

# $J_2$ 项摄动对分布式天基雷达波束形成的影响

李志, 江朝抒, 陈祝明

(电子科技大学电子工程学院, 四川 成都 611731)

**摘要** 分布式天基雷达小卫星不可避免地要受到摄动的影响, 摄动不仅对卫星编队有影响, 对雷达稀疏阵列的波束形成也会产生很大的影响。从卫星相对运动方程出发, 利用轨道摄动方程, 并引入编队构型参数, 根据分布式天基雷达对各成员卫星间距小而稳定的要求, 对采用空间圆编队的分布式天基雷达卫星编队进行了仿真。利用在  $J_2$  项摄动影响下的分布式天基雷达卫星编队的仿真结果, 进行了分布式天基雷达波束形成的仿真, 分析了  $J_2$  项摄动影响下波束指向的偏移量, 为研究分布式天基雷达波束形成技术提供了重要的参考依据。

**关键词** 分布式天基雷达; 空间圆编队;  $J_2$  项摄动; 波束形成

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.02.008

**中图分类号** TN957 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)02-0038-05

分布式天基雷达是由物理上互不相连的多颗小卫星协同工作, 在功能上相当于一颗星载雷达的卫星系统。由于分布式天基雷达具有传统雷达不可替代的优点, 近年来受到广泛关注<sup>[1-2]</sup>。

G. Canavan, R. Bums 等人率先开展了对分布式天基雷达系统的理论研究<sup>[3]</sup>。国内梁甸农发表了关于分布式小卫星雷达<sup>[4]</sup>的综述论文; 张育林、黄卫东等人在分布式卫星系统的理论和若干重要应用方面展开了一些研究<sup>[5-6]</sup>; 李真芳、王彤、保铮等人对分布式天基雷达地面动目标检测方法和空时自适应处理方法等方面做了很多有益的工作<sup>[7-8]</sup>; 江朝抒等人提出了一种基于分布式星载单脉冲雷达的地面动目标检测方法<sup>[9]</sup>。

但是在卫星编队飞行中, 摄动不仅对卫星编队有影响, 对波束形成也会产生重要影响, 目前还没有看到摄动因素对分布式天基雷达波束形成的影响的相关研究。

## 1 卫星编队飞行理论及摄动分析

定义地心惯性坐标系  $O-XYZ$ ,  $O$  是地心,  $OX$  由地心指向春分点,  $OZ$  指向北极,  $OY$  轴由右手法则确定。定义卫星轨道坐标系  $o-xyz$ ,  $o$  是卫星质心,  $ox$  指向卫星的径向方向,  $oz$  为轨道平面法线方向,  $oy$  轴由右手法则确定。

描述环绕星相对参考星运动的方程<sup>[5]</sup>为:

$$\begin{cases} x = -0.5r_{xy}\cos(nt + \phi_{xy}) \\ y = r_{xy}\sin(nt + \phi_{xy}) + y_{\text{off}} \\ z = r_z\cos(nt + \phi_z) \end{cases} \quad (1)$$

式中  $n$  为平均角速度, 且:

\* 收稿日期: 2010-08-20

基金项目: 国家部委基金资助项目(9140A07051308DZ0247; 9140A07010607DZ0206)

作者简介: 李志(1981-), 男, 湖北天门人, 硕士生, 主要从事卫星编队和波束形成研究. E-mail: myqlee@163.com

$$\begin{cases} r_{xy} = 2 \sqrt{(3x_0 + 2\dot{y}_0/n)^2 + (\dot{x}_0/n)^2} \\ \phi_{xy} = \arctan \frac{\dot{x}_0}{3nx_0 + 2\dot{y}_0} \\ y_{\text{off}} = y_0 - 2\dot{x}_0/n \\ r_z = \sqrt{(z_0)^2 + (\dot{z}_0/n)^2} \\ \phi_z = \arctan \frac{\dot{z}_0}{nz_0} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$  分别为初始相对位置和速度。

定义编队构型参数  $\mathbf{P} = [r_{xy}, \phi_{xy}, y_{\text{off}}, r_z, \phi_z]^T$ , 其中 5 个参数都有明确的物理含义<sup>[5]</sup>, 可以确定一颗环绕星相对参考星的编队飞行轨迹。

构型参数  $\mathbf{P}$  与轨道根数差  $\delta \mathbf{e}$  的转换关系<sup>[10]</sup> 为:

$$\begin{cases} \delta a = 0 \\ \delta e = \sqrt{\left(\frac{r_{xy}}{2a}\right)^2 + e^2 + \frac{er_{xy}}{a} \cos \phi_{xy}} - e \\ \delta i = -\sin(\phi_z - \omega) \frac{r_z}{a} \\ \delta \Omega = -\cos(\phi_z - \omega) \frac{r_z}{a \sin i} \\ \delta \omega = \frac{y_{\text{off}}}{a} - \delta \Omega \cos i - \arctan \frac{r_{xy} \sin \phi_{xy}}{2ae + r_{xy} \cos \phi_{xy}} \\ \delta M = \arctan \frac{r_{xy} \sin \phi_{xy}}{2ae + r_{xy} \cos \phi_{xy}} \end{cases} \quad (3)$$

式中  $a, e, i, \Omega, \omega, M$  分别为轨道长半轴、偏心率、轨道倾角、升交点赤经、近地点幅角、平近点角。

根据分布式天基雷达对各成员卫星间距小而稳定的要求, 考虑采用空间圆编队。有约束条件:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (4)$$

式中  $R$  为空间圆半径。

由上式及绕飞条件、式(1)、式(2)可得  $\mathbf{P} = \left[ R, \phi_{xy}, 0, \frac{\sqrt{3}R}{2}, \phi_{xy} \right]^T$ 。再由式(3)和参考星轨道根数, 可得

轨道根数差和环绕星轨道根数。

对于轨道高度约 800 km 的卫星而言,  $J_2$  项摄动对卫星编队飞行的影响是最主要的。在  $J_2$  项摄动影响下, 轨道根数的摄动方程<sup>[5]</sup> 为:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = 0, \frac{de}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0 \\ \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_E^2}{2(1-e^2)^2 a^2} \cos i \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{3nJ_2R_E^2}{4(1-e^2)^2 a^2} (5\cos^2 i - 1) \\ \frac{dM}{dt} = n - \frac{3nJ_2R_E^2}{4(1-e^2)^{3/2} a^2} (1 - 3\cos^2 i) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $R_E$  为地球半径;  $J_2$  为地球形状力学因子。上式表明, 在  $J_2$  项摄动影响下, 轨道长半轴、偏心率和倾角的长期变化为 0, 其他 3 个轨道根数则有长期变化, 且变化率与前 3 个根数有关。

## 2 均匀圆阵波束形成

在半径  $R$  的圆周上由  $M$  个各向同性的阵元构成均匀圆阵列天线, 坐标系原点设在圆心, 第  $m$  个阵元的

位置向量表达式  $\mathbf{p}_m = [R\cos\gamma_m, R\sin\gamma_m, 0]$ , 式中  $\gamma_m = 2\pi m/M$ 。设一窄带平面波以  $(\phi, \theta)$  的方向入射到该均匀圆阵,  $\phi$  为方位角,  $\theta$  为俯仰角。信号的入射方向的单位向量  $\mathbf{r} = [\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta]$ 。

设阵列波束的最大值指向  $(\phi_0, \theta_0)$ , 则均匀圆阵列天线的场方向图函数可以直接用阵列因子表示, 即方向图函数为:

$$F(\phi, \theta) = \left| \sum_{m=0}^{M-1} e^{j\frac{2\pi}{\lambda} R [\sin\theta\cos(\phi - \gamma_m) - \sin\theta_0\cos(\phi_0 - \gamma_m)]} \right| \quad (6)$$

### 3 仿真及结果分析

#### 3.1 空间圆编队飞行仿真

设参考星轨道高度为 800 km, 参考星运行初始轨道根数  $\mathbf{e} = [7\ 178\ 000, 0.000\ 11, 98^\circ, 0, 0, 0]^T$ , 参考星是虚拟星, 环绕星的数目  $M = 16$ , 空间圆的半径为 256.3 m (相邻 2 颗星间距约为 100 m), 第  $m$  颗星的初始相位角为  $2\pi m/M$ 。分别在不考虑摄动影响和考虑  $J_2$  项摄动影响 2 种情况进行仿真。

图 1 和图 2 别是不考虑摄动和考虑  $J_2$  项摄动影响下空间圆编队仿真图, 飞行时间为 3 d。

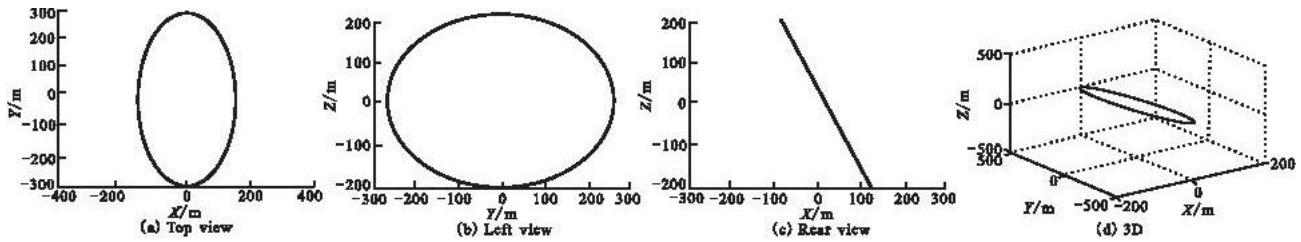


图 1 理想的编队飞行

Fig. 1 Formation flying under two-body assumption

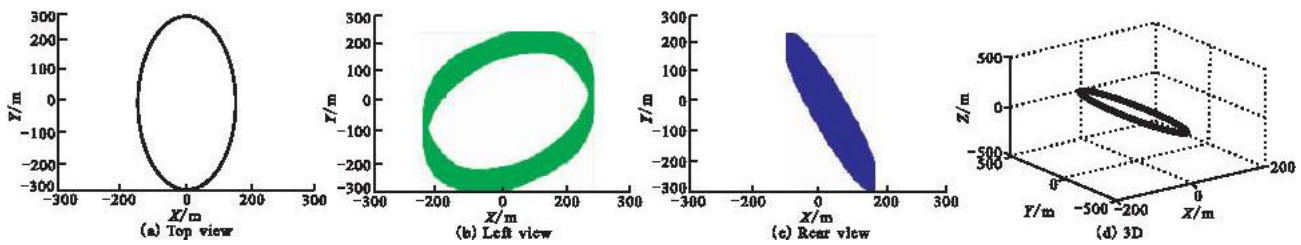


图 2 考虑  $J_2$  项摄动的编队飞行

Fig. 2 Formation flying with  $J_2$  perturbation

第 2 颗星在  $J_2$  项摄动影响下沿径向、航迹向、轨道法向和距离的偏差见图 3。

仿真结果分析: 如果把编队构型误差阈值取为相邻 2 颗星初始间距的 10%, 即 10 m, 则在  $t = 31\ 010$  s 时, 需要启动构型保持控制措施; 如果把编队构型误差阈值取为构型特征尺度的 15%, 即 15 m, 则在  $t = 46\ 180$  s 时, 需要启动构型保持控制措施; 如果把编队构型误差阈值取为构型特征尺度的 20%, 即 20 m, 则在  $t = 61\ 360$  s 时, 需要启动构型保持控制措施

#### 3.2 波束形成仿真

卫星的位置即阵元的位置, 利用前面空间圆编队仿真得到的卫星位置, 再设定分布式天基预警雷达工作频率  $f = 1$  GHz, 波束指向为  $(60^\circ, 30^\circ)$ 。对上述空间圆编队在受  $J_2$  项摄动影响下进行波束形成仿真: 图 4 为  $t = 0$  时刻 16 颗星空间圆编队波束形成仿真图, 图 5 和图 6 分别是其方位角和俯仰角剖面图。

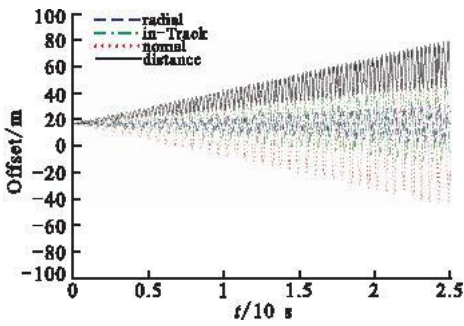


图3 沿径向、航迹向、轨道法向和距离的偏差

Fig. 3 The offset of radial, in-track, normal and distance

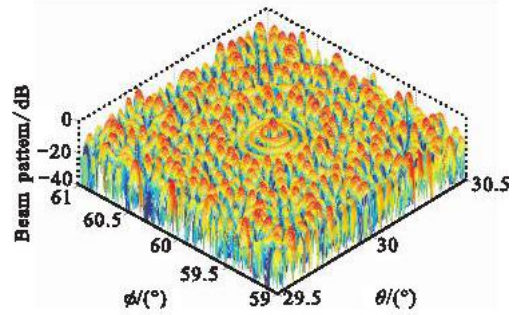


图4 t=0 时刻的波束图

Fig. 4 The beam pattern when t=0

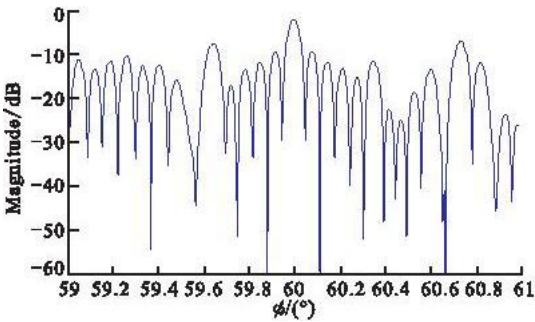


图5 t=0 时刻波束图方位角切面

Fig. 5 The azimuth section of beam pattern when t=0

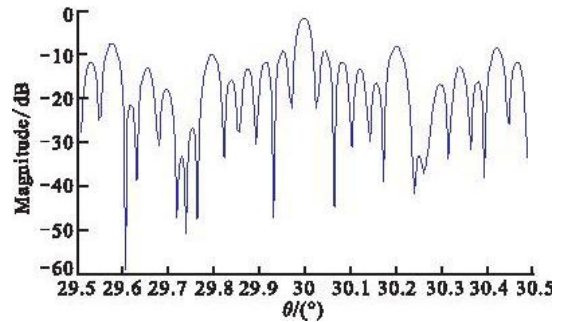


图6 t=0 时刻波束图俯仰角切面

Fig. 6 The elevation section of beam pattern when t=0

方位角和俯仰角 3 dB 波束宽度分别为  $0.05^\circ$  和  $0.03^\circ$ ,  $J_2$  项摄动导致卫星位置发生偏移,使波束指向发生偏移。图7和图8分别为  $t=920$  ms 时方位角和俯仰角切面图,此时方位角和俯仰角的波束指向分别偏移  $0.05^\circ$  和  $0^\circ$ ,偏移量在一个波束宽度内。当飞行时间大于 920 ms 时,偏移量超过一个波束宽度。

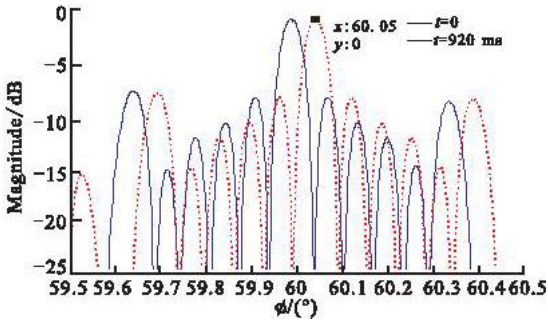


图7 t=920 ms 时波束图方位角切面

Fig. 7 The azimuth section of beam pattern when t=920 ms

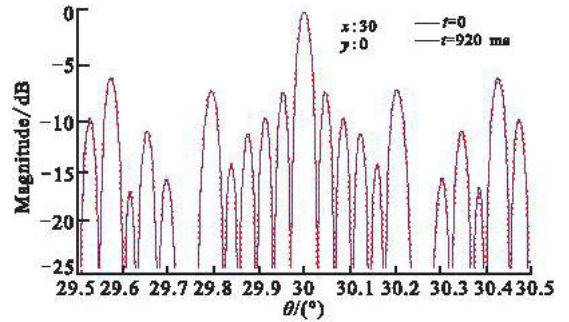


图8 t=920 ms 时波束图俯仰角切面

Fig. 8 The elevation section of beam pattern when t=920 ms

## 4 结束语

分布式天基雷达研究内容中较为关键的是摄动对分布式天基雷达卫星编队、波束形成的影响以及超稀疏阵列波束形成技术。本文通过对分布式天基雷达卫星编队和波束形成的仿真,定量分析了  $J_2$  项摄动影响下波束指向的偏移量,这对分布式天基雷达波束形成技术研究提供了重要的参考价值。

### 参考文献:

[1] Perry Mark E, Peter Alea. Earth observing - 1 spacecraft bus[C]//15th AIAA/USU small satellite conference. Logan, USA: SSC press, 2001:13-16.

- [2] Harri Laakso, Philippe Escoubet. Cluster: a microscope and a telescope for studying space plasmas[J]. Esa bulletin, 2005, 121(2):11-17.
- [3] Canavan G, Thompson D, Bekey I. Distributed space systems[C]//In new world vistas, air and space power for the 21st century. Colorado Springs: Air university press, 1996:123-145.
- [4] 梁甸农, 朱炬波, 董臻. 小卫星分布式雷达[J]. 中国基础科学, 2004, 6(6):6-10.  
LIANG Diannong, ZHU Jubo, DONG Zhen. Small-satellites-borne distributed radar[J]. China basic science, 2004, 6(6):6-10. (in Chinese)
- [5] 张育林, 曾国强, 王兆魁, 等. 分布式卫星系统理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.  
ZHANG Yulin, ZENG Guoqiang, WANG Zhaokui, et al. Theory and application of distributed satellite systems[M]. Beijing: Science press, 2008. (in Chinese)
- [6] 黄卫东, 张育林. 分布式小卫星合成孔径雷达的空间编队构形研究[J]. 电波科学学报, 2005, 20(2):207-211.  
HUANG Weidong, ZHANG Yulin. Configuration design of distributed small satellites synthetic aperture radar [J]. Chinese journal of radio science, 2005, 20(2):207-211. (in Chinese)
- [7] 李真芳, 保铮, 王彤. 分布式小卫星 SAR 系统地面运动目标检测方法[J]. 电子学报, 2005, 33(9):1664-1666.  
LI Zhenfang, BAO Zheng, WANG Tong. Ground moving target indication for distributed small satellite SAR systems [J]. Acta electronica sinica, 2005, 33(9):1664-1666. (in Chinese)
- [8] 王彤, 保铮, 廖桂生. 天基分布式雷达 GMTI 方法[J]. 电子学报, 2006, 34(3):399-403.  
WANG Tong, BAO Zheng, LIAO Guisheng. A new GMTI method of space-based distributed radar[J]. Acta electronica sinica, 2006, 34(3):399-403. (in Chinese)
- [9] 江朝抒, 汪学刚, 陈祝明. 一种分布式星载单脉冲雷达 GMTI 方法[J]. 电子学报, 2010, 38(4):949-953.  
JIANG Chaoshu, WANG Xuegang, CHEN Zhuming. GMTI for distributed space-based monopulse radar[J]. Acta electronica sinica, 2010, 38(4):949-953. (in Chinese)
- [10] 曾国强, 张育林. 编队飞行队形设计一般化方法[J]. 中国空间科学技术, 2003, 2(1):21-25.  
ZENG Guoqiang, ZHANG Yulin. Generalized method of formation flying configuration design[J]. Chinese space science and technology, 2003, 2(1):21-25. (in Chinese)

(编辑: 田新华)

## The Influence of $J_2$ Perturbation on Beamforming of Distributed Space - Based Radar

LI Zhi, JIANG Chao - shu, CHEN Zhu - ming

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** Small satellites of distributed Space - Based Radar (SBR) are inevitably affected by the perturbation. The perturbation affects not only the satellite formation but also the sparse array beamforming of radar. From the satellite relative motion equations, by using orbital perturbation equations and introducing the formation configuration parameters in, simulations on distributed SBR satellite formation using space circle formation are performed according to the requirement that the spacing between the distributed SBR and each member satellite should be small and stable. By using the simulation results of distributed SBR satellite formation under the influence of  $J_2$  perturbation, the beamforming simulations of distributed SBR and analysis of the beam pointing offset are given, which provide an important reference to the research on the beamforming technology of distributed SBR.

**Key words:** distributed space - based radar (distributed SBR); space circle formation;  $J_2$  perturbation; beamforming