

一种新的小波基函数及其在 雷达信号特征提取中的应用

黄兴¹, 唐宏¹, 刘潮^{2*1}

(1. 空军工程大学防空反导学院, 陕西西安, 710051; 2. 94259部队, 山东蓬莱, 265600)

摘要 为进一步准确估计雷达信号的瞬时频率, 在现有 Morlet 小波基函数的基础上, 提出了一种新的 Morlet 小波基函数(New - Morlet)用于小波脊线的提取。通过深入分析小波脊线原理以及正确提取小波脊线对小波基函数的要求, 利用 Morlet 小波基函数提取雷达辐射源信号的小波脊线特征, 从而可以估计出辐射源信号的瞬时频率。将 New - Morlet 小波与现有的 Morlet 小波进行对比得出 New - Morlet 小波具有更好的时 - 频综合特性。同时, 分析了利用小波脊线原理估计信号瞬时频率的迭代算法。仿真结果表明: 基于 New - Morlet 小波基函数的特征提取性能优于现有的 Morlet 小波基函数, 且具有良好的抗噪性能, 其方法是有效的。

关键词 雷达信号; Morlet 小波; 瞬时频率; 小波变换; 小波脊线

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.04.010

中图分类号 TN97 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)04-0046-05

近年来, 国内外研究者兴起了对雷达辐射源信号脉内特征的分析研究工作^[1-8], 为解决辐射源信号识别问题提供了新思路。雷达辐射源信号脉内特征主要表现在信号的频率、相位和幅度的变化上^[4]。瞬时频率能反映出每一时刻辐射源信号的频率变化, 作为描述信号时变特征的重要调制参数, 与幅度相比具有抗外界干扰强的优点, 因而受到研究者的重视。

S Mallat 提出了利用小波变换提取信号的小波脊线(Wavelet Ridge, WR)并有效地估计出信号的瞬时频率^[5]; 任春辉^[6]、余志斌^[7]分别对 Morlet 小波进行改进使得利用小波变换提取信号小波脊线的方法得到了明显的改善; 郁春来等^[8]对提取雷达信号瞬时频率的迭代算法进行了改进。这些方法在一定条件下都能取得不错的效果, 但他们仍然存在参数选择、抗噪能力弱或时频综合分辨率有待加强等问题。

本文将从小波脊线理论和 Morlet 小波各参数对信号调制特征的影响入手, 提出一种同时具有较高时频综合分辨率, 又具有良好抗噪性能的新的的小波原子(小波基函数)用于小波脊线的提取。

1 小波脊线原理

设 $x(t)$ 是平方可积函数, 记作 $x(t) \in L^2(\mathbf{R})$, 则其连续小波变换定义为:

$$W_{Tx}(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) g^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1)$$

式中: $g(t)$ 为小波基函数, 满足容许条件: $\int_{-\infty}^{+\infty} g(t) dt = 0$ 。式中 $*$ 代表复共轭; $g_{b,a}(t) = g[(t-b)/a]/\sqrt{a}$ 为基函数 $g(t)$ 在经过伸缩因子 a , 平移因子 b 的变换后得到的函数族($a, b \in \mathbf{R}$), 常数 a 和 b 分别称为尺度参数和平移参数; $W_{Tx}(b, a)$ 为小波变换的结果, 称为小波系数。

假设渐进信号 $s(t) = A_s(t) \exp[j\varphi_s(t)]$, 即其幅度变化速度远远小于相位变化速度。小波基函数 $g(t)$

* 收稿日期: 2012-03-21

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2010JQ8007)

作者简介: 黄兴(1988-), 男, 湖南浏阳人, 硕士生, 主要从事雷达信号处理研究. E-mail: hx21sj@126.com

$= A_g(t) \exp[j\varphi_g(t)]$ 也为渐进信号,代入式(1) 可得 $s(t)$ 的小波变换系数为:

$$W_{Ts}(b, a) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_{(b,a)}(t) \exp[j\Phi_{(b,a)}(t)] dt \quad (2)$$

式中: $A_{(b,a)}(t) = A_s(t)A_g(t-b/a)$ 为被积函数的幅度; $\Phi_{(b,a)}(t) = \varphi_s(t) - \varphi_g(t-b/a)$ 为被积函数的相位。

据假设可知 $s(t)$ 和 $g(t)$ 都是渐进信号,因此 $W_{Ts}(b, a)$ 具有快速振荡积分形式,故可以利用数学分析的渐进估计方法和稳定相位原理来对积分值进行求解。通常在积分范围内, $A_{(b,a)}(t)$ 随 t 变化缓慢,而 $\Phi_{(b,a)}(t)$ 则经过很多周期后,由于在积分中正负振幅互相抵消,其积分值很小,但如果 $\Phi_{(b,a)}(t)$ 有相位稳定

值时,即当: $\left. \frac{d\Phi_{(b,a)}(t)}{dt} \right|_{t=t_s} = 0$, 也即:

$$\varphi'_s(t_s) = 1/\alpha \varphi'_g(t_s - b/a) \quad (3)$$

式中, t_s 为 (b, a) 的函数 ($t_s = t_s(b, a)$), 称为相位驻点 (相位稳定点), 此时相位驻点附近区域的积分部分将对 $W_{Ts}(b, a)$ 的数值起主导作用, 而其它区域的积分值将正负抵消。由式(3)可以看出, 满足 $t_s(b, a) = b$ 的一些点在小波变换中占据重要地位, 因为当 $t_s(b, a) = b$ 时, 如果 $g(t)$ 在 $g(0)$ 点模值最大, $W_{Ts}(b, a)$ 的模值在点 $t_s(b, a) = b$ 将近似得到一个局部最大值。若假设局部最大值所对应的尺度参数为 $a_r(b)$, 则我们将区域 Ω 内满足 $t_s(b, a) = b$ 的点 $(b, a_r(b))$ 的集合定义为小波脊。将 $t_s(b, a) = b$ 代入式(3)可得:

$$\varphi'_s(b) = \varphi'_g(0)/\alpha_r(b) \quad (4)$$

式中: 脊点处 $\varphi'_s(b)$ 值即为信号在 b 点对应的瞬时频率; $\varphi'_g(b)$ 为小波基函数的中心频率。由式(4)可以看出, 只要求出信号小波脊线, 便可以估计出信号的瞬时频率。

2 小波基函数的选取

为提取小波脊线, 假定信号 $s(t, r(t))$ 具有随 $r(t)$ 变化的瞬时性, 如果小波基函数 $g(t)$ 能够检测出 $r(t)$, 则需要满足以下3个条件^[9]: ① 当 $r(t) = r$ 不存在瞬时变化时, 小波系数 W_{Ts} 只随 a 变化, 与 b 无关, 即 $L(a) = W_{Ts}\{a, t|r\}$, r 为常数; ② 在 t 时刻 $r(t)$ 变化时, $W_{Ts}\{a, b|r\}$ 产生一个明显不同于 $L(a)$ 的值; ③ 在 t 时刻小波系数与 $L(a)$ 的差值 D 最大, 即 $D_{\max} = \max(|W_{Ts}(a, t) - L(a)|)$, 以达到一个较高的检测概率。从脊线检测条件可知小波基函数的选择对小波脊线的效果有直接的影响。

2.1 Morlet 小波

由于 Morlet 小波具有良好的时频域特性, 因此常被选作雷达信号特征提取的小波基函数, 其表达式为:

$$g_1(t) = e^{-\frac{t^2}{N}} e^{j\omega_0 t} \quad (5)$$

当 $N=2$ 时, 即为普通的 Morlet 小波, 波形见图1。

$N=25$ 时, 其波形见图2。其傅里叶变换为:

$$G_1(\omega) = \sqrt{N\pi} e^{-\frac{N}{4}(\omega - \omega_0)^2} \quad (6)$$

其母波的时频窗为:

$$[-1/\sqrt{N}, 1/\sqrt{N}][\omega_0 - 1/\sqrt{N}, \omega_0 + 1/\sqrt{N}] \quad (7)$$

其子波的时频窗为:

$$[b - a/\sqrt{N}, b + 1/\sqrt{N}][\omega_0/a - 1/a\sqrt{N}, \omega_0/a + 1/a\sqrt{N}] \quad (8)$$

对于普通的 Morlet 小波从式(8)可以看出, b 仅仅改变时频窗的位置; 而当 a 增加时, 时间窗口变大, 导致时域分辨率降低, 频域窗口变小, 频域分辨率增加, 当 a 减小时, 时间窗口变小, 时域分辨率增加, 频域窗口变大, 频域分辨率降低, 说明时域分辨率和频域分辨率相互制约, 二者不能同时提高, 满足 Heisenberg 测不准原理。

由式(7) - (8)可知, N 增加时, 时域窗口变宽, 时域分辨率降低, 频域分辨率增加, $N=2$ 时, 就变成了普通 Morlet 小波, N 的作用就是在满足 Heisenberg 测不准原理的前提下协调频域和时域分辨率, 使它们都达到最佳状态。但是, 它同时又面临参数 N 的选择的问题。随着 N 的增大, 频率分辨率逐步增大, 检测概率和抗噪能力逐步提高。但是 N 受到尺度定理时域分辨率和小波变换容许条件的限制不可能无限增大。

2.2 改进的 Morlet 小波

为得到一个较好的检测概率, 文献[6]提出了一种新的 Morlet 小波, 即:

$$g_1(t) = \cos(t^2/k) e^{j\omega_0 t}, t \in [-T_c, T_c] \quad (9)$$

式中: $[-T_c, T_c]$ 为小波基函数的有效支撑区间, 其波形见图 3; $\sigma \leq t^2/k \leq \pi/2 \Rightarrow k = 2T^2/\pi$ 。式(9)可以看作是式(5)增大 N 值拉伸小波近似逼近余弦函数的一段。从图 2 和图 3 可以看出式(9)虽增大了时窗, 具有较好的幅频特性, 但却降低了其时域分辨率, 并未使其检测概率与检测精度在整个时频域内达到最佳。为此, 文献[7]对式(9)作如下改进:

$$g_3(t) = \cos(|t|/k) e^{j\omega_0 t}, t \in [-T_c, T_c] \quad (10)$$

式中: $[-T_c, T_c]$ 为小波基函数的有效支撑区间, 其波形见图 4; $0 \leq |t|/k \leq \pi/2 \Rightarrow k = 2T/\pi$ 。式(10)综合考虑了时频分辨率, 具有优于式(5)和式(9)综合性能。

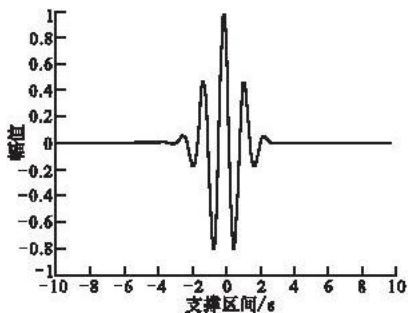


图 1 普通的 Morlet 小波 (M_1)

Fig. 1 The common Morlet wavelet (M_1)

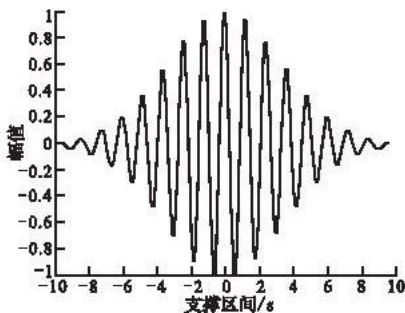


图 2 拉伸的 Morlet 小波 ($M_2, N=25$)

Fig. 2 The evolving Morlet wavelet ($M_2, N=25$)

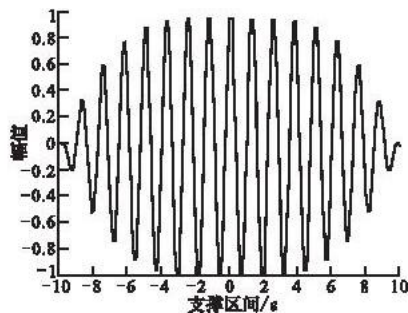


图 3 文献[6]改进的 Morlet 小波 (M_3)

Fig. 3 The Morlet wavelet of modified (M_3)

文献[6-7]认为式(5)的时域包络随着 N 的增大逼近余弦函数的一段。通过分析发现随着 N 的增大, 式(5)的包络波形更趋近于一个二项式函数。根据以上分析, 提出一种基于二项式函数新的 Morlet 小波基函数, 在满足容许条件和时域分辨率的条件下, 以达到较高的检测概率和频率分辨率。其表达式为:

$$g_4(t) = (-t^2/T_c^2 + 1) e^{j\omega_0 t}, t \in [-T_c, T_c] \quad (11)$$

式中: ω_0 为小波中心频率; $[-T_c, T_c]$ 为小波基函数的有效支撑区间。且 $\int_{-\infty}^{+\infty} g_4(t) dt \approx 0$, 近似满足容许条件。其傅里叶变换为:

$$G_n(\omega) = \frac{4(\omega - \omega_0) \sin[(\omega - \omega_0)T_c] + 2(\omega - \omega_0)^3 (1 - T_c^2) \sin[(\omega - \omega_0)T_c] - 2(\omega - \omega_0)T_c \cos[(\omega - \omega_0)T_c]}{(\omega - \omega_0)^4} \quad (12)$$

$T_c = 10$ 时, 波形见图 5, 各类幅频特性见图 6。

从仿真图可以看出, 图 4 和图 5 更接近于图 2, 既具有 M_3 的时域窗口长度、高检测概率和抗噪性能, 又具有与 M_2 几乎同样的衰减速度, 比 M_3 更容易满足容许条件。因此, M_4 和 M_5 具有比 M_2 和 M_3 更好的时频分辨率。图 6 描述了 5 类小波的幅频特性, 其中 M_1, M_2 的幅值相对于 M_3, M_4 和 M_5 小很多; M_3 的幅值最大但收敛速度相比 M_4, M_5 稍差; M_4 和 M_5 具有同样的收敛速度, 而 M_5 的幅值优于 M_4 , 综合考虑时频分辨率, M_5 的幅频特性相对最优。针对渐进信号, 用 M_5 对应的小波基函数提取信号的 WR 特征将具有更好的效果。

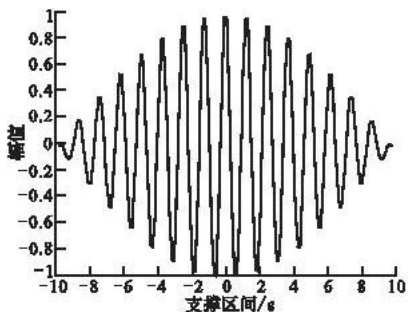


图 4 文献[7]改进的 Morlet 小波 (M_4)

Fig. 4 The Morlet wavelet of modified (M_4)

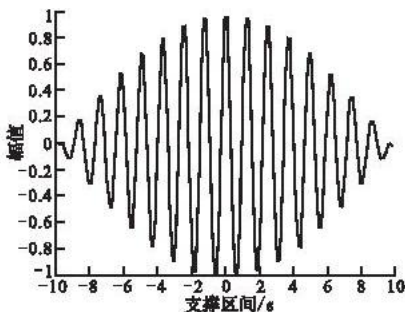


图 5 New-Morlet 小波 (M_5)

Fig. 5 The New-Morlet wavelet (M_5)

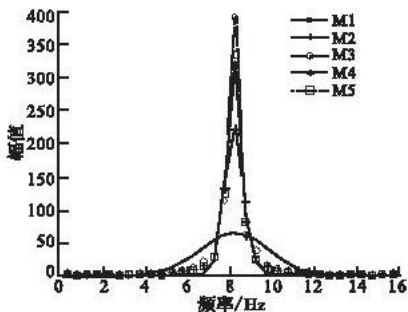


图 6 $M_1 - M_5$ 小波的幅频特性

Fig. 6 The amplitude-frequency characteristics of $M_1 - M_5$

3 仿真验证

为验证上述方法的有效性,采用文献[11]所述的迭代算法,在噪声环境下分别用 $M_1 - M_5$ 5 种小波对 4 频率编码信号(QPSK)进行瞬时频率特征的提取。信号参数设置如下:码宽 $1 \mu\text{s}$, 4 载频分别为:10 MHz、15 MHz、20 MHz 和 25 MHz,采样频率 70 MHz,编码为 8 位码, $\text{code} = [2, 1, 0, 3, 1, 0, 1, 2]$,在信噪比为 3 dB 条件下进行仿真,得到的瞬时频率曲线见图 7 - 11。

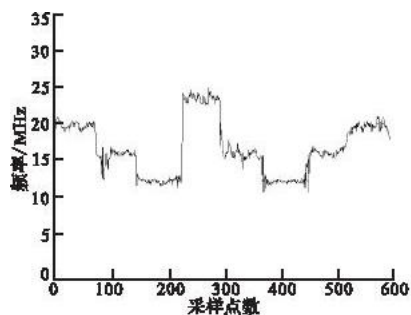


图 7 QPSK 信号的 WR 特征(M_1)

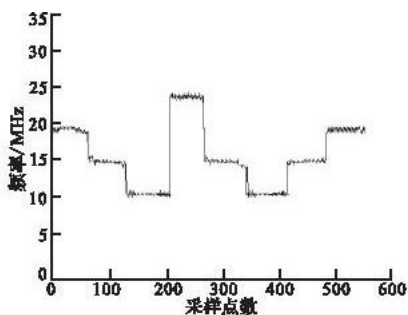


图 8 QPSK 信号的 WR 特征(M_2)

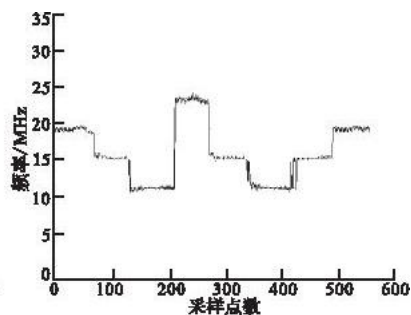


图 9 QPSK 信号的 WR 特征(M_3)

Fig. 7 The WR feature of QPSK signal(M_1)

Fig. 8 The WR feature of QPSK signal(M_2)

Fig. 9 The WR feature of QPSK signal(M_3)

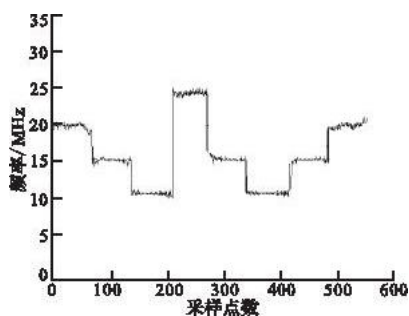


图 10 QPSK 信号的 WR 特征(M_4)

Fig. 10 The WR feature of QPSK signal(M_4)

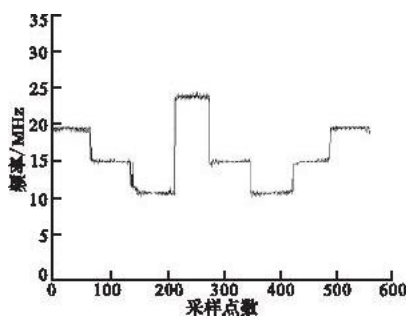


图 11 QPSK 信号的 WR 特征(M_5)

Fig. 11 The WR feature of QPSK signal(M_5)

对比图 7 - 11 可以看出, $M_2 - M_5$ 的小波脊线特征提取精度明显比 M_1 高很多, M_1 受噪声影响比较严重,瞬时频率曲线出现明显失真; M_2 和 M_4 的提取效果相当,且它均优于 M_3 ; M_5 的提取效果要优于 M_2 , M_3 和 M_4 ,在个别点上 M_2 , M_3 , M_4 的精度都不如 M_5 ,并取得了不错的抗噪性能。因此,从以上仿真可以得出:基于 M_5 的小波脊线特征提取具有更优良的抗噪性能,对信号瞬时频率的估计也更为精确。

4 结束语

本文基于 Morlet 小波变换,提出了一种新的 Morlet 小波原子应用于雷达信号小波脊线特征提取的方法,并详细分析了小波脊线提取算法,具有较好的理论性和实用价值。计算机仿真结果表明,使用新的 Morlet 小波原子提取雷达信号的脊线特征具有较好的检测概率和抗噪性能。

参考文献(References):

- [1] 陈韬伟, 辛明. 基于小波变换的雷达辐射源信号特征提取[J]. 信息与电子工程, 2010, 8(4): 436 - 440.
CHEN Taowei, XIN Ming. Feature extraction based on wavelet transform for radar emitter signals[J]. Information and electronic engineering, 2010, 8(4): 436 - 440. (in Chinese)
- [2] Kenichi Nishiguchi, Masaaki Kobayashi. Improved algorithm for estimating pulse repetition intervals[J]. IEEE trans on AES, 2000, 36(2): 407 - 421.
- [3] Gustavo L R, Jesus G, Alvora S. Digital channelized receiver based on time - frequency analysis for signal interception[J].

- IEEE trans aerospace and electronic systems, 2005, 41(3):879-898.
- [4] 余志斌, 金炜东, 陈春霞. 基于小波脊频级联特征的雷达辐射源信号识别[J]. 西南交通大学学报, 2010, 45(2): 290-295.
YU Zhibin, JIN Weidong, CHEN Chunxia. Radar emitter signal recognition based on WRFCCF[J]. Journal of southwest jiaotong university, 2010, 45(2): 290-295. (in Chinese)
- [5] Mallat S. A wavelet tour of signal processing[M]. San Diego, CA: Academic press, 1998.
- [6] 任春辉, 魏平, 肖先赐. 改进的 Morlet 小波在信号特征提取中的应用[J]. 电波科学学报, 2003, 6(18): 633-637.
REN Chunhui, WEI Ping, XIAO Xianci. Application of a modified morlet wavelet in feature extraction[J]. Chinese journal of radio science, 2003, 6(18): 633-637. (in Chinese)
- [7] 余志斌, 陈春霞, 金炜东. 一种新的 Morlet 小波及其在雷达信号特征提取中的应用研究[J]. 电路与系统学报, 2010, 15(1): 129-134.
YU Zhibin, CHEN Chunxia, JIN Weidong. A new morlet wavelet and its application in radar signal feature extraction[J]. Journal of circuits and systems, 2010, 15(1): 129-134. (in Chinese)
- [8] 郁春来, 万建伟, 徐如海, 等. 改进小波脊线法算法分析和仿真[J]. 现代雷达, 2005, 27(8): 46-48.
YU Chunlai, WAN Jianwei, XU Ruhai, et al. Algorithm analysis and simulation of improved wavelet-ridge method[J]. Modern radar, 2005, 27(8): 46-48. (in Chinese)
- [9] Ho K C, Prokopiw W, Chan YT. Modulation identification of digital signals by the wavelet[J]. Transform IEEE proc-radar naving, 2000, 147(4): 169-176.
- [10] 彭玉华. 小波变换与工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
PENG Yuhua. Wavelet transform and engineering application[M]. Beijing: China science press, 2002. (in Chinese)
- [11] 王兵, 羿旭明. 一种提取小波脊线的迭代算法[J]. 数学杂志, 2005, 25(3): 295-298.
WANG Bing, YI Xuming. An iterative algorithm of extracting wavelet ridge curve[J]. Journal of mathematics, 2005, 25(3): 295-298. (in Chinese)

(编辑:田新华)

A New Wavelet Atom and Its Application in Radar Signal Feature Extraction

HUANG Xing¹, TANG Hong¹, LIU Chao²

(1. School of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Unit 94259, Penglai 265600, Shandong, China)

Abstract: In order to further improve the precision of estimating the instantaneous frequency in radar signal processing, a new Morlet wavelet atom, based on the known Morlet wavelet atom to extract the signal wavelet ridge feature (WRF) is put forward. By analyzing the wavelet ridge principium and the qualifications of wavelet atom for extracting the WRF rightly in-depth, the WRF of radar emitter signals can be extracted. Consequently, the instantaneous frequency can be estimated. The new -Morlet has better performance of time-frequency colligation character in contrasts with the known Morler wavelet atom. At the same time, the iterative algorithm of estimating the instantaneous frequency is analyzed, which is based on the wavelet ridge principium. The computer simulation experiment results also show that the new -Morlet wavelet atom has better performances in detecting WRF and counteracting noise than the common Morlet wavelet atom. The experiment proves the effectiveness of the method.

Key words: radar signal; Morlet wavelet; instantaneous frequency; wavelet transform; wavelet ridge