

基于补充卡尔曼滤波的载波相位平滑伪距算法

杨春燕, 吴德伟, 卢艳娥, 张辉
(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:在高精度 GPS 接收机的基带信号处理中,利用载波相位对码伪距观测量进行平滑可以获得比伪码测量更高的精度。传统的载波相位平滑伪距算法适用于平滑历元数较少的情况,对短时多历元平滑的情况并不适用。针对这一问题,详细分析了传统载波相位平滑伪距算法在多历元平滑时所存在的不足,提出了在基带信号处理中采用补充卡尔曼滤波进行相位平滑伪距的算法,并给出了相应的数学解算过程和算法适用条件。仿真分析结果表明,由于补充卡尔曼滤波算法综合考虑了相关观测误差的影响,因此,当平滑历元数大于 500 时,补充卡尔曼滤波算法平滑精度要优于传统的平滑算法。

关键词:GPS;补充卡尔曼滤波;伪距;载波相位

中图分类号: TN967.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)05-0052-05

从 GPS 接收机的基带信号中可以获得载波相位观测量和伪距观测量^[1-2]。用户到卫星之间的伪距变化量可以精确地反映在高精度的载波相位变化量中,利用该载波相位变化量可以对码伪距观测量进行平滑,进而提高码伪距的观测精度,这就是载波相位平滑伪距的基本思想^[3-4]。该方法也是在求解出载波相位整周模糊度之前提高定位精度的有效方法。在大地测绘等应用领域中, GPS 定位数据的速率一般取决于接收机的最终输出^[5],而目前 GPS 接收机常见的数据输出速率为 1 Hz - 50 Hz,这样输出速率在平滑时间较短的情况下,得到的载波相位平滑伪距的历元数不会太多。但是在高精度 GPS 接收机中,可以利用数字信号处理技术从接收机的码(Numerically Controlled Oscillator, NCO)和载波 NCO 中提取载波相位观测量和伪距观测量,其数据输出速率要远大于接收机末端的数据输出速率,因此可以实现短时多历元的平滑。当采用传统的载波相位平滑伪距算法时,在平滑历元数较少时其能达到近似最优的平滑效果,并且在理论上其平滑精度可以随着平滑历元数的增加而无限减小^[6-7]。但实际上由于传统算法中未能直接体现平滑加权因子与载波相位观测噪声方差的数学关系^[8-9],在平滑历元数较多时,其所选择的平滑加权因子并不是最优的,并最终导致平滑精度也未能达到最小。为此本文提出利用补充卡尔曼滤波算法^[10-11]来综合考虑平滑过程中各种误差的影响。在正确估计出伪距观测误差的方差和载波相位观测误差的方差的前提下,补充卡尔曼滤波算法能够在平滑伪距误差均方值最小的条件下选择最优的平滑加权因子。

1 传统载波相位平滑伪距算法

1.1 传统载波相位平滑伪距算法的数学模型

在 GPS 接收机中,载波相位的观测精度要远高于伪码的观测精度,并且载波相位的变化精确地反映了用户到卫星之间的伪距变化^[2]。传统的载波相位平滑伪距算法便是利用载波相位变化量对码伪距观测量进行平滑,从而获得更高的测量精度的。其可归纳如下:

由 t_{k-1}, t_k 两历元的载波相位观测量之差算得伪距变化量^[5]为(以 m 为单位):

$$\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k) = \lambda[\varphi(t_k) - \varphi(t_{k-1})] = R_u^i(t_k) - R_u^i(t_{k-1}) + cd\tau(t_k) - cd\tau(t_{k-1}) + v'_2 \quad (1)$$

收稿日期:2007-11-28

作者简介:杨春燕(1972-),女,山西太谷人,副教授,博士生,主要从事卫星导航研究;E-mail:ycy220@163.com
吴德伟(1963-),男,吉林省吉林市人,教授,博士生导师,主要从事通信导航装备技术与发展研究。

式中: λ 为载波波长; $\varphi(t_{k-1})$ 和 $\varphi(t_k)$ 分别为 t_{k-1} 和 t_k 历元的载波相位观测量; $R_u^i(t_{k-1})$ 和 $R_u^i(t_k)$ 分别为 t_{k-1} 和 t_k 历元用户到卫星的真实距离; c 为光速; $d\tau(t_{k-1})$ 和 $d\tau(t_k)$ 分别为 t_{k-1} 和 t_k 历元的钟差; v_2' 为 t_{k-1}, t_k 两个历元载波相位观测误差之差(换算成以米为单位)。相对于伪距观测误差而言, v_2' 为一小数量级,所以在传统的平滑算法中 $v_2' \approx 0$ 。

由 t_{k-1} 历元伪距观测量经载波相位变化量推至 t_k 历元的伪距观测量为

$$\rho(t_k) = \rho(t_{k-1}) + \delta\rho^i(t_{k-1}, t_k) \quad (2)$$

式中: $\rho(t_{k-1}), \rho(t_k)$ 分别为 t_{k-1}, t_k 历元的伪距观测量。基于以上思路,传统的平滑算法可表示为^[5]

$$\rho^i(t_k) = \frac{1}{k}\rho(t_k) + \frac{k-1}{k}[\rho^i(t_{k-1}) + \delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)] \quad (3)$$

式中: $\rho^i(t_{k-1})$ 和 $\rho^i(t_k)$ 分别表示 t_{k-1} 和 t_k 历元经平滑后的码伪距;等式右边 $\rho(t_k)$ 项的系数 $1/k$ 在本文中被称为平滑权因子。上式递推的起始条件为 $\rho^i(t_1) = \rho(t_1)$ 。

1.2 传统载波相位平滑伪距算法的局限性

式(3)的推导的前提条件是假定各个历元的伪距观测是等精度的,且忽略载波相位噪声的影响,这一点从式(3)的 $v_2' \approx 0$ 可以看出,对载波相位变化求方差有 $D[\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)] = d(v_2') \approx 0$ 。另外,式(3)中平滑权因子 $1/k$ 仅与平滑次数 k 有关。单纯从式(3)的表达式上看,平滑历元数 k 越大, $\rho^i(t_k)$ 的方差越小,平滑效果也就越好。但随着平滑历元数的增多,由下文可以看出载波相位的观测误差相对于总的平滑精度是不能被忽略的。

现对式(3)两边取方差:

$$D[\rho^i(t_k)] = D\left\{\frac{1}{k}\rho(t_k) + \frac{k-1}{k}[\rho^i(t_{k-1}) + \delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)]\right\} \quad (4)$$

记伪距观测误差的方差为 σ_ρ^2 ,载波相位观测误差的方差为 σ_c^2 (换算成以m为单位), $\rho^i(t_{k-1})$ 的误差以及 $\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)$ 的误差分别为 $\sigma_\rho^2(k-1)$ 和 $\sigma_c^2(k, k-1)$ 。考虑到 $\rho(t_k)$ 的误差与后两者 $\rho^i(t_{k-1})$ 和 $\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)$ 的误差相互独立, $\rho^i(t_{k-1})$ 的误差与 $\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)$ 的误差也可近似为相互独立,故式(4)可写成:

$$D[\rho^i(t_k)] = \frac{1}{k^2}\sigma_\rho^2 + \frac{(k-1)^2}{k^2}D[\rho^i(t_{k-1})] + \frac{(k-1)^2}{k^2}D[\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)] = \frac{1}{k^2}\sigma_\rho^2 + \frac{(k-1)^2}{k^2}\sigma_\rho^2(k-1) + \frac{(k-1)^2}{k^2}\sigma_c^2(k, k-1) \quad (5)$$

由 $v_2' \approx 0$ 可以推得传统平滑算法在第 $k-1$ 个历元的伪距平滑误差的方差为 $\sigma_\rho^2(k-1) = \frac{1}{k-1}\sigma_\rho^2$ 。现假设从第 k 个历元起,开始考虑载波相位观测误差对伪距平滑精度的影响,由于 $\sigma_c^2(k, k-1) = 2\sigma_c^2$,则有:

$$D[\rho^i(t_k)] = \frac{1}{k^2}\sigma_\rho^2 + \frac{(k-1)^2}{k^2} \frac{1}{k-1}\sigma_\rho^2 + \frac{(k-1)^2}{k^2}\sigma_c^2 \approx \frac{1}{k}\sigma_\rho^2 + \sigma_c^2 \quad (6)$$

式(6)中取约等号是因为当 k 较大时, $(k-1)^2/k^2 \approx 1$ 。由于 σ_ρ^2 比 σ_c^2 高近3个数量级,所以当 k 大于500时有: $\frac{1}{k}\sigma_\rho^2 \approx 2\sigma_c^2$ 。此时, $2\sigma_c^2$ 项对总的平滑精度的影响便不能被忽略,即载波相位观测误差对总的平滑精度的影响是不能被忽略的。因此,在多历元平滑中,传统的载波相位平滑伪距的算法存在一定的局限性,为此本文提出另外一种新颖的载波相位平滑伪距的方法。

2 补充卡尔曼滤波法平滑伪距算法

从上述的分析可知,伪距观测误差、载波相位观测误差以及经平滑后的伪距观测误差这3个参量共同决定了平滑权因子的选择,显然在使总的平滑误差达到均方最小的条件下,存在一个最优的平滑权因子,该平滑权因子能够使得总的平滑误差趋于最小。

卡尔曼滤波是最优化自回归数据处理算法,是从与被提取信号有关的量测量中通过算法估计出所需的信号,建立反映量测量与被估测量之间函数关系的量测方程,在滤波过程中,状态量的递推依靠状态转移方程进行^[12]。补充卡尔曼滤波是借助卡尔曼滤波的思想,直接根据另一组观测量得到新的状态量,可以不用根据状态方程,具体为后一历元相位平滑伪距的估计量由前一历元平滑后的伪距、前后两个历元载波相位反

映的伪距变化量得到,在滤波过程中,考虑了伪距观测误差、载波相位观测误差以及经平滑后的伪距观测误差的影响,因此,通过补充卡尔曼滤波可以求取最小均方意义下的最优平滑权因子。具体的平滑过程如下:

首先,由 t_{k-1} 历元到 t_k 历元相位平滑伪距的一步预测可表示为

$$\rho_-^i(t_k) = \rho_+^i(t_{k-1}) + \delta\rho^i(t_{k-1}, t_k) \quad (7)$$

式中: $\rho_-^i(t_k)$ 为 t_k 历元载波相位平滑伪距的预测量; $\rho_+^i(t_k)$ 为 t_{k-1} 历元经平滑后的伪距; $\delta\rho^i(t_{k-1}, t_k)$ 的定义如前为由 t_{k-1}, t_k 两历元的载波相位观测量之差求得的伪距变化量。

式(7)中 $\rho_-^i(t_k)$ 误差的方差估计量为

$$p_-^i(t_k) = p_+^i(t_{k-1}) + 2\sigma_c^2 \quad (8)$$

式中: $p_-^i(t_k)$ 即为 $\rho_-^i(t_k)$ 误差的方差估计量; $p_+^i(t_{k-1})$ 为 $\rho_+^i(t_{k-1})$ 误差的方差估计量; $\delta\rho_+^i(t_{k-1}, t_k)$ 的方差如前, $D[\delta\rho_+^i(t_{k-1}, t_k)] = 2\sigma_c^2$ 。

t_k 历元所选取的平滑权因子为

$$k(t_k) = p_-^i(t_k) (p_-^i(t_k) + \sigma_p^2)^{-1} \quad (9)$$

式中: $k(t_k)$ 为 t_k 历元的补充卡尔曼滤波增益,在本文中称之为平滑权因子,其与式(3)中的平滑权因子 $\frac{1}{k}$ 的含义相类似,只是选取的方法不同而已,可见伪距误差的方差估计值以及实际测量的伪距的方差决定了平滑权因子,此平滑权因子包含了新息。

t_k 历元载波相位平滑伪距的修正结果为

$$\rho_+^i(t_k) = \rho_-^i(t_k) + k(t_k) (\rho(t_k) - \rho_-^i(t_k)) \quad (10)$$

式中: $\rho_+^i(t_k)$ 为 t_k 历元经修正的平滑伪距。经修正的平滑伪距误差的方差估计量为

$$p_+^i(t_k) = [1 - k(t_k)] p_-^i(t_k) \quad (11)$$

式(10)和式(11)将平滑伪距的估计值和估计误差方差的估计值递推到当前的历元,以备在下一个历元重复该过程。

上述递推的初始条件为: $\rho_+^i(t_1)$ 取 t_1 历元的伪距观测量, $\rho_+^i(t_1) = \sigma_p^2$ 。由式(9)可以看出,当 $\rho_-^i(t_k)$ 逐渐变小时, $k(t_k)$ 也逐渐变小,此时式(10)中 $\rho_+^i(t_k)$ 受 $\rho(t_k)$ 的影响也逐渐变小,由载波相位变化得到的伪距变化估计量开始在平滑过程中占据主导地位。 $k(t_k)$ 的取值范围在 0 和 1 之间, $k(t_k)$ 取 0 表示 t_k 历元的伪距平滑不依赖于 t_k 历元的伪距观测量 $\rho(t_k)$; $k(t_k)$ 取 1 则表示在 t_k 历元丢弃 t_k 历元以前的所有平滑信息(例如当从 t_{k-1} 历元到 t_k 历元之间发生了周跳就是这种情况)。

由式(8)和式(9)不难看出, $k(t_k)$ 的值是由 $p_+^i(t_{k-1})$ 、 σ_c^2 和 σ_p^2 这 3 个量共同确定的,其确定的原则是使 $\rho_+^i(t_k)$ 误差的方差趋于最小。也就是说, $k(t_k)$ 的选取是以 $\rho_+^i(t_k)$ 的均方误差最小作为前提的。另外,本文在这里所讨论的是对用户到某一颗卫星之间的伪距所作的平滑,对于用户到不同卫星之间的伪距可以利用补充卡尔曼滤波作类似的平滑,其所采用的补充卡尔曼滤波均为标量形式,因此计算量不大。

3 补充卡尔曼滤波法平滑伪距算法的应用

3.1 仿真分析

在某科研项目中,通过接收机接收实际的 GPS 信号,得到伪距以及载波相位观测值。利用得到的数据对传统平滑算法与补充卡尔曼滤波算法的平滑情况分别进行了仿真,仿真条件如下:平滑历元间隔为 1 ms,仿真历元数为 2 000 个,未经平滑的伪距观测误差如图 1 所示,可以看出伪距观测值的噪声呈高斯白噪声,均值为零,观测误差为 2.0 m (1σ);载波相位的观测误差为 1.9 mm (1σ)。经过传统平滑算法和补充卡尔曼滤波算法平滑后的伪距观测误差分别如图 2 和图 3 所示,二者误差的绝对值之差如图 4 所示。

由图 4 可以看出,在平滑的历元数不超过 500 个时,上述 2 种方法的差别并不明显,但随着平滑历元数的增加,二者的差异逐渐变大。另外从图 2 和图 3 也可以看出,补充卡尔曼滤波的平滑误差随平滑历元数的增多而逐渐变小,当平滑历元数超过 1 500 个时,其平滑精度可以达到 0.2 m (3σ)。而传统平滑算法的平滑精度在平滑历元数增多时受载波相位观测误差的影响较大,其最终平滑精度不能保证在 0.2 m (3σ) 之内。

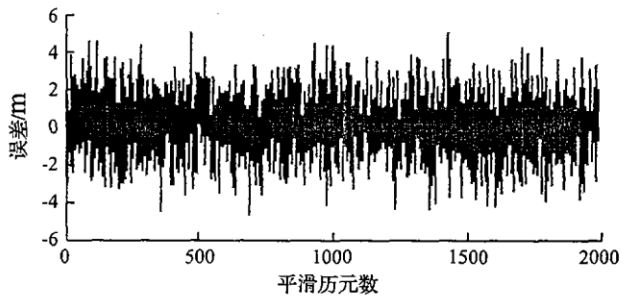


图1 伪距测量误差

Fig. 1 Pseudo-range measurement error

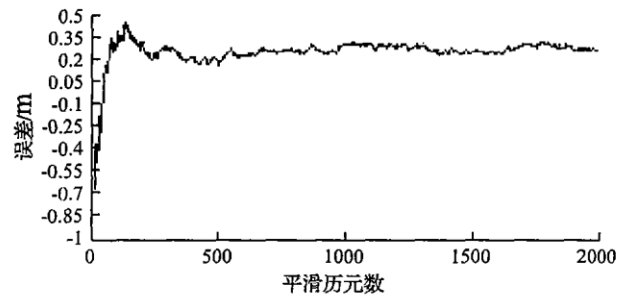


图2 采用传统平滑算法的平滑效果

Fig. 2 The smoothing result of the traditional phase-smoothed pseudo-range algorithm

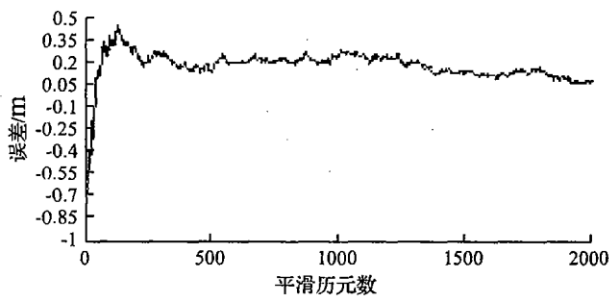


图3 采用补充卡尔曼滤波算法的平滑效果

Fig. 3 The smoothing result of the complementary Kalman filtering phase-smoothed pseudo-range algorithm

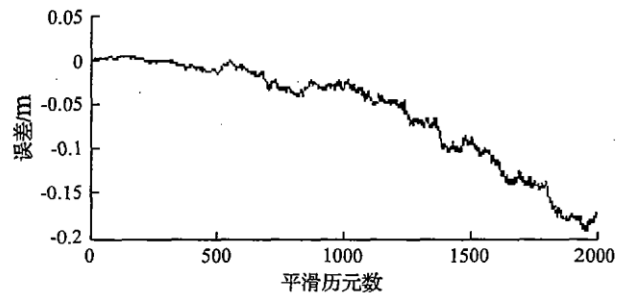


图4 平滑精度比较图

Fig. 4 The smoothing result accuracy contrast

3.2 算法的应用

补充卡尔曼滤波法平滑伪距算法应用于 GPS 接收机基带信号中的原理如下:由 GPS 天线接收的信号经过滤波、下变频和 AD 变换后,可以转变为适合数字信号处理芯片处理的 GPS 中频数字信号,数字信号处理芯片可以通过同时控制其内部的载波 NCO 和码 NCO 来实现对 GPS 信号载频和伪码(C/A 码)的捕获和跟踪。在实现了 GPS 信号的捕获之后,从载波 NCO 和码 NCO 中就可以分别得到包含 GPS 载波相位信息和码伪距信息的数据信号。该数据信号经过基带数据预处理后,可以进一步得到 GPS 卫星的载波相位观测量和码伪距观测量。实际中,载波 NCO 的数据采样率要远大于 1 kHz,所以 1 kHz 的载波相位观测量在工程上是完全可以实现的。此外,由于 GPS 的 C/A 码周期为 1 ms,假定 GPS 接收机的码 NCO 在每个 C/A 码周期的结束点都给出本地 C/A 码相对于所接收到的 C/A 码的时间延迟测量值,则 1 kHz 的码伪距观测量也是可以实现的。1 kHz 的采样率也决定了在 GPS 基带信号中进行载波相位平滑伪距会具有短时多历元的特点,这也正是在平滑过程中选用补充卡尔曼滤波算法来代替传统平滑算法的原因。经过补充卡尔曼滤波算法处理后的数据可以送给后续定位算法进行用户的定位解算或与基准站配合进行(Real Time Kinematics, RTK)测量。

4 结论

在平滑历元数较少时,补充卡尔曼滤波算法与传统的相位平滑伪距算法之间无显著差异;在平滑历元数增多时,补充卡尔曼滤波算法仍能够在平滑伪距均方误差最小的前提下算得最优平滑权因子,其最终平滑效果要优于传统的平滑算法。另外补充卡尔曼滤波的计算量不大,便于实时实现。所以补充卡尔曼滤波更适合应用在 GPS 高精度接收机的基带信号处理中。

参考文献:

- [1] Leelung C, Zhigang C, Xiaomin L. GPS Carrier Transition Phase Measurement Method Based on Data Detection in High Dynamic Circumstance[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 2000; 1310 - 1313.
- [2] 陈树新, 王永生. 白化处理对快速确定 GPS 整周模糊度算法的研究[J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2001, 2(5): 14 - 18.

- CHEN Shuxin, WANG Yongsheng. A Study of The Fast GPS Integer Ambiguity Resolution Through Whitening Process [J]. Journal of Air Force Engineering University; Natural Science Edition, 2001, 2(5): 14 - 18. (in Chinese)
- [3] 邱致和, 王万义. GPS 原理与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
QIU Zhihe, WANG Wanyi. The Principle and Application of GPS[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [4] Hatch R. The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements; The 3rd Int Geod Symp ON Satellite Doppler Position[C]. New Mexico: [s. n.], 1982.
- [5] 唐卫明, 刘智敏. GPS 载波相位平滑伪距精度分析与应用探讨[J]. 测绘信息与工程, 2005, 30(6): 37 - 39.
TANG Weiming, LIU Zhimin. Precision Evaluation and Application of GPS Code Pseudorange Smoothing Algorithm Baaed on Carrier Observables[J]. Journal of Geomatics, 2005, 30(6): 37 - 39. (in Chinese)
- [6] 王爱朝, 张 琰. GPS 动态定位的初始化[J]. 测绘通报, 1994, 20(6): 3 - 6.
WANG Aichao, ZHANG Yan. The Intialization of GPS Kinematic Positioning[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 1994, 20(6): 3 - 6. (in Chinese)
- [7] Van Graas F, Braasch M. GPS Interferometric Attitude and Heading Determination; Initial Flight Test Results[J]. Journal of The Institute of Navigation, 1991, 38(4): 297 - 316.
- [8] 王广运, 郭秉义, 李洪涛. 差分 GPS 定位技术与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 1996.
WANG Guangyun, GUO Bingyi, LI Hongtao. The Technology and Application of GPS Differential Positioning[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 1996. (in Chinese)
- [9] 杨永平. GPS 相位平滑伪距差分定位技术研究与应用[D]. 南京: 河海大学, 2005.
YANG Yongping. The Study and Application of GPS Phase Smoothing Pseudorange Differential Positioning Technology [D]. Nanjing: Hehai University, 2005. (in Chinese)
- [10] Elliott D Kaplan, Christopher J Hegarty. Understanding GPS: Principles and Applications[M]. Boston: Artech House, 2005.
- [11] Hofmann B, Lichtegger H, Collins J. Global Position System - theory and Practice[M]. [S. l.]: Adolf Holzbausens Nachfolger, 1992.
- [12] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004.
QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, WANG Shuhua. Kalman Filter and The Principle of Integrated Navigation[M]. Xi'an: North-western Polytechnical University Press, 2004. (in Chinese)

(编辑: 徐楠楠)

A Phase - smoothed Pseudo - range Algorithm Based on Complementary Kalman Filtering

YANG Chun - yan, WU De - wei, LU Yan - e, ZHANG Hui

(Telecommunication Engineering Institute , Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: In the baseband signal processing of high precision GPS receiver, the measurement accuracy of carrier phase smoothing pseudo - code measurement is greater than that of pseudo - code measurement. The traditional phase - smoothed pseudo - range algorithm is suitable for the condition that the number of smoothing epochs is not too great, but this will not hold true in the application situation of the short time multi - epoch smoothing. So the deficiency of the traditional phase - smoothed pseudo - range algorithm is analyzed under the condition of smoothing epochs increased. The complementary Kalman filtering is then employed as a novel smoothing algorithm in comparison with the traditional one, and the corresponding mathematical analysis of complementary Kalman filtering is provided, the feasibility of the algorithm is also analyzed. The simulation results show that because the influence of all relevant errors is taken into account in the complementary Kalman filtering, its smoothing precision is higher than that of the traditional one when the number of smoothing epochs exceeds 500.

Key words: GPS; complementary Kalman filtering; pseudo - range; carrier phase