Weight-evolving Network Model

JIANG Zhi-peng<sup>1</sup>, ZHANG Duo-lin<sup>1</sup>, MA Jing<sup>2</sup>, WU Xu-guang<sup>3</sup>

(1.Air and Missile Defense College of Air Force Engineering University, Xi'an,710051;  
2.Science And Technology on Information Assurance Laboratory, Beijing, 100072;  
3.Unit 93792, Langfang, Hebei, 065000)

**Abstract:** It's an important aspect of researching reliability and invulnerability of networks to evaluate the node importance. In consideration of the disadvantages of other current methods, this paper presents a method for finding the vital node in weighted networks by using the node importance contribution matrix, in which the position of node and the contribution of other adjacent nodes are taken into account and a node's importance value is initialized as its node efficiency and different nodes contribute importance value dissimilarly to a certain node according to its point weight. It can update the evaluation matrix when weighted value changes. Finally, the algorithm is compared with both betweenness method and node contraction method, and final experiments verify the efficiency of the proposed method.

**Key words:** node importance; weighted networks; weight-evolving

现实中许多系统都可以通过网络模型加以描述,比如计算机网络、犯罪关系网络、病毒传播网络、

收稿日期:2014-05-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61272011)

作者简介:姜志鹏(1986-),男,山东乳山人,博士生,主要从事反导指挥体制研究.E-mail:itsme\_zp@163.com

**引用格式:**姜志鹏,张多林,马婧,等.权重演化的加权网络节点重要性评估方法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2015,16(2):19-23. JIANG Zhipeng, ZHANG Duolin, MA Jing, et al. Research on Evaluation Method for Node Importance Based on Weight-evolving Network Model[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(2): 19-23.

谣言传播网络、社交网络、科研合作网络、电力以及交通网络等。对网络节点重要性评价有助于发现网络中薄弱环节,有效应对随机打击和蓄意攻击,对提高系统可靠性和抗毁性有重大意义<sup>[1]</sup>。当前评估网络节点重要度的核心思想主要有节点显著性等价于重要性以及节点删除对网络破坏性等价于重要性<sup>[2]</sup>等;提出的指标包括:节点度、临近度、介数、随机行走、凝聚度、接近度等<sup>[3-7]</sup>;范围包括:全局、局部和社区重要性<sup>[2-3]</sup>等。

目前常见的较为经典的研究方法有介数法,节点删除法、节点收缩法、多属性决策方法等<sup>[8-12]</sup>,介数方法虽然能刻画加权网络中边或者节点对信息的控制能力,但运算量巨大,评价代价高;节点删除法通过考查节点删除后网络的连通程度来评估节点,但是缺点是不仅使节点删除后使网络中包括平均最短路径等系列指标发生变化,而且有可能造成网络不连通;节点收缩法侧重于分析节点在网络中的几何位置,但是如果多个节点收缩后造成网络拓扑结构相同,那么这些节点会拥有相同的重要度;多属性决策方法解决节点重要度问题是近年来较为流行的方法,其将每个节点视为一个方案,多种评价指标作为方案属性,避免了评价的片面性,但是算法复杂,且容易造成标准不统一的情况。上述方法都没有考虑邻居节点对节点重要性的贡献,忽略了节点间依赖关系,并且基本上都是基于静态无权网络提出的,对动态加权网络尤其针对节点间权值动态演化的研究很少,基于此,本文提出了一种利用节点重要度贡献矩阵(Node Importance Contribution Matrix, NICM)评价加权网络关键节点的方法,该方法综合考虑了节点位置以及邻接点贡献信息,并能针对权值演化不断更新评估矩阵,使得节点在动态加权网络中的评价更加准确。

## 1 动态加权网络描述和权重演化分析

不含权重的无权网络反映了节点间的简单连接方式和相互作用的最主要信息,但将实际系统抽象为这种简单的拓扑结构往往会忽略许多客观信息,导致问题描述不全面、客观,这就需要引入边权值来刻画节点间作用强度的差异从而形成加权网络,进而能更完整、真实的表达网络的结构。对于动态网络,边权值可能随时间变化而动态变化,本文将节点间的边权值视作某种随机过程  $\{\omega_{ij}(t), t \geq 0\}$ 。

把实际系统抽象为加权网络需要考虑边权的赋予方式,一般有相异权和相似权2种赋权方式,相异权值越大,表示节点间距离越大,关系越疏远;相似权值越大,表示节点间距离越小,关系越亲密。

**定义 1** 加权图  $G = \{V, E\}$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} \subseteq V \times V$  代表节点集合,  $W$  为邻接矩阵,  $\omega_{ii}(t)$  表示相邻节点间边的权值。

$$W = \begin{bmatrix} \omega_{11}(t) & \cdots & \omega_{1n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ \omega_{n1}(t) & \cdots & \omega_{nn}(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

本文考虑为无向图,因而权重矩阵对称,即  $\omega_{ij}(t) = \omega_{ji}(t)$

**定义 2** 动态加权图。假设时间间隔为  $l$ , 在时间片内图  $G$  的快照为一个相对静止的子图,则在时间间隔  $l$  内以时间片为单位可分为多个连续的子图  $G_0, G_1, \dots, G_i, G_{i+1}, \dots$ 。

**定义 3** 节点  $k$  的效率  $I_k$  指该节点到网络中其他节点的平均难易程度,即:

$$I_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1, i \neq k}^n \frac{1}{d_{ki}} \quad (2)$$

式中:  $n$  为网络中节点总数,  $d_{ki}$  为节点  $i$  和  $k$  之间距离。

**定义 4** 点权定义为  $s_i = \sum_{l_{ij} \in \eta_i} \omega_{ij}$ , 其中,  $\eta_i$  为节点  $v_i$  邻域节点集合,  $\omega_{ij}$  为相邻节点间边的权值。

## 2 节点重要性评估方法

### 2.1 构建节点重要性评价矩阵

网络是由边和节点构成的有机整体,表现在节点与节点间是互相关联的,增加或减少节点都会导致其他节点点权和节点载荷的变化,因此,互联互通的节点间存在着一定的重要性依赖拓扑关系,其结构为实际网络的一个拓扑映射,本文把这种重要性依赖拓扑用代表节点间重要度关联关系矩阵表示。

**定义 5** 文献[13]定义了无权无向网络的节点重要性贡献矩阵,本文在此基础上定义了有权无向网络的节点重要性贡献矩阵(Node Importance Contribution Matrix, NICM)。时刻  $t$  在  $n$  节点无自环有权无向网络中,若节点  $v_i$  的点权为  $s_i(t)$ , 则  $v_i$  将自身重要性的  $\omega_{ij}(t)/s_i(t)$  贡献给其邻节点  $v_j$ , 则扩展到所有节点形成邻接矩阵  $H_{NICM}$ , 记为:

$$\mathbf{H}_{\text{NICM}}(t) = \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{matrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \\ 1 & \omega_{12}(t)/s_2(t) & \cdots & \omega_{n1}(t)/s_1(t) \\ \omega_{21}(t)/s_1(t) & 1 & \cdots & \omega_{n2}(t)/s_2(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega_{1n}(t)/s_n(t) & \omega_{2n}(t)/s_n(t) & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

无论从节点显著性等价于重要性还是节点破坏性等价于重要性的角度上看,节点重要性取决于:节点的位置和节点的相邻信息。由定义5可以看出节点效率体现该节点对于整个拓扑网络信息传输的贡献,效率值越大,则其所处的位置越关键,由此,节点

$$\mathbf{H}_E(t) = \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{matrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \\ I_1(t) & \omega_{12}(t)I_2(t)/s_2(t) & \cdots & \omega_{n1}(t)I_1(t)/s_1(t) \\ \omega_{21}(t)I_1(t)/s_1(t) & I_2(t) & \cdots & \omega_{2n}(t)I_n(t)/s_n(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega_{n1}(t)I_1(t)/s_1(t) & \omega_{n2}(t)I_2(t)/s_2(t) & \cdots & I_n(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{H}_E(t)$ 中的元素 $H_{ij}(t)$ 为 $t$ 时刻节点 $j$ 对节点 $i$ 重要性贡献值。

根据时刻 $t$ 节点重要性评价矩阵 $\mathbf{H}_E(t)$ ,并考虑节点效率以及邻接节点重要性贡献,定义时刻 $t$ 节点 $V_i$ 的重要度 $C_i(t)$ 为:

$$C_i(t) = I_i(t) \sum_{j=1, j \neq i}^n \omega_{ij}(t) I_j(t) / s_j(t) \quad (5)$$

$C_i(t)$ 为 $t$ 时刻与节点 $V_i$ 的邻接节点对 $V_i$ 的重要性贡献值之和与节点 $V_i$ 自身效率的乘积。

## 2.2 节点距离更新

本文假设网络在动态变化过程中网络规模不变,即不存在节点的增加和删除,只考虑节点间权值的动态变化。假设 $t$ 时刻节点 $k$ 与节点 $h$ 间的权值为 $\omega_{kh}(t)$ , $t+1$ 时刻节点 $k$ 与节点 $h$ 间的权值为 $\omega_{kh}(t+1)$ ,则其他节点间距离 $d_{mn}$ 更新计算如下:

1)如果 $\omega_{kh}(t+1) > \omega_{kh}(t)$ ,则存在以下情况:

①假设 $d_{mn} = d_{mk} + d_{kh} + d_{hn}$ ,即节点 $k$ 和节点 $h$ 在节点 $m$ 与 $n$ 的最短路径之间,由于 $\omega_{kh}(t+1) > \omega_{kh}(t)$ ,则节点 $m$ 与 $n$ 间最短路径可能被次最短路径取代, $t+1$ 时刻节点 $m$ 与 $n$ 间最短路径更新。

②假设 $d_{mn} \neq d_{mk} + d_{kh} + d_{hn}$ ,即节点 $k$ 、 $h$ 不在节点 $m$ 与节点 $n$ 的最短路径之间,则 $t+1$ 时刻, $d_{mn}$ 不变。

2)如果 $\omega_{kh}(t+1) < \omega_{kh}(t)$ ,则存在以下情况:

①假设 $d_{kh} < \omega_{kh}(t+1) < \omega_{kh}(t)$ ,则 $t+1$

效率可以一定程度上反映节点位置信息,因此本文选取节点效率作为NICM重要性初始值,并用节点重要性贡献值来取代 $\mathbf{H}_{\text{NICM}}$ 中的节点重要性贡献比例值,从而得到时刻 $t$ 节点重要性评价矩阵 $\mathbf{H}_E(t)$ ,即

时刻, $d_{mn}$ 不变。

②假设 $\omega_{kh}(t+1) \leq d_{kh} < \omega_{kh}(t)$ ,则节点 $m$ 与 $n$ 的最短路径变化公式为:

$$\begin{cases} d_{kh} = \omega_{kh}(t+1) \\ d_{mn} = \min\{d_{mn}, d_{mk} + d_{kh} + d_{hn}\} \end{cases} \quad (6)$$

## 3 算法实现

综合考虑节点距离随时间变化的特点以及节点重要性贡献矩阵,即同时考虑时间因素、节点效率以及邻接节点信息,可以精确判断不同时刻网络中节点的重要性,首先,计算出初始时刻 $t_0$ 加权网重要性关联矩阵、节点效率以及节点重要性评价矩阵,然后,当时刻 $t$ 时,更新网络中节点间距离,计算出此刻加权图节点重要性评价矩阵,简单算法步骤如下:

输入:时刻 $t_0$ 加权图 $\mathbf{G}$ ,节点间权重变化值。

输出:时刻 $t$ 网络节点重要度。

1)时刻 $t$ 更新网络中节点间距离,根据 $t_0$ 时刻加权图 $\mathbf{G}$ 和节点间权重变化值,据2.2节算法更新节点距离;

2)确定时刻 $t$ 节点在社区内的邻接矩阵 $\mathbf{H}_{\text{NICM}}$ ;确定节点 $v_i$ 的点权以及与其相邻节点,根据式(3)填入 $\mathbf{H}_{\text{NICM}}$ 中;3)根据式(4)确定时刻 $t$ 节点重要性评价矩阵 $\mathbf{H}_E(t)$ ;

4)计算时刻 $t$ 每个节点在加权网中重要度 for  $i = 1$  to  $N$ ,根据式(5)计算出时刻 $t$ 所有节点的重要度,输出 $C_i(t)$ 。

End。

### 4 案例分析

假设初始时刻  $t_0$  网络拓扑结构见图 1, 网络中有 10 个节点和 10 条边, 时间  $t_c$  后, 网络拓扑见图 2, 可以看出, 节点  $v_4$  与  $v_7$  间权值从 4 变为 2, 其他节点间权值不变, 首先, 利用本文提出的有权网络节点重要性贡献评价矩阵对初始时刻节点重要性评估, 并与介数法、文献[9]提出的以加权网络凝聚度为评估指标的改进的加权网络节点收缩方法以及文献[10]提出的引入节点连边重要度的改进节点收缩方法进行比较, 评价结果对比情况见表 1。

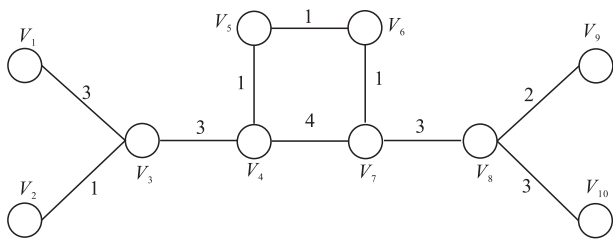


图 1 初始时刻  $t_0$  网络拓扑图  
Fig.1 Network topology at time  $t_0$

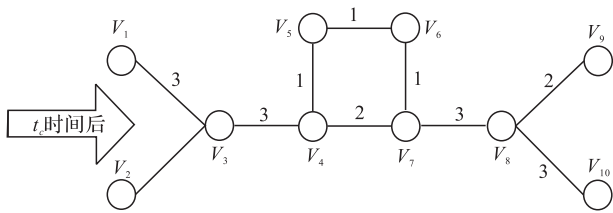


图 2  $t_0 + t_c$  时刻网络拓扑图  
Fig.2 Network topology at time  $t_0 + t_c$

表 2 节点在不同时刻的节点重要度对比

Tab.2 Comparison of node important evaluation results at different time

节点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_0$ 时刻	0.121	0.058	0.339	0.438	0.454	0.454	0.438	0.399	0.058	0.121
$t_0 + t_c$ 时刻	0.143	0.107	0.394	0.378	0.473	0.473	0.378	0.394	0.107	0.143

由表 2 可见, 节点  $v_4$  与  $v_7$  间权值变化导致网络最短路径发生变化, 节点 1、2、3 与节点 8、9、10 距离缩短, 节点重要度发生变化, 从表中可看出, 同一时刻不同节点重要度不同, 网络动态变化后, 同一节点的重要度也发生变化, 并且节点排序有所改变,  $t_0$  时刻节点 4 与节点 7 的排序高于节点 3 和节点 8,  $t_0 + t_c$  时刻时节点 3、8 排序高于节点 4、7, 这与节点间权值变化有关, 符合直观观察。

表 1 节点重要度评估结果

Tab.1 Comparison of node important evaluation results

节点	介数方法	文献[9]方法	文献[10]方法	本文方法
1	0.200	0.152	0.045	0.121
2	0.200	0.109	0.036	0.058
3	0.367	0.413	0.135	0.339
4	0.422	0.429	0.153	0.438
5	0.533	0.499	0.131	0.454
6	0.533	0.499	0.131	0.454
7	0.422	0.429	0.153	0.438
8	0.367	0.413	0.135	0.399
9	0.200	0.109	0.036	0.058
10	0.200	0.152	0.045	0.121

从表中对比可知本文算法结果与介数法以及文献[10]方法有所差异, 体现在: 介数方法不考虑边权, 因此无法进一步刻画节点 1、2、9、10 之间的重要度差异, 精度相比较本文算法有所不足, 文献[10]方法在节点 3、4、5、6、7、8 重要性排序与本文算法以及其他 2 种算法有所差异, 原因在于该方法引入边重要度系数, 虽然给出节点与边系数比值以便重点考察节点重要性, 但是边的引入意味着计算结果是以单个节点与其邻边作为整体与其他整体进行的比较, 无法将节点剥离出来; 文献[9]方法与本文算法结果一致, 得出节点 5 和节点 6 为最重要节点, 这与直观情况相符, 但本文算法不涉及到归一化运算以及矩阵乘法, 运算量相对较小。

时刻  $t_0 + t_c$  时, 节点  $v_4$  与  $v_7$  间权值从 4 变为 2, 网络发生动态变化, 通过 2.2 算法更新完节点间距离后, 运用节点重要性贡献评价矩阵得出节点重要度并与  $t_0$  时刻节点重要度进行对比, 结果见表 2。

### 5 结语

本文针对无权网络无法完美刻画指挥网络中节点间相互关系细节, 从而不能真实反映网络的特点, 研究了基于加权网络模型节点重要性评估; 针对节点删除法、节点收缩法的不足, 提出了一种利用节点重要度评价矩阵确定加权网络关键节点的方法; 针对网络节点间权值的动态变化, 提出了节点距离更新算法, 最后, 通过实验并与其他算法对比, 证明了



算法的有效、可行。不足之处在于本文所指的动态网络只涉及节点间权值的变化,未来可在节点增加、删除等方向继续做深入的研究。

#### 参考文献(References):

- [1] 贾子英,侯学隆,潘大志.网络化防空体系中作战单元重要度评估[J].现代防御技术.2013(5):12-16.  
JIA Ziyong, HOU Xuelong, FAN Dazhi. Assessment of Combat Unit Importance in Networked Antiaircraft System[J]. Modern Defense Technology, 2013 (5):12-16.(in Chinese)
- [2] 李玉华,贺人贵,钟开,等.动态加权网络中节点重要度评估[J].计算机科学与探索,2012,6(2):134-144.  
LI Yuhua, HE Rengui, ZHONG Kai, et al. Node Importance Evaluation in Dynamic Weighted Network[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2012,6(2):134-144. (in Chinese)
- [3] Callaway D S, Newman M E J, Strogatz S H, et al. Network Robustness and Fragility Percolation on Random Graphs[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(25):5468-5471.
- [4] Budanisky A, Hirst G. Evaluating Word net-based Measures of Lexical Semantic Relatedness[J]. Computational Linguistics, 2006,32(1):13-47.
- [5] Newman M E J. A Measure of Betweenness Centrality based on Random walk[J]. Social Networks, 2005, 27(1):39-45.
- [6] 谭跃进,吴俊,邓宏钟.复杂网络中节点重要度评估的节点收缩方法[J].系统工程理论与实践,2006(11):79-84.  
TAN Yuejin, WU Jun, DENG Hongzhong. Evaluation Method for Node Importance based on Node Contraction in Complex Networks [J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2006(11):79-84. (in Chinese)
- [7] 王欣,姚佩阳,周翔翔,等.指挥信息系统网络节点重要度评估方法[J].北京邮电大学学报,2011,21(4):38-43.  
WANG Xin, YAO Peiyang, ZHOU Xiangxiang, et al. A New Evaluation on Node Importance in Command Information System [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2011, 21 (4):38-43. (in Chinese)
- [8] 陈勇,胡爱群,胡啸.通信网中节点重要性的评价方法[J].通信学报,2005(8):129-134.  
CHEN Yong, HU Aiqun, HU Xiao. Evaluation Method for Importance in Communication Networks [J]. Journal of China Institute of Communications, 2005(8):129-134. (in Chinese)
- [9] 朱涛,张水平,郭戎潇,等.改进的加权复杂网络节点重要度评估的收缩方法[J].系统工程与电子技术,2009(8):1902-1905.  
ZHU Tao, ZHANG Shuiping, GUO Rongxiao, et al. Improved Evaluation Method for Node Importance based on Node Contraction in Weighted Complex Networks[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009(8):1902-1905. (in Chinese)
- [10] 王甲生,吴晓平,廖巍,等.改进的加权复杂网络节点重要度评估方法[J].计算机工程,2012(10):74-76.  
WANG Jiasheng, WU Xiaoping, LIAO Wei, et al. Improved Method of Node Importance Evaluation in Weighted Complex Networks [J]. Computer Engineering, 2012 (10):74-76. (in Chinese)
- [11] 张健沛,李弘波.基于拓扑势的网络社区节点重要度排序算法[J].哈尔滨工程大学学报,2012(6)745-753.  
ZHANG Jianpei, LI Hongbo. An Importance-Sorting Algorithm of Network Community Nodes based on Topological Potential[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2012(6)745-753. (in Chinese)
- [12] 于会,刘尊,李勇军.基于多属性决策的复杂网络节点重要性综合评价方法[J].物理学报,2013(2):20-21.  
YU Hui, LIU Zun, LI Yongjun. Key Nodes in Complex Networks Identified by Multi-Attribute Decision-Making Method[J]. Acta Phys Sin, 2013(2):20-21. (in Chinese)
- [13] 周漩,张凤鸣,李克武,等.利用重要度评价矩阵确定复杂网络关键节点[J].物理学报,2012(5):050201-1-050201-7.  
ZHOU Xuan, ZHANG Fengming, LI Kewu, et al. Finding Vital Node by Node Importance Evaluation Matrix in Complex Networks [J]. Acta Phys. Sin., 2012 (5): 0502 01-1-050201-7. (in Chinese)
- [14] Nardelli E, Proietti G, Widmayer P. Finding the Most Vital Node of A Shortest Path[J]. Theoretical Computer Science, 2003,296(1):167-177.

(编辑:田新华)