

# 基于正态截断模型的被动传感器目标跟踪算法

王蓉, 冯新喜, 周航, 李彬彬

(空军工程大学信息与导航学院, 陕西西安, 710077)

**摘要** 被动传感器只能获得目标的角度信息而无法获得位置信息, 因此单被动传感器对目标进行跟踪时难以满足可观测性条件。对单被动传感器高斯-厄米特滤波的测量模型进行扩维, 建立了多被动传感器高斯-厄米特滤波模型。由于 Singer 模型只适用于匀速和匀加速范围内的目标运动, 对于强烈的机动将引起较大的模型误差。而正态截断模型本质上是非零均值时间相关模型, 能够更加真实地反映目标机动范围和强度的变化, 是目前较好的实用模型。文中基于正态截断模型提出了只有角度量测的双被动传感器高斯-厄密特机动目标跟踪算法, 仿真结果表明, 该方法能够对机动目标进行稳定的跟踪。

**关键词** 被动传感器; 高斯-厄密特滤波; 正态截断模型; 机动目标跟踪; 角度量测

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2013.01.015

**中图分类号** TN953 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2013)01-0066-05

## Passive Sensor Target Tracking Algorithm Based on Normal Truncated Model

WANG Rong, FENG Xin-xi, ZHOU Hang, LI Bin-bin

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** The passive sensors can only obtain angle information, and cannot obtain the location information of the target. Therefore, the target tracking of a single passive sensor is difficult to meet observability conditions. The thesis focuses on the expansion of the measurement of the single passive sensors Gaussian-Hermitian filtering, and establishes the multiple passive sensors Gaussian-Hermitian filtering model. A larger model error will be caused by the strong motorization due to that the Singer model is only applicable to the target motion within the range of the uniform and uniformly acceleration. Besides, normal truncated model is a better practical model which is essentially the nonzero mean time model, and can more truly reflect changes of motorized range and intensity of the target. The thesis based on normal truncated model proposes the dual passive sensors Gauss-Hermitian maneuvering target tracking algorithm of the angle measurement, and the simulation results show that the method is capable of stably tracking the maneuvering target.

**Key words:** passive sensor; Gaussian-Hermitian filtering; normal truncation model; maneuvering target tracking; angle measurement

采用被动方式工作的探测系统只由天线接收来的直射波, 经过回波信号的处理完成对目标的无源跟踪。与主动探测相比, 被动探测具有作用距离远、

**收稿日期:** 2012-09-19

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61201209); 空军工程大学创新基金资助项目(2011343)

**作者简介:** 王蓉(1977-), 女, 湖北汉川人, 讲师, 博士生, 主要从事通信与信息系统研究。

E-mail: wwmn11hl@sina.com

接收隐蔽等优点,已成为机载对地、海攻击以及对付隐身目标的远程预警系统重要组成部分,对于提高武器系统生存能力和作战能力具有重要作用<sup>[1-3]</sup>。

单被动传感器跟踪系统由于只能获得目标方位信息,所以其量测方程非线性、可观测性弱,很难有效对机动目标进行高精度跟踪<sup>[4]</sup>。因此研究多被动传感器对机动目标进行有效跟踪就具有十分重要的意义。

高斯-厄密特滤波是一种基于高斯-厄密特滤波数值积分方法的递推的贝叶斯滤波器,该方法不受非线性映射为可测映射的限制,对于非线性高斯滤波问题,滤波精度优于 UKF 滤波<sup>[5-8]</sup>。

针对机动目标的跟踪问题,本文基于正态截断模型提出了多被动传感器高斯-厄密特滤波算法。首先将量测方程进行扩维,建立多被动传感器高斯-厄密特滤波模型;结合正态截断模型较 Singer 能够更加真实地反映目标机动泛围和强度的变化这一优势<sup>[9]</sup>,对机动目标进行稳定的跟踪。

## 1 多被动传感器高斯-厄密特滤波模型

在状态估计满足高斯假设下,可得到多维积分的递推滤波公式,而该积分的滤波公式在实践中是很难得到,故需要利用某种近似方法,高斯-厄密特滤波能进行稳定的非线性滤波,是因为通过选取相应的权值和积分点用以提升均值何估计协方差的目标跟踪精度<sup>[1-4]</sup>。因为多被动传感器系统纯方位目标跟踪中,量测方程为非线性方程,因此本文采用高斯-厄密特滤波解决该系统中的多目标跟踪问题<sup>[7]</sup>。

### 1.1 高斯-厄密特积分规则

假设二维直角坐标系中有  $m$  个被动传感器,其位置坐标分别为  $(x_s, y_s)$ ,  $(s=1, 2, \dots, m)$ 。离散动态系统的非线性模型表述如下:

$$\mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}_k = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式(1)~(2)分别为状态方程和量测方程,其中  $\mathbf{Y}_k = [\mathbf{Y}_{1,k}, \mathbf{Y}_{2,k}, \dots, \mathbf{Y}_{m,k}]^T$ 。  $\mathbf{Y}_{s,k} = h_s(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_{s,k}$  为第  $s$  个传感器的量测方程:

$$h_s(\mathbf{X}_k) = \theta_{s,k} = \arctan \frac{y_k - y_s}{x_k - x_s} \quad (3)$$

高斯-厄密特积分公式可以称之为一种高斯型数值分析方法,通过选取特定高斯点来提高积分精度,设变量  $\mathbf{X}$  的概率密度服从高斯分布  $p(\mathbf{X}) = N(\mathbf{X}; \bar{\mathbf{X}}, \Sigma)$ , 则积分规则如下:

$$E[g(\mathbf{X})] =$$

$$\int_{R^n} g(\mathbf{X}) N(\mathbf{X}; \bar{\mathbf{X}}, \Sigma) d\mathbf{X} \approx \sum_{l_{n_x}=1}^m \omega_{l_{n_x}} \cdots \sum_{l_1=1}^m \omega_{l_1} g(\sqrt{\Sigma}[\xi_{l_1} \cdots \xi_{l_{n_x}}]^T + \bar{\mathbf{X}}) = \sum_{l=1}^{m^{n_x}} \omega_l g(\sqrt{\Sigma}\xi_l + \bar{\mathbf{X}}) \quad (4)$$

式中  $\bar{\mathbf{X}}$  和  $\Sigma$  分别为均值和协方差,积分点之间的变换关系为:

$$\chi_l = \sqrt{\Sigma}\xi_l + \bar{\mathbf{X}} \quad (5)$$

### 1.2 高斯-厄密特滤波步骤

假设  $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$  为相互独立的零均值高斯噪声,方差分别为  $\mathbf{Q}_k, \mathbf{R}_k$ 。通过式(5)积分规则得到高斯-厄密特滤波的递推公式如下<sup>[6]</sup>:

#### 1.2.1 时间更新

设  $k-1$  时刻,系统的状态及协方差估计分别为  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}$ , 将  $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$  进行矩阵分解,为了避免  $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$  非正定的影响,在这里选用奇异值分解(SVD),即  $\mathbf{P} = \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{U}^T \mathbf{D} \mathbf{U}$ ,  $\mathbf{S}^T = \mathbf{U}^T \sqrt{\mathbf{D}}$ 。当选取的积分点较少时,奇异值分解的计算量较 Cholesky 分解的计算量没有明显增加。

计算积分点  $\mathbf{X}_{i,k-1|k-1} = \sqrt{\mathbf{P}_{k-1|k-1}} \mathbf{q}_i + \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1}$ , 则状态一步预测和协方差估计分别为:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^m \omega_i f(\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}) \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^m (f(\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}) - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) (f(\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}) - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})^T \omega_i + \mathbf{Q}_k \quad (7)$$

#### 1.2.2 量测更新

分解  $\mathbf{P}_{k|k-1}$ , 计算积分点:

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \sqrt{\mathbf{P}_{k|k-1}} \mathbf{q}_i + \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \quad (8)$$

量测一步预测值计算为:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^m h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) \omega_i \quad (9)$$

#### 1.2.3 状态更新

互协方差阵和自协方差阵公式见式(10)、(11):

$$\mathbf{P}_{XY} =$$

$$\sum_{i=1}^m (\mathbf{X}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}) (h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) - \hat{\mathbf{Y}}_{k|k-1})^T \omega_i \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_{YY} =$$

$$\sum_{i=1}^m (h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) - \hat{\mathbf{Y}}_{k|k-1}) (h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) - \hat{\mathbf{Y}}_{k|k-1})^T \omega_i \quad (11)$$

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{P}_{XY} (\mathbf{R}_k + \mathbf{P}_{YY})^{-1} \quad (12)$$

通过式(6)~(12)的递推公式计算可得目标的状态值和协方差矩阵见式(13)、(14):

$$\mathbf{X}_{k|k} = \mathbf{X}_{k|k-1} + \mathbf{L}_k (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_{k|k-1}) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{L}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^T \mathbf{K}_k \quad (14)$$

## 2 非零均值、时间相关正态截断概率密度模型

目标机动意味着目标加速度发生变化,可以把目标加速度看作是非零均值的时间相关随机过程<sup>[6]</sup>。

$$x(t) = \bar{a} + a(t) \quad (15)$$

式中: $x(t)$ 为目标位置; $a(t)$ 为零均值指数时间相关加速度; $\bar{a}$ 为加速度均值。离散化的状态方程和观测方程为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{U}(k)\bar{a} + \mathbf{W}(k) \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (17)$$

式中 $\mathbf{V}(k)$ 和 $\mathbf{W}(k)$ 为均值为0、相互独立的高斯白噪声过程。

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha^2}(1 - e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} \left( -T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \right) \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{Q}(K) = \mathbf{E}[\mathbf{W}(k)\mathbf{W}(k)^T] = 2\alpha\delta_a^2 \mathbf{Q} \quad (20)$$

式中 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix}$ ,为常数矩阵;

$$\left\{ \begin{aligned} q_{11} &= \frac{1}{2\alpha^5} \left[ 1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right] \\ q_{12} = q_{21} &= \frac{1}{2\alpha^4} \left[ e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 \right] \\ q_{13} = q_{31} &= \frac{1}{2\alpha^3} \left[ 1 - 2e^{-2\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} \right] \\ q_{22} &= \frac{1}{2\alpha^3} \left[ 4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T \right] \\ q_{23} = q_{32} &= \frac{1}{2\alpha^2} \left[ e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} \right] \\ q_{33} &= \left[ 1 - e^{-2\alpha T} \right] \end{aligned} \right.$$

其中 $\alpha$ 为机动频率,对于正态分布的随机变量,随机变量与数学期望的偏差落在 $3\sigma$ 的范围之外的概率上限为0.003<sup>[7]</sup>,因此假设 $|a_{\max} - |\bar{a}|| \leq 3\sigma_a$ ,那么方差与均值之间的关系为:

$$\sigma_a^2 = \frac{(a_{\max} - |\bar{a}|)^2}{9} \quad (21)$$

式中 $a_{\max}$ 为目标最大加速度。

在应用该模型进行目标跟踪时,取 $\bar{a} = x(k/k)$ 。非零均值 $\bar{a}$ 的引入产生了两方面效果,一是使 $\delta_a^2$ 得变化随状态 $x(k/k)$ 的变化而变化,导致 $x(k/k)$ 的计算与增益 $\mathbf{K}$ 的计算构成闭环;二是在预测方程中状态转移矩阵 $\Phi(k)$ 变成了一个常数矩阵,相当于 $\alpha T \rightarrow 0$ 效果,在机动情况下相当于 $T \rightarrow 0$ 的效果。

## 3 仿真实验

### 3.1 仿真环境

本文运用文献[11]的仿真环境,假设目标在二维平面上运动,目标的运动轨迹设置为:其初始位置为(25 000 m, 10 000 m),初始速度为(300 m/s, 300 m/s)。目标在27~46 s期间以0.083 rad/s做19 s的常规机动,在60~86 s期间以0.1 rad/s做26 s的强机动,其他时段做匀速直线运动,共运行100 s。目标运动轨迹见图1<sup>[11]</sup>。

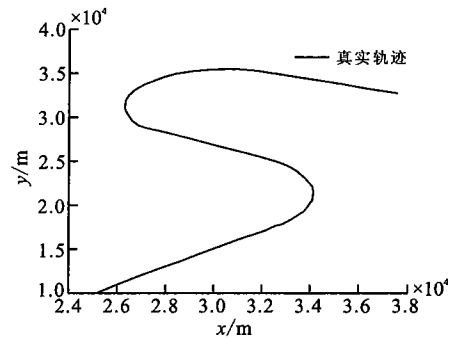


图1 目标的运行轨迹图

Fig. 1 Target motion trajectory

设过程噪声方差阵 $\mathbf{Q}(k) = \text{diag}[10^2 \ 2^2 \ 10^2 \ 2^2]$ ,量测噪声标准差和方差阵分别为400 m,  $\mathbf{R}(k) = \text{diag}[400^2 \ 400^2]$ 。MC仿真次数为100次,扫描周期 $T=1$  s。

### 3.2 仿真分析

从图2和图3可以看出,在匀速直线段仿真实验所用2种算法跟踪效果都较理想,能以较小误差对目标进行正确跟踪。在机动段,本文算法跟踪效果较好。图4、图5显示了分别在 $x, y$ 方向的100次MC仿真实验算法的均方误差曲线。由仿真图来看,本文算法的跟踪精度明显好于基于EKF的Singer滤波算法。图6和图7能够看出,虽然两种算法相对于真实速度都有一定的延时,但是对比算法延时比较明显,本文算法更接近实际的速度曲线。由以上仿真结果分析可知,本文算法整体跟踪效果好于对比算法。从理论上分析,在非线性和滤波方法中,高斯-厄密特滤波通过对后验概率密度的近似避

免了扩展卡尔曼滤波中雅可比矩阵的求解问题,正态截断模型较 Singer 能够更加真实地反映目标机动泛围和强度的变化。与仿真实验结果一致。

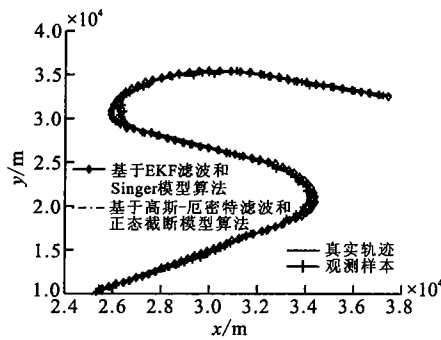


图2 目标机动过程的跟踪曲线  
Fig. 2 Tracking curve of target maneuvering process

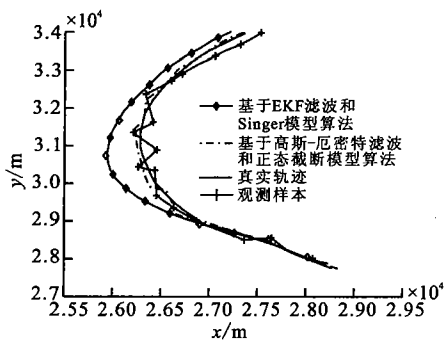


图3 图2中跟踪曲线的局部放大图  
Fig. 3 A partially enlarged view of the tracking curve in fig. 2

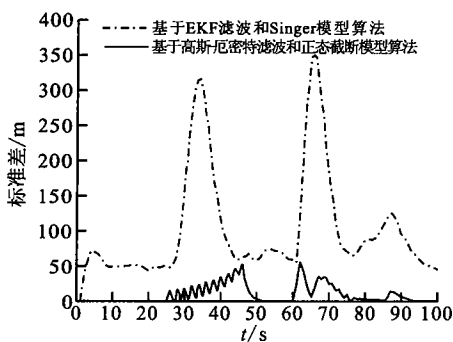


图4  $x$ 方向均方根误差  
Fig. 4 Root mean square error of the  $x$ -direction

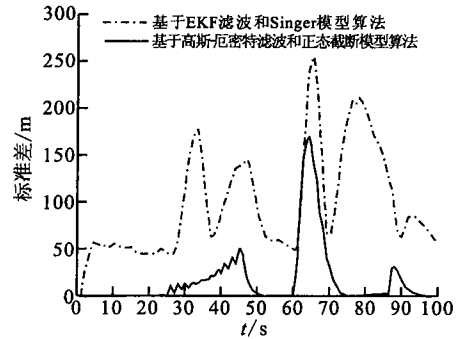


图5  $y$ 方向均方根误差  
Fig. 5 Root mean square error of the  $y$ -direction

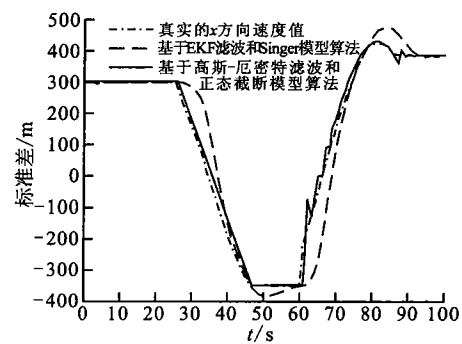


图6  $x$ 方向速度估计  
Fig. 6  $x$ -direction speed estimates

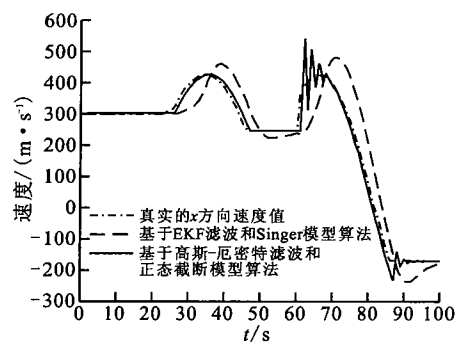


图7  $y$ 方向速度估计  
Fig. 7  $y$ -direction speed estimates

## 4 结语

本文针对多被动传感器机动目标跟踪问题提出了基于高斯-厄密特滤波和正态截断模型的非线性滤波算法。该方法结合了高斯-厄密特滤波计算简单且不易发散的优势以及正态截断模型能够更加真实地反映目标机动泛围和强度的变化的特点。仿真实验表明,该方法能够较好地利用多被动传感器系统对机动目标进行稳定的跟踪。

## 参考文献(References):

- [1] Arasaratnam I, Haykin S. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature [J]. IEEE proc, 2007, 95 (5): 953-977.
- [2] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. IEEE proc, 1993, 140 (2): 107-113.
- [3] 王占磊, 张建业, 张鹏, 等. 一种改进的变结构交互多模型被动跟踪算法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2011, 12(4): 18-22.  
WANG Zhanlei, ZHANG Jianye, ZHANG Peng, et al. An improved variable interacting multiple model passive tracking algorithm [J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2011, 12(4): 18-22. (in Chinese)
- [4] Schei S T. A finite-difference approach to linearization in nonlinear estimation algorithms [J]. Proceeding of the American control conference, 1995: 114-118.
- [5] Peach N. Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended Kalman filters [J]. IEEE proc control theory appl, 1995, 142 (1): 73-80.
- [6] Yang B S, Ji H B. Multi-passive-sensor fusion tracking based on unscented Kalman filter [J]. Control and decision, 2008, 23(4): 460-463.
- [7] 李彬彬, 冯新喜, 文曦. 基于多假设高斯-厄密特滤波的红外单站目标跟踪算法[J]. 北京邮电大学学报, 2012, 35(2): 63-67.  
LI Binbin, FENG Xinxi, WEN Xi. Algorithm of singleIRST target tracking [J]. Journal of Beijing university of post and telecommunications, 2012, 35(2): 63-67. (in Chinese)
- [8] Peach N. Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended Kalman filters [J]. IEE proceedings control theory appl, 1995, 142(1): 73-80.
- [9] 修建娟, 何友, 王国宏, 等. 两站无源定位系统中的多目标跟踪算法研究[J]. 电子学报, 2002, 30(12): 1763-1767.  
XIU Jianjuan, HE You, WANG Guohong, et al. Study on multitarget tracking algorithm in two divetection finding location system [J]. Acta electronica sinica, 2002, 30(12): 1763-1767. (in Chinese)
- [10] Laneuville D, Jauffret C. Recursive bearings-only TMA via unscented Kalman filter: cartesian vs modified polar coordinates [J]. IEEE transactions on automatic control, 2007, 1108(5): 1-11.
- [11] 周航, 冯新喜. 一种强机动目标自适应跟踪算法[J]. 华东理工大学学报: 自然科学版, 2012, 38(3): 350-355.  
ZHOU Hang, FENG Xinxi. An adaptive track method for high maneuvering target [J]. Journal of east China university of science and technology: natural science edition, 2012, 38(3): 350-355. (in Chinese)

## 本刊相关链接文献:

- [1] 史德琴, 李俊山, 耿志, 席涛, 刘军霞, 汪云飞. 多模序列图像目标跟踪的特征融合粒子滤波实现[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2011, 12(5): 61-66.
- [2] 陈红, 蔡晓霞, 谭坤, 贾占彪. 基于冗余信息的虚假点消除算法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2011, 12(1): 46-50.
- [3] 乔向东, 李涛, 张志伟, 杨全, 李鸿艳, 冯新喜. “集中式融合的性能一定优于分布式融合的性能”存疑[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2010, 11(5): 53-59.
- [4] 孙亮, 徐安, 曲大鹏, 张涛, 杨洋. 三维纯方位目标跟踪的可观测性需求分析[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2010, 11(3): 35-39.
- [5] 张刚, 廖阳, 刘强. 一种改进的基于FCM的目标跟踪数据关联算法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2010, 11(1): 36-39.
- [6] 李雪松, 史浩山, 唐剑. 一种基于负载均衡的无线传感器网络收集树算法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2009, 10(5): 59-63.
- [7] 彭芳, 吴军, 左继章. 基于高斯-牛顿法的双基地雷达目标定位[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2008, 9(4): 34-38.
- [8] 霍亮, 张志峰, 柏鹏, 宋彦学, 熊小龙. 一种基于遗传算法的多传感器多目标航迹关联模型[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2008, 9(3): 28-32.

(编辑: 徐楠楠)