

基于优化形状参数法构造机翼结构响应面

魏月兴, 陈小前, 许林

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 径向基插值函数中的形状参数决定了函数的近似能力。以提高 RBF 的近似能力为目的, 通过构造 RBF 的误差函数, 以优化的方法对形状参数进行选择。算例测试表明: 相比于 Kriging 模型, 算法有效地提高了 RBF 对高维问题的适应能力。最后将 RBF 应用于高空长航时机翼结构响应面的构造, 对机翼质量、蒙皮最大应力和机翼前缘位移的计算做近似, 获得了比较好的近似效果, 同时进一步验证了算法的有效性。

关键词: 径向基插值; 形状参数; 响应面

DOI: 10.3969/j.issn.1009-3516.2010.03.004

中图分类号: V423 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)03-0016-05

随着学科设计模型复杂度不断提高, 在优化过程中直接调用高精度模型的计算量越来越大, 所以, 在优化过程中往往需要构造响应面模型, 作为代理模型进行优化。在响应面的构造中, 以径向基插值函数做全局近似能够取得比较好的效果。但是在应用中往往凭经验选择一个形状参数, 导致精度不高^[1], 或者采用可变参数的方法, 需要求解 $N \times N$ 维 (N 是采样点个数) 的优化问题^[2-3], 计算量过大, 无法满足作为代理模型优化的速度要求。针对这些问题, 本文详细讨论了形状参数对近似的影响, 把参数的选择转化为一个带约束的优化形式, 从而在不大幅度增加计算量的前提下, 提高了响应面模型的精度。

1 径向基函数

在通用的函数近似方法中, 主要有多项式拟合(或插值)、Kriging 模型、神经网络和径向基函数(Radius Basis Function, RBF)等方法, RBF 由于具有各向同性、应用简单的优点^[4], 受到了广泛的关注。径向基函数的形式可以表示为:

$$\tilde{f} = \sum_{k=1}^N w_k \phi_k(r_{ik}) \quad (1)$$

式中: w_k 为每个样本点的权系数; N 为采样点个数; $\phi_k(r_{ik})$ 为基函数, 其中 r_{ik} 通常表示为某点 x_k 距中心点 x_i 欧氏距离, 即:

$$r_{ik} = \|x_i - x_k\| \quad (2)$$

常用的基函数形式^[1]主要有线性($\phi(r) = cr$), 高斯($\phi(r) = e^{-ar^2}$), MQ($\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2}$)等等。权系数可以通过求解线性方程组得到。

2 形状参数的影响

在 RBF 中, 基函数均有一个参数 c 需要确定, 因为 c 可以确定基函数的形状, 所以也可以称之为形状参

收稿日期: 2009-10-29

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-08-0149)

作者简介: 魏月兴(1985-), 男, 天津蓟县人, 博士生, 主要从事飞行器总体设计与分析研究;

E-mail: chfjhwyx@163.com

陈小前(1975-), 男, 湖南双峰人, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器器总体设计、多学科优化设计研究。

数。在采样点确定的情况下,形状参数直接决定了 RBF 的效果,对近似能力有很大的影响。

2.1 c 对条件数的影响

在求解 RBF 的权系数时,需要求解基函数矩阵 Φ 的逆矩阵。虽然已经证明 Φ^{-1} 是存在的^[5],但如果条件数过大, Φ^{-1} 的解是不准确的。这样,RBF 的精度必然受到影响。矩阵的条件数可以用它的最大最小特征值之比来确定:

$$C_{\Phi} = |\lambda_{\max} / \lambda_{\min}| \quad (3)$$

图 1 给出了基函数矩阵 Φ 的条件数与形状参数的关系。图 1 使用的函数为 Camelback 函数,采样点数为 20,二维变量设计空间 $[-1, 1]$,使用 MQ 作为基函数(如无特别说明,下文使用的 RBF 均采用此基函数)。

由图 1 可以看出,随着 c 的增大,矩阵的条件数上升的很快,矩阵的病态程度增强。由此带来求解 Φ^{-1} 不稳定,造成近似误差增大。

2.2 c 对误差的影响

使用径向基函数对 Rosenbroke 函数作近似,其均方根误差表示为:

$$R_{\text{mse}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (f_i - \tilde{f}_i)^2 / N} \quad (4)$$

式中: N 为用于验证的采样点个数; f_i 和 \tilde{f}_i 分别为真值函数值和近似函数值。

由图 2 可以看出,误差随 c 的增加先减小,当 c 增大至一个临界点以后,基函数矩阵条件数太大,模型计算精度无法保证,误差开始震荡。

Hardy 和 Franke 为 c 的选择提供了一个经验值^[2],这个值只是根据采样点的分布范围得出的。本文根据对 c 影响的分析,将 c 的选择归结为一个优化问题,以误差作为优化目标,以基函数矩阵的条件数作为约束条件。

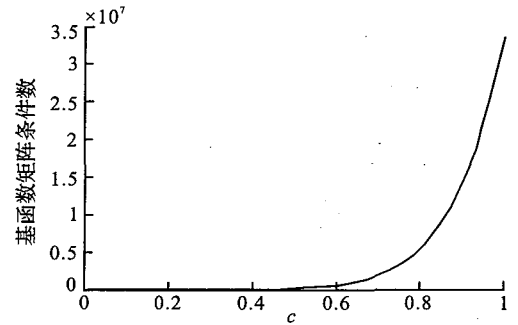


图 1 c 对条件数的影响

Fig. 1 Impacts to condition number of c

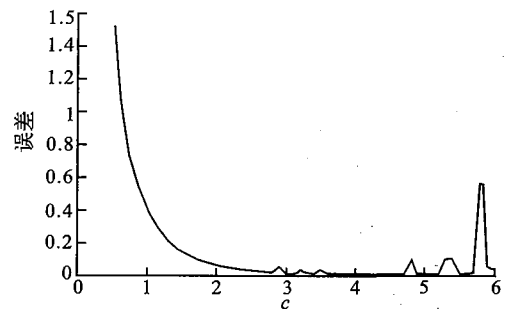


图 2 c 对误差的影响

Fig. 2 Impacts to error of c

3 优化形状参数法

对近似函数的误差有多种评价标准,代表性的方法有均方根误差、相对误差、绝对误差、交叉验证误差等。均方根误差是对整体近似能力的一个评价,本文选取此误差评价方法作为优化的目标函数。

构造的 RBF 可以看成是 c 的函数:

$$\tilde{f} - \tilde{f}(c) \quad (5)$$

再代入式(4),误差也可以看成是 c 的函数:

$$R_{\text{mse}} - R_{\text{mse}}(c) \quad (6)$$

从而可以确定优化函数的形式:

$$\begin{cases} \text{Find } c \\ \min R_{\text{mse}}(c) \\ \text{s. t. } C_{\Phi} < \theta \end{cases} \quad (7)$$

式中 θ 是基函数矩阵 Φ 的条件数的一个阈值。 θ 的大小取决于求解病态矩阵的能力,本文将 θ 取为 10^{15} 。

优化参数的步骤如下:

1) 试验设计选取采样点

如果没有已知数据,则需要进行试验设计来确定这些点。文献[6]对试验设计的方法进行了论述。采

样点代表的信息越多,近似函数的精确度越高。考虑到数据量和计算机实现,本文选择拉丁超立方试验设计^[7]。

2) 数据归一化

不同维的变量空间可能不同,必须使这些变量映射到同一空间。变量为 x 时,映射之后的变量为 $x' = \frac{x - x_l}{x_u - x_l}$, x_u 和 x_l 是变量的上下限。

3) 优化目标函数

由式(7)可以确定优化的目标函数和约束条件,选择优化算法进行优化。

4 测试函数

本文选取不同类型不同维数的测试函数对方法进行测试^[8],使用拉丁超立方进行一次性采样,总采样点数的70%用于构建近似模型,15%用于构建误差函数,另外的15%作为验证点对近似模型进行精度验证,见表1。

表1 测试函数
Tab. 1 Test function

| 序号 | 函数 | 变量设计空间 | 总采样点 |
|----|---|-------------------------|------|
| 1 | $f_1(x) = (4 - 2.1x_1^2 + x_1^4/3)x_1^2 + x_1x_2 + (4x_2^2 - 4)x_2^2$ | $-1 \leq x_i \leq 1$ | 40 |
| 2 | $f_2(x) = \sum_{i=1}^5 \left[\frac{3}{10} + \sin\left(\frac{16}{15}x_i - 1\right) + \sin^2\left(\frac{16}{15}x_i - 1\right) \right]$ | $-1 \leq x_i \leq 1$ | 100 |
| 3 | $f_3(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i \left(1 + \ln \frac{x_i}{x_1 + \dots + x_{10}} \right)$ | $-0.5 \leq x_i \leq 10$ | 200 |

为了表征误差的相对量,本文同时给出 R^2 参数,参数越接近1,表示模型越精确^[7]。 R^2 表示为式(8), \bar{f} 为真实函数值的平均值:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2}{\sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2} \quad (8)$$

为比较本文提出的算法的性能,将 RBF 近似的效果与 Kriging 模型^[9]的效果(带*的量)作对比,结果见表2。

表2 函数测试结果
Tab. 2 Results of test function

| 序号 | R_{mse*} | R_{mse} | R^2_* | R^2 | c |
|----|------------|-----------|---------|---------|---------|
| 1 | 0.162 7 | 0.080 2 | 0.953 8 | 0.988 8 | 0.493 7 |
| 2 | 0.128 9 | 0.069 5 | 0.548 1 | 0.868 5 | 2.47 2 |
| 3 | 2.872 6 | 0.910 7 | 0.946 4 | 0.994 6 | 1.962 |

由表2可以看出,相比于 Kriging 模型,本文提出的参数选择方法构造的 RBF 近似精度较高,显著提高了近似能力,特别是对于较高维的函数近似,RBF 方法的优势更加明显。

5 机翼结构响应面

5.1 高空长航时机翼结构

该机翼结构以亚声速临近空间飞行器的机翼^[10]为基础,见图3。

机翼由蒙皮、加强板和结构板3部分组成。结构板沿翼展方向等间距分布,加强板位于结构板的3等分点。两种板的长度和高度均根据翼根和翼梢的比例等比渐缩。

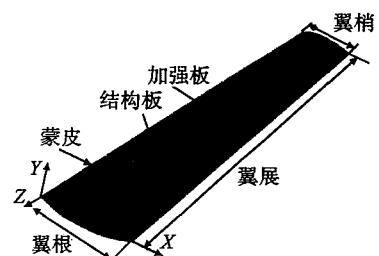


图3 机翼结构图
Fig. 3 Structure of wing

机翼的结构参数见表3,机翼的剖面形状通过3个控制点进行3次样条插值构造,见图4。

表3 机翼的结构参数

| 机翼部位 | 取值范围/m |
|-------|---------------|
| 翼展 | [2,6] |
| 翼根长度 | [1,2] |
| 翼梢长度 | [0.5,1.5] |
| 蒙皮厚度 | [0.002,0.006] |
| 结构板厚度 | [0.002,0.01] |
| 加强板厚度 | [0.002,0.01] |

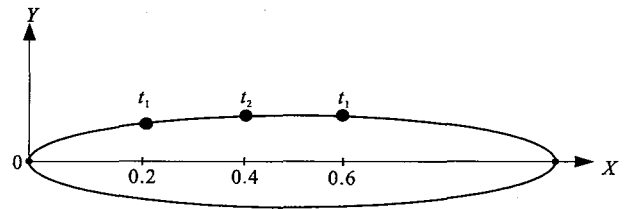


图4 机翼剖面

Fig.4 Profile of wing

这3个控制点位于相对于翼根的0.2、0.4和0.6倍弦长处。 Y 取值范围 $[0.02, 0.1]$ 。蒙皮上的压力由气动分析得到,在结构分析中,假定蒙皮上的压力固定不变。

5.2 近似效果

本算例中,结构计算的信息包括机翼的总质量 M 、蒙皮上所受的最大应力 S 和机翼前缘的最大位移 D 。

机翼的参数化模型由 Patran 提供的 PCL 语言开发,并提取相应的结果。试验设计和数据管理使用 iSIGHT 进行组织。共进行有效仿真 579 次,选择前 200 个点构造 RBF 模型,100 个点构造误差函数,再用 100 个点验证模型精度。为了对比和参照,本文同样给出了 Kriging 模型对数据的均方根误差 R_{mse} 和相对误差 R^2 。试验结果见表4。可以看出,本文提出的方法整体上优于 Kriging 模型的近似效果,在应力和位移近似中体现的更为明显。

表4 机翼近似结果

Tab.4 Results of approximation

| 计算内容 | R_{mse} | R_{mse} | R^2 | R^2 | c |
|------|-----------|-----------|---------|---------|---------|
| M | 34.45 | 24.13 | 0.857 4 | 0.930 1 | 1.262 |
| S | 6.81E+06 | 4.91E+06 | 0.710 3 | 0.849 5 | 0.658 1 |
| D | 0.008 0 | 0.004 6 | 0.147 6 | 0.714 1 | 1.827 |

6 结束语

本文研究了径向基函数中形状参数 c 对插值精度的影响,得到了以下基本结论:一方面,在某一个区间内 c 的增大能够减小误差;另一方面, c 的增大使得基函数矩阵条件数增大,导致矩阵求逆的困难,近似误差震荡。根据这些特点,本文提出以条件数为约束条件,优化误差函数的方法来选择形状参数。测试函数的结果表明:优化参数法构造的 RBF 模型适应能力强,特别对于高维问题,优化参数法精度明显优于 Kriging 模型。本文将优化参数法应用于机翼结构响应面的构造,取得了较好的近似效果,同时验证了该算法在工程应用上的可行性。

参考文献:

- [1] Krishnamurthy T. Comparison of Response Surface Construction Methods for Derivative Estimation Using Moving Least Squares, Kriging and Radial Basis Functions [R]. AIAA 2005 - 1821.
- [2] Kansa E J, Carlson R E. Improved Accuracy of Multiquadric Interpolation Using Variable Shape Parameters [J]. Comp Math with Applications, 1992, 24(12): 99 - 120.
- [3] Rippa S. An Algorithm for Selecting A Good Value for the Parameter c in Radial Basis Function Interpolation [J]. Adv Comp Math, 1999(11): 193 - 210.
- [4] 张雄,刘岩. 无网格法 [M]. 北京:清华大学出版社,2005.
ZHANG Xiong, LIU Yan. Meshless Methods [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [5] 吴宗敏. 散乱数据拟合的模型、方法和理论 [M]. 北京:科学出版社,2008.
WU Zongmin. The Model, Methods and Theory of Random Data Fitting [M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [6] 陈魁. 试验设计与分析 [M]. 北京:清华大学出版社,2003.
CHEN Kui. Design and Analysis of Experiments [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. (in Chinese)
- [7] 方开泰. 均匀试验设计的理论、方法和应用——历史回顾 [J]. 数理统计与管理, 2004, 23(3): 69 - 80.

- FANG Kaitai. Theory, Method and Application of Uniform Design of Experiment: A Review of History [J]. *Mathematical Statistics and Management*, 2004, 23(3): 69-80. (in Chinese)
- [8] Mullur Anoop A, Messac Achille. Extended Radial Basis Functions: More Flexible and Effective Metamodeling [R]. AIAA 2004-4573.
- [9] Simpson Timothy W, Mauery Timothy M. Comparison of Response Surface and Kriging Models for Multidisciplinary Design Optimization [R]. AIAA 98-4755.
- [10] Marcel M J, Baker J. Interdisciplinary Design of A Near Space Vehicle [C] // Proceedings of Southeast Conference. Richmond: IEEE Press, 2007: 421-426.

(编辑:徐敏)

Response Surface Construction of Wing Structure with Optimal Shape Parameter

WEI Yue-xing, CHEN Xiao-qian, XU Lin

(Collage of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

ABSTRACT: The shape parameter in Radius Basis Function (RBF) determines RBF's ability of approximation. Aimed to improve the ability, the error function of RBF is build, and then the shape parameter is chosen by optimization of the error function. The results of test functions show that the algorithm proposed here is much more adaptable to higher dimensional problems than Kriging model. Compare with Kriging, when the present algorithm is used in building Response Surface of wing structure, better approximation results are obtained in the computation of the mass of wing, the maximum stress of skin and the front edge displacement of wing. The effectiveness of the algorithm is further verified at the same time.

Key words: radius basis interpolation function; shape parameter; response surface

(上接第5页)

- [12] GB/T 16925-1997. 混凝土及其制品耐磨性试验方法(滚珠轴承法) [S].
GB/T 16925-1997. Standard Test Method of Wear Resistance on Concrete and Goods (Ball Bearing Method) [S]. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

Performance of Airport Pavement Self-compacting Alkali-activated Concrete

WU Yong-gen, CAI Liang-cai, FU Ya-wei

(Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Aimed at high strength, durability requirements of airport pavement concrete, by adding Na_2SiO_3 and NaOH complex activator in slag, self-compacting alkali-activated concrete (AAC) is prepared with slump 160 mm and upwards, flexural strength 7 d and 28 d respectively reaching 7.6 MPa and 8.5 MPa. Its durability, distortion, construction and economy performances are also studied by comparing with porland concrete. The results show that the anti-permeability, anti-frozen, corrosion resistance and abrasion resistance of SCAAC are superior to the porland concrete, and its anti-permeability rank exceeds S40, anti-frozen rank exceeds F300, sulfate resistance and abrasion are excellent. The Alkali-activated concrete is of low deformation concrete but with ratherish great early deformation, therefore early keep should be reinforced. AAC can meet the requirements of airport pavement in workability, strength, durability, constructing and economy, and it can be applied to the construction of airport pavement.

Key words: airport pavement; alkali-activated concrete; strength; durability