

圆柱螺旋弹簧可靠性优化设计

龚小平¹, 刘毅静¹, 崔利杰²

(1. 空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051; 2. 93544 部队, 河北 定兴 072650)

摘 要:首先分析了圆柱螺旋弹簧静强度和疲劳强度可靠性模型建立方法,推导了其可靠性计算的公式和应力强度的分布形式。其次为充分发挥零件材料的效能同时又要考虑到零件的可靠性指标,以圆柱螺旋弹簧的质量为优化的目标函数,利用机械可靠性设计和机械最优化设计方法,在弹簧常规约束和可靠性约束基础上,建立了可靠性优化设计计算模型。最后,结合优化工具和上述优化模型对具体实例进行了应用计算,并分析对比了可靠性优化设计和常规优化设计的结果,说明所提可靠性优化设计方法实用、可靠,能最大程度地满足设计要求。

关键词:优化设计;可靠性;圆柱螺旋弹簧

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2010.02.017

中图分类号: TM282 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)02-0077-04

弹簧是一种常见的机械零件。虽然弹簧结构简单,但在设备中所起作用巨大,广泛用于缓冲、减振、控制^[1-2]。如果产生损坏就会给机器的部件乃至整个机器带来严重后果。传统的弹簧设计是以经验公式、图表、手册等作为设计依据,其体积和重量及其承载能力主要取决于传统参数的选择^[3],但是这种设计方法取到的参数都是离散值,难以取到最优解。常规的优化设计方法^[4-5]对可靠性考虑于保守,不能充分发挥零件材料的效能。并且常规优化设计方法在设计中未能考虑可靠性指标,难以反映产品的真实情况。可靠性设计方法在设计中未能考虑成本、重量、体积等指标,对某些设计问题,仅单独采用优化设计方法或可靠性设计方法进行设计,很难得到理想的设计结果。而可靠性优化设计方法正好可以弥补二者不足,将优化技术与可靠性设计理论相结合^[6]。基于这种思想,本文以圆柱螺旋压缩弹簧为例(拉伸弹簧类似),建立了可靠性优化设计模型,探索一种新的有效的机械优化设计方法。

1 圆柱螺旋弹簧的强度可靠性模型

1.1 静强度应力分布

1) 应力分布。圆柱螺旋弹簧在轴向载荷 F 作用下的最大剪切应力和标准差^[7]为:

$$\bar{\tau} = 8k_{\tau} \bar{F} \bar{D}_2 / \pi \bar{d}^3 \quad (1)$$

$$\sigma_{\tau} = 8 \left[(\bar{F} \bar{D}_2 / \bar{d}^3)^2 \sigma_{k_{\tau}}^2 + (\bar{k}_{\tau} \bar{D}_2 / \bar{d}^3)^2 \sigma_{D_2}^2 + (\bar{k}_{\tau} \bar{F} / \bar{d}^3)^2 \sigma_F^2 + (3\bar{k}_{\tau} \bar{F} / \bar{d}^4)^2 \sigma_d^2 \right]^{1/2} / \pi \quad (2)$$

式中: d, D_2 分别为弹簧丝的直径、弹簧中径,其标准差 σ_d, σ_{D_2} 见文献[7]; k_{τ} 为弹簧剪切应力曲度系数, $k_{\tau} = (4C - 1) / (4C - 4) + 0.615 / C$, $C = D_2 / d$; 标准差 $\sigma_{k_{\tau}} \approx 0.045$ 。

2) 强度分布。据相关文献[7]查得弹簧丝的拉伸强度平均值 $\bar{\delta}_B$ 、标准差 σ_{δ_B} , 由拉伸强度得剪切应力强度平均值 $\bar{\delta}_{\tau}$ 及标准差 $\sigma_{\delta_{\tau}}$ 为 $\bar{\delta}_{\tau} = 0.432\bar{\delta}_B$, $\sigma_{\delta_{\tau}} = C_{\delta_{\tau}} \sigma_{\delta_B}$, $C_{\delta_{\tau}}$ 为 δ_{τ} 的变差系数,且 $C_{\delta_{\tau}} = C_{\delta_B}$ 。

1.2 疲劳强度应力强度分布模型

1) 应力分布。当弹簧受疲劳载荷作用时假设受力范围为 $F_{\min} - F_{\max}$, 则平均载荷 F_m 和载荷幅 F_a ^[8] 分别为:

* 收稿日期:2009-10-12

作者简介:龚小平(1957-),男,陕西城固人,教授,主要从事工程图学与机械设计研究. E-mail:xaqq@sina.com.

$$F_m = (F_{\max} + F_{\min})/2 \quad (3) \quad F_a = (F_{\max} - F_{\min})/2 \quad (4)$$

循环特性特征系数 r 为:

$$r = F_{\min}/F_{\max} \quad (5)$$

令 $\tan\alpha = (1-r)/(1+r)$, 假定载荷较平稳, 即 $\sigma_{F_m} = 0$, 弹簧的剪切应力均值 $\bar{\tau}_r$ 和标准差 σ_{τ_r} 为:

$$\bar{\tau}_r = \tau_m \sqrt{1 + \tan^2\alpha} = \frac{8\bar{F}_m\bar{D}_2}{\pi d^3} \left(\frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \right) \sqrt{1 + \tan^2\alpha} \approx \frac{3.31\bar{F}_m\bar{D}_2^{0.91}}{d^{2.91}} \sqrt{1 + \tan^2\alpha} \quad (6)$$

$$\sigma_{\tau_r} = \left[(0.91/\bar{D}_2)^2 \sigma_{D_2}^2 + (2.91/d)^2 \sigma_d^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

2) 强度分布。取剪切强度平均值 $\bar{\tau}_B = 0.5\delta_B$ 和标准差 $\sigma_{\tau_B} = 0.03\delta_B$, 由文献[7]得弹簧的对称剪切疲劳极限分布均值 $\delta_{\tau_{-1}}$ 和标准差 $\sigma_{\delta_{\tau_{-1}}}$ 为:

$$\delta_{\tau_{-1}} = k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 \delta_B \quad (8)$$

$$\sigma_{\delta_{\tau_{-1}}} = \bar{\delta}_{\tau_{-1}} \left[(\sigma_{k_1}/k_1)^2 + (\sigma_{k_2}/k_2)^2 + (\sigma_{k_3}/k_3)^2 + (\sigma_{k_4}/k_4)^2 + (\sigma_{k_5}/k_5)^2 + (\sigma_{\delta_B}/\delta_B)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

式中: k_1 为弹簧拉伸疲劳强度与材料拉伸强度的比值; k_2 为弹簧剪切疲劳强度与拉伸疲劳强度的比值; k_3 为应力集中系数; k_4 为表面质量系数; k_5 为环境温度系数, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 的取值见文献[9]。

由上述值可求弹簧剪切疲劳强度极限的均值 $\bar{\delta}_{\tau_r}$:

$$\bar{\delta}_{\tau_r} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\tan\alpha\bar{\tau}_B}{\bar{\tau}_{-1}} + \sqrt{\left(\frac{\tan\alpha\bar{\tau}_B}{\bar{\tau}_{-1}}\right)^2 + 4\bar{\tau}_B^2} \right) \sqrt{1 + \tan^2\alpha} \quad (10)$$

由于其 3σ 下限为:

$$\delta_{\tau_r} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\tan\alpha(\bar{\tau}_B - 3\sigma_B)}{\bar{\tau}_{-1} - 3\sigma_{\tau_{-1}}} + \sqrt{\left(\frac{\tan\alpha(\bar{\tau}_B - 3\sigma_B)}{\bar{\tau}_{-1} - 3\sigma_{\tau_{-1}}}\right)^2 + 4(\bar{\tau}_B - 3\sigma_B)^2} \right) \sqrt{1 + \tan^2\alpha} \quad (11)$$

则标准差 $\sigma_{\delta_{\tau_r}}$ 为:

$$\sigma_{\delta_{\tau_r}} = (\bar{\delta}_{\tau_r} - \delta_{\tau_r})/3 \quad (12)$$

1.3 可靠性模型

静强度和疲劳强度下圆柱螺旋弹簧应力和强度近似服从正态分布^[7], 则其可靠度^[10]为:

$$R = P(\delta_{\tau} > \tau) = \Phi\left(\frac{\bar{\delta}_{\tau} - \tau}{\sqrt{\sigma_{\delta_{\tau}}^2 + \sigma_{\tau}^2}}\right) \quad (13)$$

2 弹簧的可靠性优化设计

2.1 设计变量

圆柱螺旋弹簧的设计可由以下参数确定: 弹簧丝的直径 d , 弹簧中径 D_2 和工作圈数 n , 所以设计变量 $\mathbf{X} = [d, D_2, n]^T = [x_1, x_2, x_3]^T$ 。

2.2 目标函数

以弹簧的重量为目标函数, 弹簧的质量:

$$f(\mathbf{X}) = \pi^2 \rho x_1^2 x_2 (x_3 + n_2) / 4 \quad (14)$$

式中: n_2 为弹簧支承圈数; ρ 为弹簧丝的密度。

2.3 约束条件

1) 旋绕比约束。根据旋绕比(弹簧指数) $C = D_2/d$ 的范围: $4 \leq x_2/x_1 \leq 18$, 得:

$$g_1(\mathbf{X}) = 4 - x_2/x_1 \leq 0 \quad (15) \quad g_2(\mathbf{X}) = x_2/x_1 - 18 \leq 0 \quad (16)$$

2) 稳定性约束。根据弹簧的稳定条件^[9], 有:

$$g_3(\mathbf{X}) = 1.5x_1/x_2 + 0.5x_3 - b_c \leq 0 \quad (17)$$

式中 b_c 为临界高径比, 根据弹簧的支承方式不同而异。当两端固定时, $b_c = 5.3$; 当一端固定时另一端可转动时, $b_c = 3.7$; 当两端均可转动时 $b_c = 2.6$ 。

3) 共振性约束。根据承受高速交变载荷而弹簧不产生共振的要求, 弹簧的自振频率 f 应远离其受载变化频率 f_r , 由此得约束^[9]:

$$g_4(\mathbf{X}) = f_r - 0.356 \times 10^5 x_1/x_2^2 x_3 \leq 0 \quad (18)$$

4) 不碰圈的要求。根据弹簧在最大工作载荷时不碰圈的要求,即:

$$H_0 - \delta_{\max} \geq H_b \quad (19)$$

式中: H_0 为弹簧自由高度; δ_{\max} 为最大工作载荷 F_{\max} 下的变形量;弹簧并紧高度 $H_b \approx (n + 1.5)d$ 。

由上式可得约束条件为:

$$g_5(\mathbf{X}) = H_b - H_0 + \delta_{\max} \leq 0 \quad (20)$$

5) 可靠性约束。假设弹簧的设计要求可靠度为 R_0 , 则可靠性约束^[8]为:

$$g_6(\mathbf{X}) = R_0 - R \leq 0 \quad (21)$$

6) 弹簧变量的规定范围约束。由 $d_{\min} \leq d \leq d_{\max}$, $D_{2\min} \leq D_2 \leq D_{2\max}$, $n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$ 可得约束条件:

$$\begin{aligned} g_7(\mathbf{X}) = d_{\min} - x_1 \leq 0, \quad g_8(\mathbf{X}) = x_1 - d_{\max} \leq 0, \quad g_9(\mathbf{X}) = D_{2\min} - x_2 \leq 0 \\ g_{10}(\mathbf{X}) = x_2 - D_{2\max} \leq 0, \quad g_{11}(\mathbf{X}) = n_{\min} - x_3 \leq 0, \quad g_{12}(\mathbf{X}) = x_3 - n_{\max} \leq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

由此,可以构造出圆柱弹簧的可靠性优化设计模型^[10]为求解:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} = [d, D_2, n]^T = [x_1, x_2, x_3]^T \Rightarrow \min f(\mathbf{X}) = \pi^2 \rho x_1^2 x_2 (x_3 + n_2) / 4 \\ \text{s. t. } g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 12) \end{aligned} \quad (23)$$

3 设计举例及结果分析

一发动机气门弹簧,已知安装高度 $H = 50.8$ mm,安装载荷 $F = 27.2 \times 9.8$ N,最大工作载荷 $F_{\max} = 68 \times 9.8$ N;工作行程 $h = 10.16$ mm,弹簧的工作频率 $f = 50$ Hz,弹簧丝用油淬回火的 50CrV_a 钢丝;弹簧丝直径 $4 \text{ mm} \leq d \leq 10 \text{ mm}$,弹簧中径 $20 \text{ mm} \leq D_2 \leq 50 \text{ mm}$,弹簧总圈数为 $4 \leq n \leq 50$,支承圈数 $n_2 = 1.75$,旋绕比 $C \geq 6$,这里采取两端固定,设计一个最轻质量的弹簧。

以设计可靠度 $R_0 = 0.999$ 进行可靠性优化设计的可靠性约束,结合上述方法建立可靠性优化设计模型,用 Matlab 优化工具箱^[11]进行优化计算。将上述结果与常规优化设计结果比较见表 1。

表 1 优化结果对比

Tab. 1 Comparison of two optimal results

	计算值	圆整后	弹簧中径	圆整后	弹簧总	质量	可靠度
	d/mm	d/mm	D_2/mm	D_2/mm	圈数	$f(\mathbf{X})/\text{kg}$	R
常规优化设计	6.070 2	6	40.05	40	6.75	0.236 5	≥ 0.999 999 99
可靠性优化设计	5.682	5.5	38.199	38	6.25	0.177 0	≥ 0.999

4 结论

1) 本文提供了一种有效实用的弹簧优化设计模型,根据这种模型可以方便地进行弹簧的优化。从计算结果可以看出,该优化方法比常规设计方法有明显地改善,在保证弹簧可靠的情况下有效地减少了弹簧质量(大约减少了 24.8%),且对各参数结果进行圆整后对弹簧的可靠性有进一步提高。

2) 通过对机械产品参数的可靠性优化设计,使设计的产品具有良好的技术性能指标、低廉的成本和合理的可靠性水平,还能最大程度地满足设计及使用要求。

参考文献:

- [1] 曹辉荣. 日本汽车发动机气门弹簧的发展[J]. 国外内燃机, 1998, 30(3): 58-61.
CAO Huirong. Japan's Development of Automotive Engine Valve Spring[J]. Foreign Internal Combustion Engine, 1998, 30(3): 58-61. (in Chinese)
- [2] 李秀山, 秦德, 夏淑敏. 浅淡汽油发动机气门弹簧[J]. 摩托车技术, 2003, 16(2): 38-40.
LI Xiushan, QIN De, XIA Shumin. An Elementary Introduction to the Valve Spring of Gasoline Engines[J]. Motorcycle Technology, 2003, 16(2): 38-40. (in Chinese)
- [3] 余俊, 全永昕, 余梦生, 等. 机械设计[M]. 北京: 高等教育出版社, 1986.
YU Jun, QUAN Yongxin, YU Mengsheng, et al. Mechanical Design[M]. Beijing: High Educational Press, 1986. (in Chi-

nese)

- [4] 曹坤,苏桂生. 基于 MATLAB 的圆柱螺旋弹簧优化设计[J]. 机械工程与自动化,2007,26(5): 39-41.
CAO Kun, SU Guisheng. Optimization Design of Cylinder Helix Spring Based on MATLAB[J]. Mechanical Engineering & Automation,2007,26(5): 39-41. (in Chinese)
- [5] 张世安,黄靖远,郭惠昕. 圆柱螺旋弹簧的优化设计[J]. 水利电力机械,2001;23(6):11-12.
ZHANG Shian, HUANG Jingyuan, GUO Huixin. The Optimal Design of Cylindrical Spiral Spring[J]. Water Conservancy & Electric Power Machinery,2001,23(6):11-12. (in Chinese)
- [6] Youn B D, Choi K K. A New Response Surface Methodology for Reliability - based Design Optimization[J]. Computer and Structures, 2004, 82(2):241-256.
- [7] 刘惟信. 机械可靠性设计[M]. 北京:清华大学出版社,1996: 370-375.
LIU Weixin. Mechanical Reliability Design[M]. Beijing: Tshinghua University Press, 1996: 370-375. (in Chinese)
- [8] 吴波,黎明发. 机械零件与系统可靠性模型[M]. 北京:化学工业出版社, 2003:222-240.
WU Bo, LI Mingfa. Mechanical Parts and System Reliability Model[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2003: 222-240. (in Chinese)
- [9] 张英会,刘辉航,王德成. 弹簧手册[M]. 北京:机械工业出版社, 1997:237-246.
ZHANG Yinghui, LIU Huihang, WANG Decheng. The Spring Manual[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1997: 237-246. (in Chinese)
- [10] 刘惟信. 机械最优化设计[M]. 北京:清华大学出版社,1994: 305-309.
LIU Weixin. Mechanical Optimal Design[M]. Beijing: Tshinghua University Press, 1996:305-309. (in Chinese)
- [11] 王沫然. MATLAB 与科学计算[M]. 北京:电子工业出版社,2005:323-327.
WANG Moran. MATLAB and Scientific Computation[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2005: 323-327. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)

Reliability Optimization Design of Cylindrical Helical Spring

GONG Xiao - ping¹, LIU Yi - jing¹, CUI Li - jie²

(1. Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Unit 93544, Dingxing 072650, Hebei, China)

Abstract: Firstly, the methodology for building up the model for the static strength and fatigue strength reliability of cylindrical helical spring is analyzed, and the computational formulas and distributions of the stress and strength are derived. Secondly, with the individual characteristics of mechanical optimization design and reliability, taking the spring's mass as the objective function and based on the traditional constraints and reliability constraints of the spring, the mathematic model of reliability optimum design of cylindrical helical spring is established to make full use of the materials and consider the reliability of the part. At last, combing the optimal tools with the optimization model, the proposed method is applied to a practical example, the results of the reliability optimization and the traditional optimization are compared and analyzed, which show that the proposed method of the reliability optimization designing is practical, reliable and can satisfy the demands of designing to the full extent.

Key words: optimization design; reliability; cylindrical helical spring