

压电智能结构的一类非线性控制器设计方法

李 宁¹, 程 礼²

(1. 空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051; 2. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘 要:根据重置微分方程理论,提出了压电智能结构的一类非线性振动控制器设计方法。通过模拟压电分流阻尼开关系统的作用效果,设计了一个满足 Lyapunov 稳定性的非线性控制器,建立了被控系统的动力学模型,研究了控制器的控制算法,模拟电路中电感、电阻的数值以及开关的作用仅仅作为数学表达式存在于控制器的设计中,克服了被动压电分流阻尼技术存在要求大物理电感的缺陷,同时提高了控制器的环境适应性。悬臂梁的数值仿真结果表明控制器不仅能够较好地控制被控目标模态,而且对其它模态也有一定的抑制效果。

关键词:重置微分方程;压电材料;分支电路;振动控制;非线性

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2010.01.020

中图分类号: TB53;032 **文献标识码:** A **文章编号:**1009-3516(2010)01-0087-04

近年来,被动压电分流阻尼技术^[1]由于具有良好的控制性能受到人们的广泛关注^[2-3],提出了多种不同分支电路构型,如被动分支电路^[1,4],具有状态开关^[5]和脉冲开关^[6-7]的半主动分支电路,以及主被动杂交分支电路^[8-9]等。但被动压电分流阻尼技术也有其缺陷,当抑制低频振动时,需要的电感数值相当大,并且对环境的改变非常敏感,一旦被控结构的固有频率因环境而改变时,系统就会失调,大大降低被动压电分流阻尼技术的减振效果。为避免大电感的要求,文献[10]提出了压电分流阻尼技术的虚拟实现方法,即用主动控制的方法模拟被动压电分流阻尼器的效果,但所设计的虚拟压电分流阻尼器属于线性系统。

本文根据重置微分方程理论^[11-12],采用主动控制的方法,设计一个满足 Lyapunov 稳定性的非线性反馈控制器来模拟压电分流阻尼开关系统的作用效果。

1 非线性控制器设计

1.1 系统模型

不失一般性,研究如图 1 所示的被控结构,2 个相同的压电元件粘接在被控结构上下表面的同一位置,其中一个作为作动器,与一个被模拟的压电开关分支电路系统相连接,另一个作为传感器。对于许多常见的梁和板等结构,可以假设两个压电元件的应变场相同。采用结构偏微分方程的离散化方法^[13],建立被控结构的离散模型为:

$$M\dot{q} + Cq + Kq + HQ = f(t) \quad (1)$$

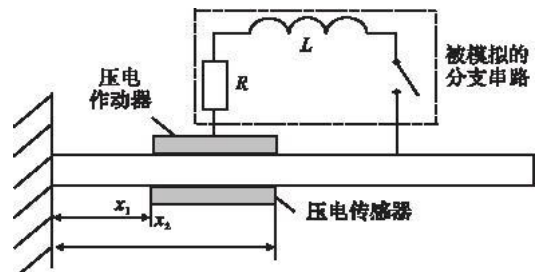


图 1 悬臂梁和被模拟的压电开关分支电路系统

Fig. 1 Schematic of a cantilever beam with emulated piezoelectric switching shunt circuit

* 收稿日期:2009-05-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10272087);陕西省自然科学基金资助项目(2007014)

作者简介:李 宁(1964-),女,广西北海人,副教授,博士,主要从事智能结构与振动控制研究;

E-mail:lining-cheng@yahoo.com.cn

程 礼(1963-),男,黑龙江哈尔滨人,教授,博士生导师,主要从事航空发动机结构强度与振动研究。

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 分别为质量、阻尼和刚度矩阵; \mathbf{H} 是机电耦合向量; Q 是作用于压电元件上的电荷; \mathbf{q} 是广义位移向量; $\mathbf{f}(t)$ 是广义力向量。作动器和传感器的方程为:

$$L\dot{Q} + RQ + Q/C_p + \mathbf{H}^T \mathbf{q} = 0 \quad (2) \quad V_s = \mathbf{H}^T \mathbf{q} \quad (3)$$

式中: L 和 R 分别为模拟电路中的电感和电阻; C_p 是压电元件的等效电容; V_s 是传感器电压。将被控结构的离散模型式(1)写成状态方程形式,有:

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{p1} \\ \dot{\mathbf{x}}_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{F}_p(\mathbf{x}_p, \mathbf{u}) \quad (4)$$

$$\text{式中: } \mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{p1} \\ \mathbf{x}_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}; \mathbf{F}_p(\mathbf{x}_p, \mathbf{u}) = - \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \mathbf{x}_p + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{f} - \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}。$$

控制器将模拟压电开关分支电路的效果。将式(2)写成控制器的状态方程,有:

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Q} \\ \ddot{Q} \end{bmatrix} = \mathbf{F}_c(\mathbf{x}_c, y) \quad (5)$$

$$\text{式中: } \mathbf{x}_c = \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ \dot{Q} \end{bmatrix}; \mathbf{F}_c(\mathbf{x}_c, y) = - \begin{bmatrix} R & L \\ L & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{C_p} & 0 \\ 0 & -L \end{bmatrix} \mathbf{x}_c - \begin{bmatrix} R & L \\ L & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix}。$$

控制器方程中的参数 L 和 R 根据被动压电分流阻尼的最优设计方法确定^[13]。

以上状态方程中的控制输入为:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_c(\mathbf{x}_c, y) = \mathbf{H}Q = \mathbf{H}x_{c1} \quad (6)$$

$$\text{输出方程为: } y(t) = G_p(\mathbf{x}_p(t)) = \mathbf{H}^T \mathbf{q} = \mathbf{H}^T \mathbf{x}_{p1} = V_s \quad (7)$$

即系统的输出为压电传感器电压。取被控系统的机械能 $U_p(\mathbf{x}_p)$ 作为被控能量,再选取被模拟的压电分支电路的能量 $U_c(\mathbf{x}_c, y)$ 作为模拟能量,那么整个闭环系统的总能量为:

$$U(x) = U_p(\mathbf{x}_p) + U_c(\mathbf{x}_c, y) = 1/2 \mathbf{x}_{p2}^T \mathbf{M} \mathbf{x}_{p2} + 1/2 \mathbf{x}_{p1}^T \mathbf{K} \mathbf{x}_{p1} + x_{c1}^2 / 2C_p + 1/2 L x_{c2}^2 \quad (8)$$

由此得到整个闭环系统的重置微分方程形式^[11-12]为:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t)), t \neq t_k \quad (9) \quad \Delta \mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}(t)), t = t_k \quad (10)$$

式中:

$$\mathbf{F}(x) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_p(\mathbf{x}_p, \mathbf{G}_c(\mathbf{x}_c, G_p(\mathbf{x}_p))) \\ \mathbf{F}_c(\mathbf{x}_c, G_p(\mathbf{x}_p)) \end{bmatrix}; \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (11) \quad \boldsymbol{\eta}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\eta}_c(\mathbf{x}_c, G_p(\mathbf{x}_p)) \end{bmatrix} \quad (12)$$

系统的总能量变化率为:

$$\frac{dU(\mathbf{x})}{dt} = U'(\mathbf{x}) \mathbf{F}(\mathbf{x}) = -\mathbf{q}^T \mathbf{C}_b \mathbf{q} - RQ^2 \leq 0 \quad (13)$$

很显然,闭环系统所损耗的能量等于结构阻尼和电路中的电阻所损耗的能量。通过重置状态,可最大程度地减小系统的能量。选取控制器的重置状态,使:

$$\Delta \mathbf{x}^T(t) = \boldsymbol{\eta}^T(\mathbf{x}(t)) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -x_{c2}] \quad (14)$$

$$\text{有: } \mathbf{x}^T + \Delta \mathbf{x}^T = [\mathbf{q} \quad \mathbf{q} \quad Q \quad 0] \quad (15)$$

$$\text{由此可得: } U(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) - U(\mathbf{x}) = -1/2 L x_{c2}^2 = -\frac{1}{2} L Q^2 \leq 0 \quad (16)$$

由以上两式可知,在状态重置后,电路中的电流瞬间重置为 $I = Q = 0$,系统减小的能量与电感中所储存的能量相等。根据重置微分方程的定理^[12],闭环系统满足 Lyapunov 稳定性。

1.2 控制算法

理论上可以通过一个开关来实现上述状态重置,但实际上是不可能的。因为电感是一个储能元件,当电路断开后,电路中的电流不能跃变为零。本文通过一个控制器来实现状态的重置,该控制器模拟了图1所示的压电分支电路开关系统的作用效果,使虚拟电路中的电流发生跃变,所以也称为重置虚拟开关控制。

由式(6)可知系统的控制输入与作动器的电荷 Q 有关,为便于工程上的实现,将其转化为电压输入。对于 LR 串联分支电路,其作动器电压为:

$$V(t) = -(L\ddot{Q} + R\dot{Q}) \quad (17)$$

将上式代入式(2),考虑到式(3),求出作动器的电荷 Q ,再代入式(6)将控制输入转为电压输入,即:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_c(\mathbf{x}_c, \mathbf{y}) = \mathbf{C}_p \mathbf{H}(V - V_s) \quad (18)$$

整个控制过程可以这样描述,考虑到式(3),将传感器输出电压 V_s 代入控制器方程(2),计算 $I = \dot{Q}$,电流 $I = \dot{Q}$ 和电荷 Q 后,当 $I = \dot{Q} = 0$ 时,由式(14)经状态重置后,由式(17)计算电压 V ;否则,直接由式(17)计算电压 V 。

以上得到的控制电压 V 通过一个电压源施加于作动器上来完成反馈控制。控制器的设计原理是通过减小系统的总能量来抑制结构的振动,而不是抑制具体某一个模态振动,不是单一模态的振动控制方法。但是由被动压电分流阻尼技术的最优设计^[13]可知,在被动控制中,只有根据最佳频率调谐参数和最佳阻尼调谐参数来确定电路中电感和电阻的最佳值时,控制系统对被控模态的抑制效果才最好。

2 数值仿真

对一悬臂梁的振动控制进行仿真计算,系统参数^[13]为: $\rho_b = 2\ 700\ \text{kg/m}^3$, $E_b = 71\ \text{GPa}$, $\beta_{33} = 7.331 \times 10^7\ \text{V} \cdot \text{m/C}$, $h_{31} = 7.664 \times 10^8\ \text{N/C}$, $E_p = 63\ \text{GPa}$, $L_b = 0.3\ \text{m}$, $b = 0.02\ \text{m}$, $h_b = 0.005\ \text{m}$, $h_p = 0.006\ \text{m}$, $x_1 = 0.001\ \text{m}$, $x_2 = 0.041\ \text{m}$ 。取广义位移向量 \mathbf{q} 的前3项计算梁的响应。在自由端作用一幅值为 $0.05\ \text{N} \cdot \text{s}$ 的脉冲激励。

根据被动压电分流阻尼技术的最优设计方法^[13],当被控模态为梁的第一阶模态时,可计算出虚拟电感和电阻的最佳值分别为 $L_{\text{opt}1} = 274\ \text{H}$, $R_{\text{opt}1} = 2.99 \times 10^4\ \Omega$ 。在重置虚拟开关控制和被动压电分流阻尼技术^[13]控制下,系统的脉冲响应和模态坐标脉冲响应分别见图2和图3,可见被动压电分流阻尼技术对第一模态坐标脉冲响应的控制效果比重置虚拟开关控制好,但对第二和第三模态坐标脉冲响应基本没有控制效果,而重置虚拟开关控制对第一模态坐标脉冲响应的控制效果最好,而且对第二模态坐标脉冲响应也有较好的控制效果,总的控制效果优于被动压电分流阻尼技术。

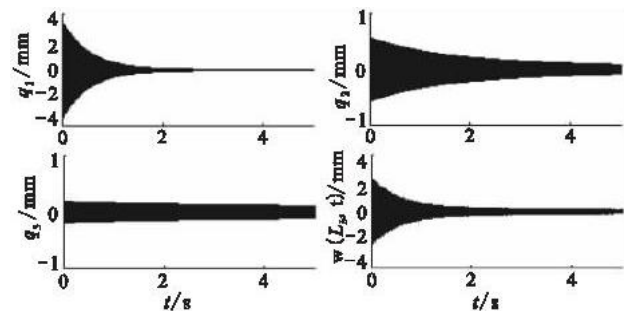


图2 重置虚拟开关控制时模态坐标和系统的脉冲响应(控制第一阶模态)

Fig.2 Pulse responses of the modal coordinates and system resetting virtual switching control (the first mode is controlled)

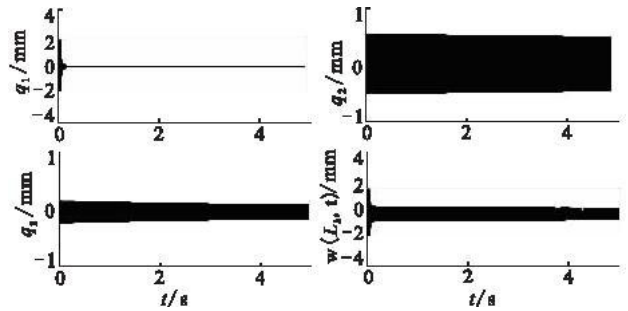


图3 被动控制时模态坐标和系统的脉冲响应(控制第一阶模态)

Fig.3 Pulse responses of the modal coordinates and system for passive control (the first mode is controlled)

当被控模态为梁的第二阶模态时,可计算出虚拟电感和电阻的最佳值分别为 $L_{\text{opt}2} = 6.977\ \text{H}$, $R_{\text{opt}2} = 3.52 \times 10^3\ \Omega$ 。由仿真结果可以得出和以上相同的结论。

3 结论

本文根据重置微分方程理论,提出重置虚拟开关控制技术,设计了一个满足 Lyapunov 稳定性的非线性控制器来模拟压电分流阻尼开关系统的作用效果。模拟电路中电感、电阻的数值以及开关的作用仅仅是作为数学表达式存在于控制器的设计中,不存在电感能量释放的问题,同时当被控结构的固有频率因环境而改变时,还可以调节电感和电阻的数值以适应环境的变化。该控制器有效地克服了被动压电分流阻尼技术存在的缺陷,避免了大的物理电感要求,同时提高了控制器的环境适应性,不仅能够较好地控制被控模态,而且

对其它模态也有一定的抑制效果。

参考文献:

- [1] Hagood N W, Von Flotow A. Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks [J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 146(21): 243 - 268.
- [2] Moheimani S O R. A Survey of Recent Innovations in Vibration Damping and Control Using Shunted Piezoelectric Transducers [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2003, 11(4): 482 - 494.
- [3] Lesieutre G A. Vibration Damping and Control Using Shunted Piezoelectric Materials [J]. Shock and Vibration Digest, 1998, 30(3): 187 - 195.
- [4] Wu S Y. Piezoelectric Shunts with A Parallel R - L Circuit for Structural Damping and Vibration Control [C]//Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials Conference: Passive Damping and Isolation. San Diego: [s. n], 1996: 259 - 269.
- [5] Clark W W. Vibration Control with State - switched Piezoelectric Materials [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2000, 11(4): 262 - 271.
- [6] Corr L R, Clark W W. Energy Dissipation Analysis of Piezoceramic Semi - active Vibration Control [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2001, 12(11): 729 - 736.
- [7] Corr L R, Clark W W. Comparison of Low - frequency Piezoelectric Switching Shunt Techniques for Structural Damping [J]. Smart Materials and Structures, 2002, 11: 370 - 376.
- [8] Tsai M S, Wang K W. on the Structural Damping Characteristics of Active Piezoelectric Actuators with Passive Shunt [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 221(1): 1 - 22.
- [9] Morgan R A, Wang K W. Active - passive Piezoelectric Absorbers for System under Multiple Non - Stationary Harmonic Excitations [J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 255(4): 685 - 700.
- [10] 李宁,程礼. 压电分流阻尼的虚拟实现[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2008, 9(4): 59 - 63
LI Ning, CHENG Li. Virtual Implementation Method of Piezoelectric Shunt Damping [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2008, 9(4): 59 - 63. (in Chinese)
- [11] Lakshmikantham V, Leela S, Kaul S. Comparison Principle for Impulsive Differential Equations with Variable Times and Stability Theory [J]. Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications, 1994, 22(4): 499 - 503.
- [12] Bupp R T, Bernstein D S, Chellaboina V S, et al. Resetting Virtual Absorbers for Vibration Control [J]. Journal of Vibration and Control, 2000, 6: 61 - 83.
- [13] 李宁,张景绘. 连续梁的压电分流阻尼模型[J]. 应用力学学报,2006, 23(3): 398 - 402.
LI Ning, ZHANG Jinghui. Piezoelectric Shunt Damping Model of Beam [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2006, 23(3): 398 - 402. (in Chinese)

(编辑:田新华)

A Nonlinear Controller Design of Smart Piezoelectric Structure

LI Ning¹, CHENG Li²

(1. Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China; 2. Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710038, China)

Abstract: A design method of a nonlinear vibration controller for smart piezoelectric structures is proposed based on resetting differential equations. A nonlinear vibration controller which fulfils the Lyapunov stability is worked out by emulating the effect of the switching system with piezoelectric shunt damping. A dynamical model of the plant and the control algorithm of the controller are developed, the inductor, the resistor and the switching action in the emulated circuit only "exist" as numerical representations inside the controller. The controller overcomes the disadvantages of the passive piezoelectric shunt damping technique, eliminates the need for a large physical inductor and has less sensitive to environmental changes. The simulation results for a cantilever beam show that the controller can suppress the structural vibration of controlled mode effectively and also has a certain contribution to vibration suppression for the other modes.

Key words: resetting differential equation; piezoelectric material; shunt circuit; vibration control; nonlinearity