

# 一种适于非线性非高斯目标跟踪的 MRIMMPF 算法

梁 波<sup>1</sup>, 陈晓羽<sup>1</sup>, 任宝祥<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空军工程大学 科研部, 陕西 西安 710051)

**摘 要:**为解决粒子滤波应用到 IMM 算法时计算量过大的问题,融合交互式多模型和粒子滤波,提出了一种采用多速率方法的交互式多模型粒子滤波(multirate interacting multiple model particle filter, MRIMMPF)算法。该算法采用多模型结构来跟踪任意机动的目标;使用一种 3 模型、one-third 速率/全速率跟踪算法,一个 one-third 速率模型处理非机动或微弱机动,2 个全速率模型用于机动模式,以处理非线性、非高斯问题。仿真结果表明,MRIMMPF 算法在性能上并不低于交互多模型粒子滤波(IMMPF)算法,但是计算量明显减小。

**关键词:**交互多模型;多速率;粒子滤波;非线性非高斯

**DOI:**10.3969/j.issn.1009-3516.2009.06.009

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2009)06-0036-05

在机动目标跟踪领域,次优的基于跳跃马尔可夫线性系统的多模型滤波算法得到了广泛的关注。IMM 算法通过马尔可夫转移概率对多模型进行自动切换,能跟踪目标的任意机动<sup>[1]</sup>。粒子滤波用一组随机抽样的有相应权值的粒子群来表示后验概率密度,因此不受非线性、非高斯问题的限制而被众多学者研究推广。文献[2]详细介绍了粒子滤波的原理,文献[3]开始把多模型与粒子滤波相结合,提出了多模型的粒子滤波(IMMPF)算法。但是粒子滤波同时带来了大运算量的问题。Hong<sup>[4]</sup>把多速率技术应用到 IMM 算法,提出了 MRIMM(多速率交互多模型)算法。本文采用的 MRIMMPF(多速率交互多模型粒子滤波)算法把多速率技术应用到了 IMMPF 算法,可以在保证 IMMPF 算法性能的同时,减小计算量。

## 1 多速率模型

多速率模型的实质就是使模型的更新率对应于设定的机动模式。如果跟踪非机动目标,使用全速率模型则浪费时间和计算资源<sup>[5]</sup>,所以本文使用一种 3 模型、One-third 速率/全速率跟踪算法,一个 One-third 速率模型处理非机动或微弱机动,2 个全速率模型用于机动模式。假定目标机动模式被这 3 种模型充分覆盖,并且有相同的测量方程。

非机动/机动模型的非线性系统可以描述为:

$$x_k = f^i(x_{k-1}) + g^i(v_{k-1}), i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$Z_k = H(x_k) + r \quad (2)$$

图 1 给出了 3 模型、One-third 速率/全速率算法的逻辑框图。可以看出,非机动模型每 3 个时间点更新 1 次,机动模型则以全速率更新。1 个周期的 MRIMMPF 算法从时刻  $k-3$  到时刻  $k$  具体实现过程下节介绍。

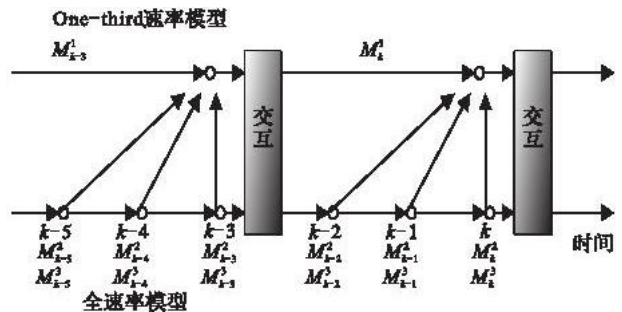


图 1 多速率模型  
Fig. 1 Multirate model

\* 收稿日期:2008-03-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60601016)

作者简介:梁波(1975-),男,山东泰安人,讲师,主要从事无源定位和雷达系统仿真研究。

E-mail:Lijing412@sohu.com

## 2 MRIMPF 算法

本算法采用文献[6]所介绍的系统框架,依据跟踪领域目标大部分时间都是做非机动飞行的实际,来重点解决 IMMPF 算法计算复杂度问题。每个模型粒子用 EKF 更新,然后交互。因此第  $i$  个粒子可以由状态向量、协方差、权重  $\{x^i, P^i, \omega^i\}$  来表述。

### 2.1 密度交互和模型转换

在  $k-3$  时刻结束时,用蒙特卡罗方法对 3 个模型的后验概率密度进行粒子近似:

$$p_{k-3}^i = \sum_{l_i=1}^{N_{k-3}^i} \omega_{k-3}^{l_i} \delta(x_{k-3} - x_{k-31k-3}^{l_i}), i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

式中:  $\delta(\cdot)$  是迪拉克脉冲函数; 权重  $\omega_{k-3}^{l_1} = \omega_{k-3}^{l_2} = \omega_{k-3}^{l_3} = 1/N$ , 并且  $N_{k-3}^1 + N_{k-3}^2 + N_{k-3}^3 = N$ 。模型概率可以近似为:

$$\mu_{k-11k-3}^1 = \frac{N_{k-3}^1}{N}, \quad \mu_{k-21k-3}^2 = \frac{N_{k-3}^2}{N}, \quad \mu_{k-31k-3}^3 = \frac{N_{k-3}^3}{N} \quad (4)$$

则由式(3) 得出联合概率密度函数近似:

$$p_{k-3}^{\hat{}} = p_{k-3}^1 + p_{k-3}^2 + p_{k-3}^3 \quad (5)$$

式中  $p_{k-3}^{\hat{}} = p[x_{k-3} | Z^{k-3}]$ 。从  $k-3$  时刻模型  $M^1$ 、 $M^2$ 、 $M^3$  的粒子转换到  $k-2$  时刻模型  $M_2$  的粒子百分比数, 可以通过下式来计算:

$$\mu_{k-3}^{12} = \frac{1}{\mu_{k-3}^2} \pi_{12} \mu_{k-11k-3}^1, \quad \mu_{k-3}^{22} = \frac{1}{\mu_{k-3}^2} \pi_{22} \mu_{k-21k-3}^2, \quad \mu_{k-3}^{32} = \frac{1}{\mu_{k-3}^2} \pi_{32} \mu_{k-31k-3}^3 \quad (6)$$

式中  $\mu_{k-3}^2 = \pi_{12} \mu_{k-11k-3}^1 + \pi_{22} \mu_{k-21k-3}^2 + \pi_{32} \mu_{k-31k-3}^3$ 。

假定  $u_l$  是均匀分布  $(0, 1]$  中的随机变量, 则  $M_{k-2}^2$  在  $t_{k-3}^+$  ( $t_{k-3}^+$  表示一个周期  $[t_{k-2}, t_{k-1}, t_k]$  的开始时刻) 被选中, 如果:

$$\pi_{i1} < \mu_l \leq \sum_{j=1}^2 \pi_{ij} \quad (7)$$

用  $x_{k-11k-3}^{12}$ 、 $x_{k-21k-3}^{22}$  和  $x_{k-31k-3}^{32}$  表示原来分别属于模型  $M^1$ 、 $M^2$ 、 $M^3$  而现在转换为  $M^2$  的粒子。则密度交互可以近似为:

$$p_{k-21k-3}^2 = \sum_{l_{12}=1}^{N_{k-2}^{12}} \omega_{k-21k-3}^{l_{12}} \delta(x_{k-2} - x_{k-21k-3}^{12}) + \sum_{l_{22}=1}^{N_{k-2}^{22}} \omega_{k-21k-3}^{l_{22}} \delta(x_{k-2} - x_{k-21k-3}^{22}) + \sum_{l_{32}=1}^{N_{k-2}^{32}} \omega_{k-21k-3}^{l_{32}} \delta(x_{k-2} - x_{k-21k-3}^{32}) \quad (8)$$

式中:  $x_{k-21k-3}^{i2}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 是来自模型  $i$  被  $M_{k-2}^2$  选择、传播更新的粒子;  $N_{k-2}^{i2}$  表示相应的粒子数。  $p_{k-21k-3}^2$  保持了非线性和非高斯特性。传播权重为:

$$\omega_{k-21k-3}^{12} = \omega_{k-21k-3}^{22} = \omega_{k-21k-3}^{32} = \omega_{k-21k-3}^{i2} = 1/N_{k-2}^2 \quad (9)$$

式中  $N_{k-2}^2 = N_{k-2}^{12} + N_{k-2}^{22} + N_{k-2}^{32}$ , 结合式(9) 可以简化式(8) 为:

$$p_{k-21k-3}^2 = \sum_{l_2=1}^{N_{k-2}^2} \omega_{k-21k-3}^{l_2} \delta(x_{k-2} - x_{k-21k-3}^{l_2}) \quad (10)$$

模型  $M^2$ 、 $M^3$  的概率密度函数可以通过类似方法用粒子来近似。

由于数据率不同, One - third 速率模型  $M^1$  的采样每 3 个时间点被传播更新一次, 而  $M^2$  和  $M^3$  的采样点以全速率传播更新。

### 2.2 One - third 速率粒子传播更新

设  $x_{k1k-3}^{11}$  为被模型  $M^1$  选中的粒子, 方差为  $P_{k1k-3}^{11}$ 。以 One - third 速率传播的状态  $x_{k1k-3}^{11}$  可以由式(1) 得到, 相应的协方差为<sup>[7]</sup>:

$$P_{k1k-3}^{11} = F_{k-3}^{11} P_{k-31k-3}^{11} (F_{k-3}^{11})^T + Q_k^1 \quad (11)$$

式中  $F_{k-3}^{11}$  和  $Q_k^1$  分别是非线性 One - third 速率模型的雅克比矩阵和协方差矩阵。One - third 速率模型的粒子更新可由下式执行:

$$x_{k1k}^{11} = x_{k1k-3}^{11} + K_k^{11} (z_{LH_k} - h(x_{k1k-3}^{11})) \quad (12)$$

$$P_{klk}^{l_1} = (I - K_k^{l_1} H_k^{l_1}) P_{klk-3}^{l_1} \quad (13)$$

式中:  $x_{klk}^{l_1}$  和  $P_{klk}^{l_1}$  构成提议分布函数以用于蒙特卡罗采样;  $H_k^{l_1}$  为雅克比矩阵。卡尔曼增益为<sup>[8]</sup>:

$$K_k^{l_1} = P_{klk-3}^{l_1} (H_k^{l_1})^T (H_k^{l_1} P_{klk-3}^{l_1} (H_k^{l_1})^T + R_k^{l_1})^{-1} \quad (14)$$

式中  $R_k^{l_1}$  为 One - third 速率模型的测量误差协方差。新的粒子由采样提议分布函数而获得, 采样后为正态分布,  $x_{klk}^{l_1} \sim N(x_{klk}^{l_1}, P_{klk}^{l_1})$ 。

权重可以根据  $w_k^{-l_1} \propto \frac{N(z_{LH-k} - h(x_{klk-3}^{l_1}), R_{k-LH}) N(x_{klk-3}^{l_1}, P_{klk-3}^{l_1})}{N(x_{klk}^{l_1}, P_{klk}^{l_1})}$  来更新。归一化权重为:

$$\tilde{\omega}_k^{-l_1} = \frac{w_k^{-l_1}}{\sum w_k^{-l_1}} \quad (15)$$

重采样用来阻止粒子退化, 它复制大权值的粒子而抑制小权值的粒子, 这样就产生了一组具有一致权重的 One - third 速率粒子  $\{x_{klk}^{l_1}, \omega_k^{l_1}\}$ 。

这里的  $\omega_k^{l_1} = 1/N_k^{l_1}$ 。则概率密度函数  $p[x_k | z_{kL}, Z^{k-3}, M_k^{l_1}]$  可以用粒子来近似为:

$$p_{klk}^{\lambda} = \sum_{l_1=1}^{N_k^{\lambda}} \omega_k^{l_1} \delta(x_k - x_{klk}^{l_1}) \quad (16)$$

### 2.3 全速率模型 $M^2$ 和 $M^3$ 的传播和更新

模型  $M_{k-2}^2$  和  $M_{k-2}^3$  选中的粒子可以表示为  $x_{k-31k-3}^{k_2}$  和  $x_{k-31k-3}^{k_3}$ , 权重分别是  $\omega_{k-3}^{l_2}$  和  $\omega_{k-3}^{l_3}$ 。对于  $\{x_{k-31k-3}^{k_i}\}, i = 2, 3$ , 在  $k-2$  时刻可以根据 2.2 的公式计算出  $x_{k-21k-3}^{k_i}, P_{k-21k-3}^{l_i}, x_{k-21k-2}^{k_i}, P_{k-21k-2}^{l_i}$ 。模型  $M^i$  的新粒子通过采样  $x_{k-21k-2}^{k_i} \sim N(x_{k-21k-2}^{k_i}, P_{k-21k-2}^{l_i})$  获得。

粒子  $x_{k-21k-2}^{k_i}$  的重要权重为<sup>[9]</sup>:

$$w_{k-2}^{-l_i} \propto \frac{N(z_{k-2} - h(x_{k-21k-3}^{k_i}), R_{k-2}) N(x_{k-21k-3}^{k_i}, P_{k-21k-3}^{l_i})}{N(x_{k-21k-2}^{k_i}, P_{k-21k-2}^{l_i})} \quad (17)$$

归一化后为:

$$\tilde{\omega}_{k-2}^{-l_i} = \frac{w_{k-2}^{-l_i}}{\sum w_{k-2}^{-l_i}} \quad (18)$$

对于模型  $M^2$  和  $M^3$  在  $k-1, k$  时刻更新可以用类似的方法实现。

### 2.4 $k$ 时刻估计输出

联合以上叙述公式, 混合估计输出的概率密度函数近似为<sup>[10]</sup>:

$$\hat{p}_{klk} = \mu_{k-1;k}^1 \sum_{l_1=1}^{N_k^1} \omega_k^{l_1} \delta(x_k - x_{klk}^{l_1}) + \mu_{k-2;k}^2 \sum_{l_2=1}^{N_k^2} \omega_k^{l_2} \delta(x_k - x_{klk}^{l_2}) + \mu_{k-3;k}^3 \sum_{l_3=1}^{N_k^3} \omega_k^{l_3} \delta(x_k - x_{klk}^{l_3}) \quad (19)$$

式中:  $\mu_{k-1;k}^1 = \frac{N_k^1}{N}$ ;  $\mu_{k-2;k}^2 = \frac{N_k^2}{N}$ ;  $\mu_{k-3;k}^3 = \frac{N_k^3}{N}$ 。当  $\omega_k^{l_i} = \frac{1}{N_k^i}, i = 1, 2, 3$ , 式(19)可以进一步简化为:

$$\hat{p}_{klk} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \delta(x_k - x_{klk}^{\lambda}) \quad (20)$$

进而可以得到估计输出的蒙特卡罗近似:

$$\hat{x}_{klk} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N x_{klk}^{\lambda} \quad (21)$$

## 3 仿真分析

考虑到上面描述的系统<sup>[5]</sup>:

$$x_k = [x(1), x(2), v(1), v(2)]^T, f(x_k) = \begin{cases} f^1(x_k) & 1 \leq k < 40 \\ f^{2,3}(x_k) & 40 \leq k \leq 80 \end{cases}$$

$$f^1(x_k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot x_k, \quad f^{2,3}(x_k) = \begin{bmatrix} x(1) + \frac{29x(3)}{30} + \frac{50x(3)}{\sqrt{x(3)^2 + x(4)^2}} \\ x(2) + \frac{29x(4)}{30} + \frac{50x(4)}{\sqrt{x(3)^2 + x(4)^2}} \\ \frac{14x(3)}{15} + \frac{100x(3)}{\sqrt{x(3)^2 + x(4)^2}} \\ \frac{14x(4)}{15} + \frac{100x(4)}{\sqrt{x(3)^2 + x(4)^2}} \end{bmatrix}$$

$$H(x_k) = [\arctan(x(1)/x(2)), \sqrt{x(3)^2 + x(4)^2}]^T, \quad g(v_k) = [0.5, 0.5, 1, 1]^T$$

$Q_n = 1, Q_m = 100$  和  $R = \text{diag}([0.01, 100])$  分别是  $v_n(k), v_m(k)$  和  $r(k)$  的协方差。初始状态  $x(0) = [5000, 2000, 500, 300]^T$ , 初始状态协方差  $P = \text{diag}([1, 1, 1, 1])$ , 粒子数  $N = 600$ 。

在  $k=0$  时模型概率  $\mu_n = \mu_m = 0.5$ , 马尔科夫模型转换概率矩阵  $P_{\text{jump}} = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.02 & 0.98 \end{bmatrix}$ 。

图 2、图 3 分别显示了 IMMEKF、IMMPF、MRIMPF 算法在  $x(1), x(2)$  方向的位置误差;图 4、图 5 给出了 IMMEKF、IMMPF、MRIMPF 算法在  $x(1), x(2)$  方向的速度估计。MRIMPF 算法仿真图和 IMMPF 仿真图类似,说明 MRIMPF 算法保持了 IMMPF 算法性能,而 IMMEKF 曲线就不同了。在  $40 \leq k \leq 80$  时,IMMEKF 误差要比 MRIMPF 和 IMMPF 大的多,这是因为系统是非线性、非高斯的,而粒子滤波处理这类问题要比扩展卡尔曼滤波优越。类似的原因,MRIMPF 和 IMMPF 的速度估计性能也要比 IMMEKF 优越。当  $1 \leq k < 40$ ,系统是线性和非高斯的,因此 3 种算法的差别很小。

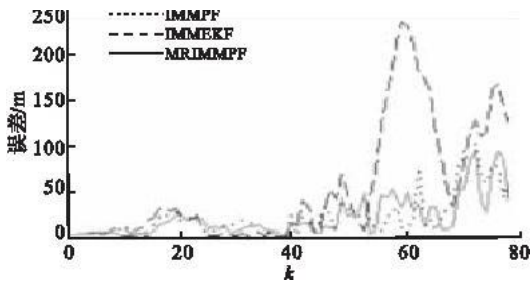


图 2  $x(1)$  方向位置误差

Fig. 2  $x(1)$  direction position error

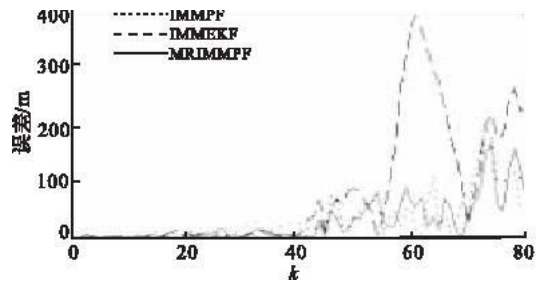


图 3  $x(2)$  方向位置误差

Fig. 3  $x(2)$  direction position error

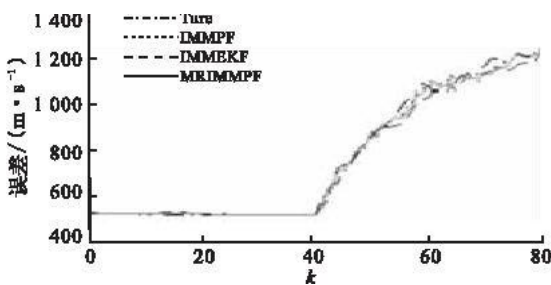


图 4  $x(1)$  方向速度估计

Fig. 4  $x(1)$  direction speed prediction

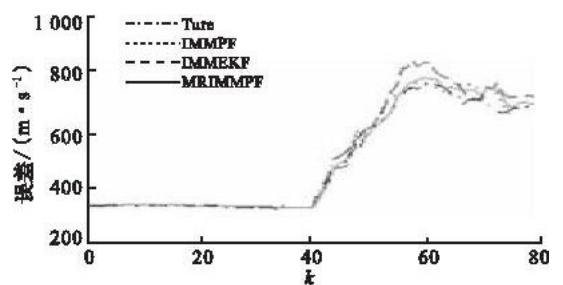


图 5  $x(2)$  方向速度估计

Fig. 5  $x(2)$  direction speed prediction

表 1 给出了 MRIMPF 和 IMMPF 运算量的对比。显然 MRIMPF 比 IMMPF 所用的时间要短,节省了大约 23.1% 的时间,并且 MRIMPF 的更新周期明显比 IMMPF 的要小。

表 1 MRIMPF 和 IMMPF 计算量对比

Tab. 1 The contrast between MRIMPF and IMMPF computation load

算法	仿真时间/s	更新周期/s
IMMPF	12.703	0.159
MRIMPF	9.765	0.122

## 4 结束语

实际上,目标运动总是非常复杂和多变的,很难在高速条件下对其进行精确、实时跟踪。本文把多速率理论应用到了交互多模型粒子滤波算法,此算法和 IMMPF 算法有着接近的性能,但是计算量明显减小。此外,算法还可以扩展为多模型(多于3模型),可以在复杂环境下可靠地跟踪机动目标。

### 参考文献:

- [1] Bar Shalom Y, Li Xiao Rong. Estimation and Tracking: Principles, Techniques, and Software [M]. London: Artech House, 1993.
- [2] Gordon N J, Shalmond D J, Smith A F M. Novel Approach to Nonlinear/non - Gaussian Bayesian stateestimation[J]. IEEE Proc, 1993, 40(2): 107 - 113.
- [3] Hong L, Cong S, Wicker D. Distributed Multirate Interacting Multiple model Fusion (DMRIMMF) with Application to Out - of - sequence GMTI data[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2004, 49(1): 102 - 107.
- [4] Hong L, Cui N, Bakich M, et al. Multirate Interacting Multiple Model Particle Filter for Terrain - based Ground Target Tracking [J]. IEE Proc - Control Theory Appl, 2006, 153(6): 721 - 731.
- [5] Go N J, Maskell S, Kzrubarajan T. Efficient Particle Filters for Joint Tracking and Classification[C]//proceedings of SPIE: Signal and Data Processing of Small Targets. Oliver: [s. n], 2002: 439 - 449.
- [6] McGinnity G, Irwin G W. Multiple Model Bootstrap Filter Formaneuvering Target Tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(3): 1006 - 1012.
- [7] Blom H A P, Bar Shalom Y. The Znteractingmultiple Model Algorithm for System Swith Markovian Switching Coefficients[J]. IEEE Trans Aatomic Control, 1988, 33(8): 780 - 783.
- [8] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.  
ZHOU Hongren, JING Zhongling, WANG Peide. Maneu Vering Target Tracking [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1991. (in Chinese)
- [9] Coleman T F, Li Y. A Efective Newtm Method for Minimizing A Quadratic Function Subject to Bounds on Some of the Varinble [J]. SZAM Journal on Optimization, 1996, 6(4): 1040 - 1058.
- [10] Ahmed E L Zooghyby. Potentials of Smart Antenna in CDMA Systems and Vplink Improvements[J]. IEEE Antenna and Propiqa-tion Magzaine, 2001, 43(5): 172 - 177.

(编辑:田新华)

## A MRIMMPF Algorithm Suitable for Nonlinear/Non - Gaussian Target Tracking

LIANG Bo<sup>1</sup>, CHEN Xiao - yu<sup>1</sup>, REN Bao - xiang<sup>2</sup>

(1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. The Science Research Department, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China)

**Abstract:** By combining the interacting multiple model with the particle filter, a new interacting multiple model particle filter (multi - rate interacting multiple model particle filter, i. e. MRIMMPF) algorithm is proposed, in which a multi - rate technique is adopted. In the algorithm the multiple models are used for tracking arbitrary maneuvering target. To deal with the nonlinear and non - Gaussian problems, a particle filter is adopted in each model. But when the particle filter is applied in the IMM algorithm, an expensive computation appears in the whole process. In order to solve this kind of disadvantage, the multi - rate technique is adopted, by doing so, the computation is obviously reduced. The simulation results show that the MRIMMPF algorithm works as well as the IMMPF algorithm in performance.

**Key words:** IMM; multi - rate; particle filter; nonlinear/non - Gaussian