

# 暗电磁脉冲在耦合型非线性左手材料中的演化

张介秋<sup>1</sup>, 杨东启<sup>1</sup>, 屈绍波<sup>1,2</sup>, 王甲富<sup>1</sup>, 顾超<sup>1</sup>

(1.空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051; 2.西安交通大学 电子陶瓷与器件教育部重点实验室, 陕西 西安 710049)

**摘要:**为分析耦合型非线性左手材料中暗电磁脉冲的演化性质,采用分步傅里叶方法编程在 Matlab 环境中数值模拟,结果表明:一类不同于耦合的非线性 Schrödinger 方程组暗孤子解的暗电磁脉冲也能够在这种耦合型非线性左手材料中稳定地演化。这类电磁暗脉冲的  $\kappa$  参数决定了它的演化稳定性;这类暗脉冲当深度较小(即参数  $\kappa$  较小)时,能够稳定地在这种耦合型非线性左手材料中传播;而当深度较大(即参数  $\kappa$  较大)时,则出现了脉冲破裂现象从而不能稳定传播;而当给这种不能稳定的且深度较大的暗电磁脉冲加上一个频率微扰时,暗脉冲便不再破裂且能够稳定地在这种耦合型非线性左手材料中传播,但同时又出现了运动速度变慢(快)的现象,这种现象为控制暗电磁脉冲在左手材料中的破裂和运动速度提供了方法。

**关键词:**耦合;非线性左手材料;暗电磁脉冲;微扰

**DOI:**10.3969/j.issn.1009-3516.2009.05.016

**中图分类号:** O441.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2009)05-0076-04

最近几年,超材料研究成为国际物理学研究的一个前沿领域,受到各国学者广泛关注。超材料(meta-materials)是指人工合成的通常在自然界不存在的材料。左手材料(LHMs)是超材料的一种,它的负折射介质同时具有负的磁导率( $\mu < 0$ )和负的介电常数( $\epsilon < 0$ )<sup>[1]</sup>,电磁波在这种介质中传播时其电场  $E$ 、磁场  $H$  和  $K$  波矢构成左旋关系,因而具备显著区别于通常右手材料的诸多超常规性质,例如:逆 Snell 效应,逆 Cerenkov 辐射,点辐射源电磁波的再聚焦效应,逆光压效应(光曳引效应)等等。左手材料的实现最初是在微波频段,而后也有学者从实验上证实可在红外和光学频段上实现负折射<sup>[2-4]</sup>。

对于电磁耦合左手材料的研究也不断进展,王甲富等人根据所提出的磁谐振器设计原理设计了耦合增强型“巨”字形磁谐振器结构<sup>[5]</sup>,为耦合型左手材料的设计和实现提供了新的方案。裴志斌等人通过对超材料有效电磁参数的测试技术的研究,提出了利用自由空间法来测试超材料的有效电磁参数  $\epsilon_{\text{eff}}$  和  $\mu_{\text{eff}}$ <sup>[6]</sup>,对于从实验上验证耦合型非线性左手材料的电磁性质提供了新的测试方法。随着研究的不断深入,左手材料的非线性现象开始受到关注<sup>[7-8]</sup>,Zharov 和 Shadrivov 等人<sup>[9]</sup>通过对嵌入在非线性电介质中的周期性排列的导线和开口谐振环阵列的研究,计算了其等效介电系数  $\epsilon_{\text{eff}}$  和等效磁导率  $\mu_{\text{eff}}$ ,显示出磁场强度以一种显著的形式与开口谐振环的磁谐振效应相耦合。这为非线性可调左手器件的开发提供了可能。Lazarides 和 Tsironis 在材料介质参数可简化为  $\epsilon_{\text{NL}}$  和  $\mu_{\text{NL}}$  的非线性极化和磁化条件下从 Maxwell 方程组和非线性介质的本构关系出发导出了脉冲在各向同性、均匀左手介质中的一维耦合非线性 Schrödinger 方程,并得到了耦合型左手材料中的不同  $\kappa$  参量条件下的暗孤子的演化仿真结果<sup>[11]</sup>。但在实际中高斯型暗电磁脉冲更易于产生,其在左手材料中的演化对于暗孤子解的研究更有实际意义,本文对与这些暗孤子解相关的一类暗电磁脉冲在左手材料中的演化进行了仿真试验,得到了此类暗电磁脉冲在耦合型非线性左手材料中的演化性质。

\* 收稿日期:2009-04-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10474077;50632030);陕西省基础研究计划资助项目(2005E115)

作者简介:张介秋(1962-),男,广东澄海人,教授,博士生导师,主要从事电子材料、高精度谐波分析等研究。

E-mail:dongqiyouxiang@sohu.com

### 1 耦合型左手材料中的孤子演化

对于各向同性,均匀的一维左手材料,电磁场的本构关系可表达成: $D = \epsilon_{\text{eff}} E = \epsilon E + P_{\text{NL}}$ ,  $B = \mu_{\text{eff}} H = \mu H + M_{\text{NL}}$ ,其中左手材料的介电效应和磁效应的线性部分为  $\epsilon$  和  $\mu$  所描述,而  $P_{\text{NL}}$  和  $M_{\text{NL}}$  则分别描述了这种左手材料的非线性电极化和非线性磁化效应。

当不考虑损耗,包括非线性效应在内的色散关系为<sup>[9]</sup>:

$$\epsilon_{\text{eff}}(\omega) = \epsilon_0 (\epsilon_D (|E|^2) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}) \tag{1}$$

$$\mu_{\text{eff}}(\omega) = \mu_0 (1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{\text{NL}}^2 (|H|^2)}) \tag{2}$$

式中: $F$ 为一个拟合因子; $\omega_{\text{NL}}$ 为非线性开口谐振环的频率; $\epsilon_D (|E|^2) = \epsilon_{D0} - \alpha |E|^2$ ;  $\alpha$ 为非线性强度因子。 $+\alpha$ 对应于聚焦电介质, $-\alpha$ 则对应于散焦电介质。 $\omega_p$ 和 $\omega$ 与左手材料组成元件的尺寸和材料参数相关。

考察沿  $z$  轴传播的平面电磁波,引入缓变坐标系,  $\xi = \epsilon(z - \omega' t)$ ,  $\tau = \chi^2 t$ ,按照小参量  $\chi$  展开,并根据 Maxwell 方程组可推得一组耦合的非线性 Schrödinger 方程(CNLS)<sup>[11]</sup>:

$$iQ_z + Q_{\text{TT}} + (\alpha_q |Q|^2 + \sigma_p |P|^2)Q = 0 \tag{3}$$

$$iP_z + P_{\text{TT}} + (\sigma_p |P|^2 + \alpha_q |Q|^2)P = 0 \tag{4}$$

式中: $\alpha_q \equiv \text{sgn}(\omega^2 \mu \alpha / \chi^2)$ ;  $\sigma_p \equiv \text{sgn}(\omega^2 \epsilon \beta / \chi^2)$ ;  $c = 1/\sqrt{\epsilon \mu}$ ;  $Q = \sqrt{|\omega^2 \mu \alpha / (\chi^2 \omega'')|} q$ ;  $P = \sqrt{|\omega^2 \epsilon \beta / (\chi^2 \omega'')|} p$ 。 $q, p$  分别是沿  $z$  轴传播的平面电磁波的电场分量和磁场分量的波包。当  $\sigma_p = \sigma_q = -1$  时,对应于左手材料的情形,方程组存在如下形式的暗孤子解<sup>[10]</sup>:

$$Q(T, Z) = P(T, Z) = \kappa [\tanh(\kappa T) - i] e^{i(\kappa T - 5\kappa^2 Z)} \tag{5}$$

当参量  $\kappa$  较小( $\kappa=0.02$ )时,这类暗孤子能够稳定地在这种左手材料中传播,见图 1(图形采用归一化单位,下同)。

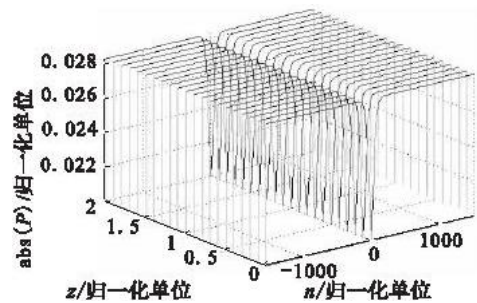


图 1  $\kappa=0.02$  时, CNLS 孤子解演化图  
Fig.1 For  $\kappa=0.02$ , the evolution of soliton solution of CNLS

### 2 一类暗脉冲在耦合型左手材料中的演化

这类形式孤子解是由多种频率合成的。而我们对上述暗孤子解取模时,即:

$$P_s = \text{abs}(Q) = \text{abs}(P) = \text{abs}(\kappa [\tanh(\kappa T) - i] e^{i(\kappa T - 5\kappa^2 Z)}) = \kappa \sqrt{\tanh^2(\kappa T) + 1} \tag{6}$$

也就是当暗脉冲是窄频率带时,将这类电磁脉冲作为初始脉冲在上述左手材料中进行演化,采用精度高的对称分步傅里叶方法,可以发现当  $\kappa$  为较小( $\kappa=0.1$ )的值时,这种形式的暗脉冲能够在这种耦合型左手材料中稳定地演化,见图 2。

从图 2 中可以看出,这种暗脉冲虽不是耦合型非线性 Schrödinger 方程组中的孤子解,但同样能够在这种耦合型左手材料中稳定传播。

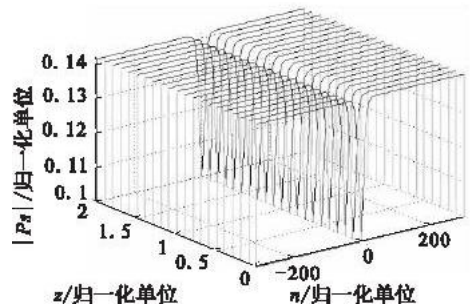


图 2  $\kappa=0.1$  时,暗电磁脉冲的演化图  
g.2 For  $\kappa=0.1$ , the evolution of the dark pulse

而当  $\kappa$  值较大( $\kappa=0.5$ )时,这种暗脉冲在耦合型左手材料中的演化就存在分裂现象,不能够稳定,演化图见图 3。

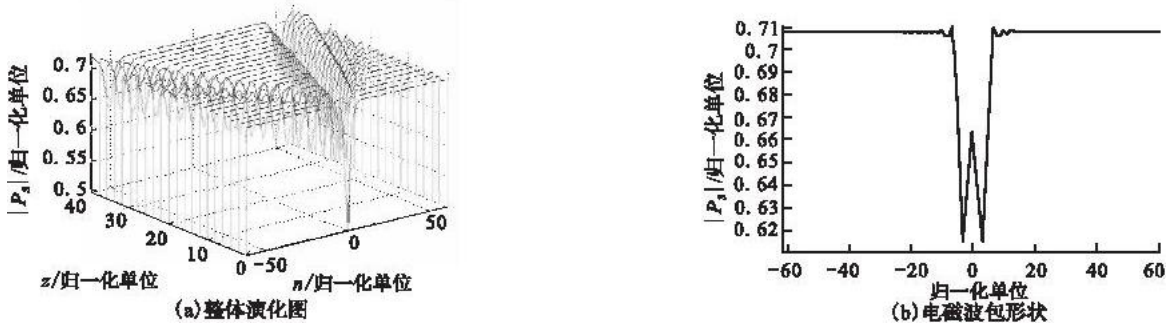


图3  $\kappa=0.5$  时,暗脉冲的演化图

Fig. 3 For  $\kappa=0.5$ , the evolution figure of dark pulse

随着演化距离的增加,暗电磁脉冲出现了凹陷部分变浅,同时脉冲主凹陷部分出现破裂现象,分离出的若干个浅脉冲,深度要小于初始暗脉冲,因此以不同的速度在耦合型左手材料中传播并演化。

另外,当给这类暗电磁脉冲加上一个频率微扰  $e^{-i\varphi(T)}$  或其符号相反的形式  $e^{i\varphi(T)}$  (这类微扰形式简单且较少改变表达式的结构)后,即:

$$Qt(T,Z) = Pt(T,Z) = \kappa [\tanh(\kappa T) \mp i] = \kappa \sqrt{\tanh^2(\kappa T) + 1} e^{\mp i\varphi(T)} \quad (7)$$

式中  $\varphi(T) = \arctan(1/\tanh(\kappa T))$ ,数值仿真结果见图4。

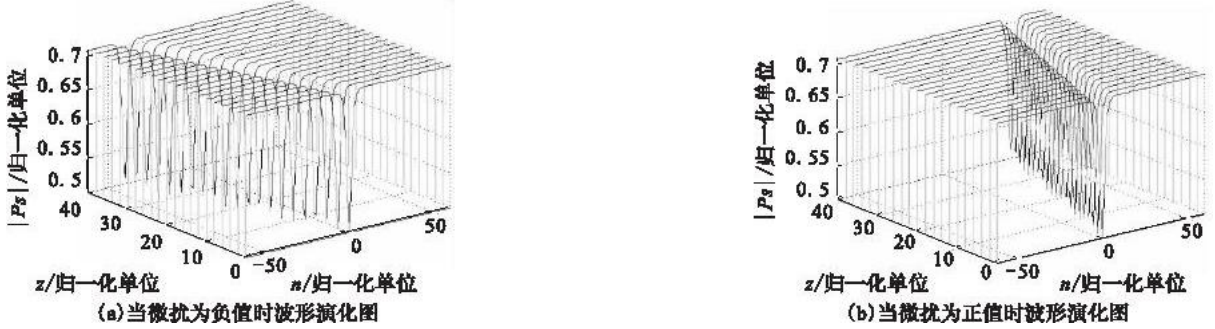


图4 增加频率微扰后的暗脉冲的演化图

Fig. 4 The evolution of perturbation-added dark pulse

我们发现在相同的较高  $\kappa$  值和仿真条件下的脉冲的破裂现象消失,能够稳定存在,同时出现了暗电磁脉冲的“跑动”现象,也就相当于暗脉冲运动速度变慢(快)的现象。改变微扰的符号,则可以使暗脉冲以快于所选参考系的速度向相反的方向运动。不同  $\kappa$  和  $T$  值决定了  $\varphi(T)$  的具体数值。这种现象可以通过式(7)、式(8)来解释,这两种情形分别相当于非线性 Schrödinger 方程的孤子解分别乘以因子  $e^{-i(\kappa T - 5\kappa^2 Z)}$  和  $e^{-i[(\kappa T - 5\kappa^2 Z) - 2\varphi(T)]}$ ,使得脉冲降低(升高)频率,从而以慢(快)于所选参照系的速度传播。

### 3 结论

采用分步傅里叶方法在 Matlab 软件环境中数值模拟,仿真结果证实一类不同于一维非线性 Schrödinger 方程的解析孤子解的暗电磁脉冲。当参数  $\kappa$  值较小时能够稳定地在这种耦合型左手材料中演化,而当参数  $\kappa$  较大时电磁暗脉冲则出现了破裂现象。这种暗电磁脉冲容易在实验室条件下生成。而不改变仿真条件,且在暗电磁脉冲不能稳定演化出现破裂现象的  $\kappa$  值,当加上一个频率微扰时,脉冲不再破裂,能够稳定演化,但同时又出现了运动速度变慢(快)的现象,这为控制暗电磁脉冲在左手材料中的破裂和运动速度提供了方法。

#### 参考文献:

[1] Veselago V G. The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$ [J]. Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10: 509-514.

[2] Zhang S, Fan W, Panoiu N C, et al. Demonstration of Near-Infrared Negative-Index Materials[J]. Physics, 2005, 4: 0504208.

- [ 3 ] Shalaev V M , Cai W , Chettiar U , et al . Negative Index of Refraction in Optical Metamaterials[J] . Opt Lett , 2005 ,30 : 3356—3358 .
- [ 4 ] Drachev V P , Cai W , Chettiar U , et al . Experimental Verification of An Optical Negative—index Material[J] . Laser Physics Letters , 2006 ,3(1) :49—55 .
- [ 5 ] 王甲富,屈绍波,徐卓,等.耦合增强型“巨”字形左手材料磁谐振器的设计[J].空军工程大学学报:自然科学版,2008,9(4):79—82.  
WANG Jiafu,QU Shaobo,XU Zhuo,et al. Design of Coupling—enhancement Character—shaped Magnetic Resonator Used in Conformal Array Antenna[J].Journal of Air Force Engineering University:Natural Science Edition,2008,9(4):79—82.(in Chinese)
- [ 6 ] 裴志斌,顾超,屈绍波,等.自由空间法测试超材料的电磁参数[J].空军工程大学学报:自然科学版,2008,9(5):86—90.  
PEI Zhibin,GU Chao,QU Shaobo,et al. Measurement of Electromagnetic Parameters of Meta—materials by Free—space Method[J].Journal of Air Force Engineering University:Natural Science Edition,2008,9(5):86—90.(in Chinese)
- [ 7 ] Lapine M ,Gorkunov M ,Ringhofer K H . Nonlinearity of A Metamaterial Arising from Diode Insertions into Resonant Conductive Elements[J] . Physical Review E ,2003 ,67(6) :065601 .
- [ 8 ] Gupta Shulabh ,Caloz Christophe . Dark and Bright Solitons in Left—handed Nonlinear Transmission Line Metamaterials [C]//2007 IEEE/MTT—S International Microwave Symposium . Honolulu :IEEE ,2007 :979—982 .
- [ 9 ] Zharov A A ,Shadrivov I V ,Kivshar Y S , Nonlinear Properties of Left—handed Metamaterials [J] . Physical Review Letters ,2003 ,91(3) :037401 .
- [ 10 ] Kivshar Y S , Turitsyn S K . Vector Dark Solitons [J] . Optics Letters , 1993 ,18(3) :337—339 .
- [ 11 ] Sheppard A P , Kivshar Y S . Polarized Dark Solitons in Isotropic Kerr Media [J] . Physical Review E ,1997 ,55(4) :4773—4782
- [ 12 ] Lazarides N , Tsironis G P . Coupled Nonlinear Schrödinger Field Equations for Electromagnetic Wave Propagation in Nonlinear Left—handed Materials [J] . Physical Review E ,2005 ,71(3) :036614 .

(编辑:徐楠楠)

## Evolution of Dark Electromagnetic Pulses in Coupled Nonlinear Left—handed Materials

ZHANG Jie—qiu<sup>1</sup> , YANG Dong—qi<sup>1</sup> , QU Shao—bo<sup>1,2</sup> , WANG Jia—fu<sup>1</sup> , GU Chao<sup>1</sup>

(1. Science Institute , Air Force Engineering University , Xi’an 710051 , China ; 2. Electronic Materials Research Laboratory , Key Laboratory of the Ministry of Education , Xi’an Jiaotong University , Xi’an 710049 , China)

**Abstract:** A one—parameter single—frequency family of dark electromagnetic pulses that can propagate practically without being disturbed is obtained by performing extensive numerical simulations . The dark electromagnetic pulse related close to the solutions of the coupled nonlinear Schrödinger equations in one—dimensional LHMs is stable when parameter is lower and unstable when parameter is higher . With the same simulation conditions , the split dark electromagnetic pulse will become stable again by adding a frequency perturbation to the pulse , simultaneously appears a phenomenon that the velocity of the dark electromagnetic pulse becomes slow (or fast) . This result provides a method for controlling the dark electromagnetic pulse split and its velocity in the coupled Left—handed Materials .

**Key words:** coupled ; nonlinear LHMs ; dark electromagnetic pulse ; perturbation