

TBM 弹道预测及其误差分析

杨皓云, 贺正洪, 汪云

(空军工程大学防空反导学院, 陕西西安, 710051)

摘要 为了分析地球旋转对弹道预测的影响过程,以战术弹道导弹关机后任意一点为基准点,录取该点的坐标和速度矢量,基于所建立的坐标系,通过坐标转换及中段弹道参数计算,有效地简化了预测状态的过程,计算出基于战术弹道导弹关机后任意一点的弹道预测模型,通过该模型,可以在发现来袭战术弹道导弹后,预测该导弹在其后任意时刻的三维坐标。采用射程大于1 000 km的弹道数据进行仿真,对弹道预测的误差进行分析,验证了地球旋转对TBM弹道预测的影响。

关键词 弹道预测;轨道根数;预测模型;误差分析

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2013.01.011

中图分类号 TJ761.3 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2013)01-0044-04

Research on Trajectory Prediction and Error Analysis of TBM

YANG Hao-yun, HE Zheng-hong, WANG Yun

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: When the hitting range of TBM is greater than a certain degree, the earth's rotation will have a huge impact on the error of trajectory prediction, The kinds of factors that give rise to errors are so many that it's hard to analyze the errors intuitively. In order to analyze the influence of the earth's rotation on the process of trajectory prediction, a random point is selected as the datum point after the rocket engine is shut down in this paper, the coordinate and the velocity vector of this point are obtained. Based on the coordinate system established, the process of the trajectory prediction is decomposed through coordinate transforming and the parameter calculation of midcourse, the trajectory prediction models are established based on the datum point, these models are practical and easy to be realized in engineering. Three-dimensional coordinates of TBM at random time can be predicted through these models after it is detected. We use the data of the trajectory whose hitting range is greater than 1000 kilometers to simulate and to analyze the error of trajectory prediction. The result proves that the earth's rotation will have an impact on the trajectory prediction.

Key words: trajectory prediction; orbit elements; prediction model; error analysis

战术弹道导弹(Tactical Ballistic Missile, TBM)的弹道预测是反导作战任务规划和作战管理的一项重要内容,是传感器资源调度、目标识别和火

力资源分配等反导作战指挥控制的前提和基础。对TBM弹道预测进行研究能够为跟踪制导雷达提供准确的预警引导信息,从而有效地缩短预警周期,提

收稿日期:2012-09-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61102109)

作者简介:杨皓云(1989-),男,四川德阳人,硕士生,主要从事指挥自动化信息处理研究。

E-mail:850117533@qq.com

高弹道导弹防御的成功率。加强对于 TBM 弹道预测相关问题的研究对于弹道导弹防御的发展具有重要意义。

对于 TBM 的弹道预测问题,目前许多研究都集中在落点位置的二维空间分析上^[1-4],文献[1]采用弹道定轨技术对弹道导弹的落点进行预报,文献[2]采用龙格库塔算法解算弹道,文献[3]在适当的假设条件下建立了对 TBM 落点估计的数学模型,文献[4]提到利用 Jacobi 矩阵计算状态预测误差协方差,却并未在公开发表的文献中给出具体实现方法。本文对目标在三维空间进行讨论,通过对 TBM 弹道导弹中段参数的解算,计算出 TBM 弹道预测

模型,并对弹道预测的经纬误差进行了分析。

1 坐标系及坐标转换

1.1 坐标系

本文假定在对 TBM 的预警过程中,可以得到地基预警雷达的中段测量数据^[5],由于直角坐标系便于进行数据的处理,所以本文的数据处理是在地心惯性直角坐标系中完成的。所涉及到的坐标系主要有:地心固定直角坐标系、地心惯性直角坐标系、地心大地坐标系。对这 3 种坐标系的定义本文不再赘述,见图 1~3。

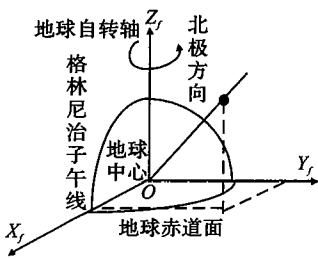


图 1 地心固定直角坐标系
Fig. 1 The right-angle coordinate

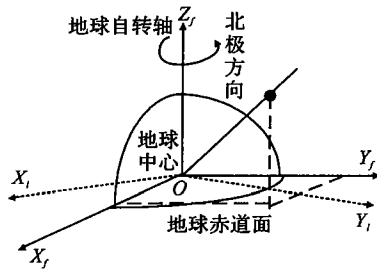


图 2 地心惯性直角坐标系
Fig. 2 The inertial coordinate

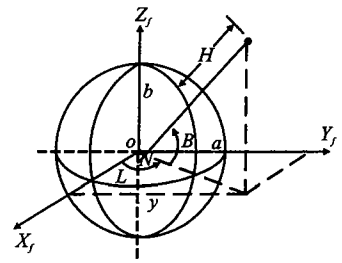


图 3 大地坐标系
Fig. 3 The earth coordinate

1.2 基准点参数坐标变换

对录取的来袭弹道导弹关机后某一基准点 M 的大地坐标 (B, L, H) 进行变换,通过第一次坐标变换将其转换为地心固定直角坐标 (X_f, Y_f, Z_f) ,再通过第二次坐标变换将其转换为地心惯性直角坐标 (X_i, Y_i, Z_i) 。对于转换方法本文不再赘述。

2 TBM 弹道预测

2.1 轨道根数计算

TBM 在中段飞行时发动机已经关机,由于大气十分稀薄,可以不考虑大气对导弹飞行的影响^[6-7],因此目标状态比较稳定,此时进行弹道预测比较理想。假定地球是半径为 R 的均匀球体,并且匀速自转,地心引力常数为 μ 。在地心惯性直角坐标系下,已知测得 TBM 关机后某一点 H 的速度矢量为 \mathbf{V} (V_x, V_y, V_z) ,设 H 点到地心的距离为 r_0 ,惯性坐标系下的 TBM 速率为 V_0 ,弹道倾角(定义为速度矢量与位置矢量的夹角)为 θ_0 ,定义能量参数为 v_k (反映 TBM 在 H 点动能的两倍与位能的比值)。其相关弹道参数计算如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_0 &= \frac{\arcsin(\sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2})}{V_0 r_0} \\ V_0 &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \\ r_0 &= \sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2} \\ v_k &= \frac{V_0^2 r_0}{\mu} \\ e &= \sqrt{1 + v_k(v_k - 2)\cos^2 \theta_0} \\ P &= r_0 v_k \cos^2 \theta_0 \\ a &= \frac{P}{1 - e^2} \\ b &= \frac{P}{\sqrt{1 - e^2}} \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

2.2 预测过程

TBM 弹道预测模型的建立主要根据对导弹关机后任意一点坐标及速度矢量数据的录取,通过一系列计算,得到弹道预测模型,该模型可以预测任意 t 时刻的 TBM 弹道三维坐标。

由二体运动理论及开普勒运动方程 $E_i - e \sin E_i = M$ (M 为平近点角)可以计算出 $t=0$ 时刻的极角 f_0 和偏近地点角 E_0 以及飞经近地点角的时间 t_p , 计算如下:

$$\left\{ \begin{aligned} f_0 &= \arccos\left(\frac{P - r_0}{r_0 e}\right), \quad E_0 = \left(\frac{r_0 - a}{ae}\right), \\ t_p &= -(E_i - e \sin E_i) \sqrt{a^3/\mu} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

由于开普勒方程是一个超越方程,为了解得偏近地点任意 t 时刻的偏近地点角 E_t , 对开普勒方程求微分:

$$dE_t - e \cos E_t dE_t = dM \quad (3)$$

可以首先赋初值,令 $E_0 = M$,再按迭代公式计算:

$$\begin{cases} dM = M - E_t + e \sin E_t \\ E_{i+1} = E_t + \frac{dM}{1 - e \cos E_t}, |E_{i+1} - E_t| \leq \epsilon \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} X_t = \left(1 - \frac{(1 - \cos(E_t - E_0))a}{R}\right) X_t + \left(t - (E_t - E_0 - \sin(E_t - E_0))\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\right) V_x \\ Y_t = \left(1 - \frac{(1 - \cos(E_t - E_0))a}{R}\right) Y_t + \left(t - (E_t - E_0 - \sin(E_t - E_0))\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\right) V_y \\ Z_t = \left(1 - \frac{(1 - \cos(E_t - E_0))a}{R}\right) Z_t + \left(t - (E_t - E_0 - \sin(E_t - E_0))\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\right) V_z \end{cases} \quad (6)$$

3 仿真及误差分析

在 MATLAB 7.1 环境下进行仿真,取一条射程大于 1 000 km 的理想弹道中导弹关机后的一点,坐标为 (124.794 244 10, 34.008 487 03, 595 815.650 955 59)。以该点为 $t=0$ 时刻点,以 1 s 为间隔,预测其后 60 s 的弹道预测值。为了对经纬误差关系进行分析,采用经纬数据下的坐标系,仿真结果见图 4~7。

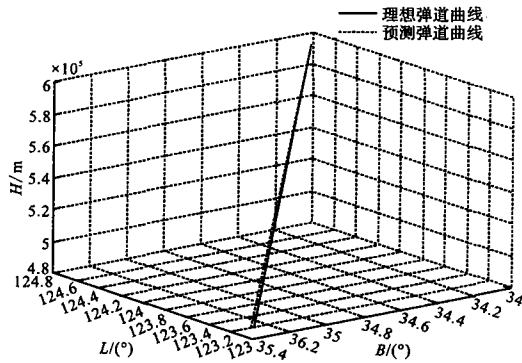


图 4 理想弹道与预测弹道

Fig. 4 Ideal trajectory and forecast trajectory

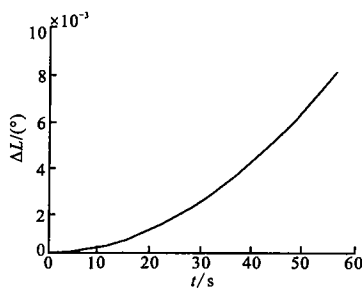


图 5 经度误差

Fig. 5 Longitude error

$$M = (t - t_p) \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (5)$$

只要按式(5)计算任意 t 时刻的平近点角 M , 将其带入迭代公式(4)得到 E_t 。

根据相关参数可以计算得到关机后某一点的 TBM 弹道预测模型如下^[8]:

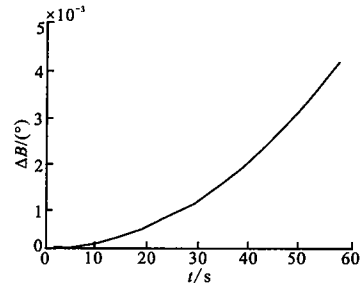


图 6 纬度误差

Fig. 6 Latitude error

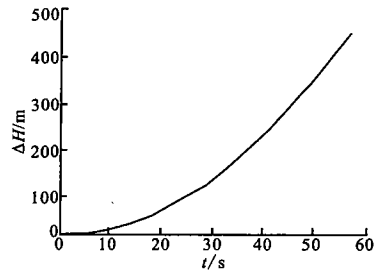


图 7 高度误差

Fig. 7 Height error

从图中可以看出,预测弹道存在着经度误差、纬度误差、高度误差,且都随着时间的增加而逐渐加大。弹道预测的误差主要来源于对初始点状态估计的误差,除此之外,还有地球旋转引起的误差,迭代法引起的误差,坐标转换引起的误差等。

TBM 在中段飞行时间最长,约占整个弹道飞行时间的 80%~90%,因此地球旋转对中段影响最大,对主动段和再入段影响较小,并且由于对主动段和再入段的影响存在补偿作用,近似认为其综合作用为零^[9-10],所以主要考虑地球旋转对中段预测的影响。通过对仿真中同一预测时刻的经度误差和纬度误差进行比较可以发现,经度误差总是比纬度误

差大了约一倍,这主要是由于地球绕南北轴旋转,导致在经度方向产生了一个向东的速度分量,虽然对纬度的预测并无太大影响,却对经度方向的预测产生偏差。在TBM射程较大的情况下地球旋转对弹道预测的经度误差迅速增大,使总体误差增加,其影响不容忽视。

4 结语

TBM弹道预测是弹道导弹防御中的关键技术之一。本文在惯性坐标系下对TBM中段弹道的轨道根数进行计算,采用TBM弹道预测模型进行预测,并对该模型进行了误差分析。然而由于并未对引起弹道预测误差的所有原因进行分析,下一步还应在不同使用环境中进行具体分析,研究出提高弹道预测精度的方法。

参考文献(References):

- [1] 张荣涛. 多雷达跟踪弹道导弹交接预报技术研究[J]. 现代雷达, 2010, 32(8): 31-32, 38.
ZHANG Rongtao. A study on multi-radar tracking ballistic missile engagement prediction technique[J]. Modern radar, 2010, 32(8): 31-32, 38. (in Chinese)
- [2] 张晶, 狄邦达. 惯性弹体运动预测建模[J]. 火力与指挥控制, 2010, 35(1): 160-163.
ZHANG Jing, DI Bangda. Predictive modeling of inertial projectile-body[J]. Fire control and command control, 2010, 35(1): 160-163. (in Chinese)
- [3] 刘仁, 王爱华, 郭桂治. 基于关机点状态的战术弹道导弹落点估计[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2010, 11(1): 27-30.
LIU Ren, WANG Aihua, GUO Guizhi. Impact point estimation of tactical ballistic missile based on the state of burnout point[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2010, 11(1): 27-30. (in Chinese)
- [4] Yeddanapudi M, Bar Shalom Y, Pattipati Y. Ballistic missile track initiation from satellite observations[J]. IEEE trans on aerospace and electronic systems, 1995, 31(3): 1054-1071.
- [5] Harlin W J, Cicci D A. Ballistic missile trajectory prediction using a state transition matrix[J]. Applied mathematics and computation, 2007, 188: 1832-1847.
- [6] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking part II: motion models of ballistic and space targets[J]. IEEE trans on aerospace and electronic systems, 2010, 46(1): 96-119.
- [7] Farina A, Ristic B, Benvenuti D. Tracking a ballistic target: comparison of several nonlinear filters[J]. IEEE trans on aerospace and electronic systems, 2002, 38(3): 854-867.
- [8] 刘利生, 吴斌. 外弹道精度测量分析与评定[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
LIU Lisheng, WU Bin. Accuracy analysis and evaluation for exterior ballistic measurement[M]. Beijing: National defense industry press, 2006. (in Chinese)
- [9] 温羨娇, 高雁翎. 地球旋转对弹道性能影响分析[J]. 现代防御技术, 2006, 34(1): 11-15, 36.
WEN Xianqiao, GAO Yanling. Influence of the earth rotation on the performance of the ballistic missile[J]. Modern defence technology, 2006, 34(1): 11-15, 36. (in Chinese)
- [10] 胡晓伟, 胡国平, 田野, 等. 基于BP神经网络的TBM拦截效果评估[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2012, 13(5): 40-44.
HU Xiaowei, HU Guoping, TIAN Ye, et al. TBM intercepting effect assessment based on BP Neural network[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2012, 13(5): 40-44. (in Chinese)

本刊相关链接文献:

- [1] 商长安, 郭蓬松, 刘健. 末段低层反导武器系统部署决策模型[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2012, 13(2): 29-35.
- [2] 杨少春, 吴林锋, 王刚, 等. 弹道导弹中段轨迹预测研究[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2012, 13(4): 31-33.
- [3] 胡晓伟, 胡国平, 田野, 等. 基于BP神经网络的TBM拦截效果评估[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2012, 13(5): 40-44.

(编辑: 田新华)