

两种改进的直觉模糊多属性决策方法

陈东锋¹, 胥林², 龙戈农³

(1. 空军航空大学, 吉林 长春 130022; 2. 胜利油田钻井工艺研究院, 山东 东营 257017; 3. 空军工程大学
导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:对直觉模糊条件下的多属性决策问题, 针对现有记分函数法和距离法的不足, 基于 IFS 之间相对接近度的概念, 提出了新的记分函数法和改进 TOPSIS 方法, 综合利用了各方案至理想方案和负理想方案的距离信息, 得到决策结果综合性能最优, 并通过实例对比证明了本文方法的有效性。

关键词:多属性决策; 直觉模糊集; 排序; TOPSIS 法

中图分类号: TP182, C934 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)02-0076-04

Atanassov 提出的直觉模糊集合(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS)^[1-3]通过增加一个新的属性参数——非隶属度函数, 从而能更加细腻地刻画客观世界的模糊性本质, 是对 Zadeh 模糊集理论的重要扩充和发展, 它等同于 Gun 和 Buehrer 于 1993 年提出的 Vague 集^[4]。从国内外已发表的文献来看, IFS 已经应用于处理不确定性信息的决策领域。李登峰^[5]基于 IFS 建立了求解最优属性权重的线性规划模型, 同时提出了相应的多属性决策方法。Chen 和 Tan^[6]将 Vague 集应用于模糊条件下的多目标决策问题, 利用记分函数给出决策, 国内学者李凡^[7]、刘华文^[8]、周珍^[9]等分别对该方法的不足给出一系列修改形式。

本文在以上作者研究的基础上, 针对现有记分函数的缺陷提出了新的记分函数法, 并基于 IFS 之间相对接近度的概念提出了多属性决策的改进 TOPSIS(Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution, 逼近于理想解的排序方法)方法。通过理论分析和实例对比, 阐明所提出的新方法有效利用了 IFS 的性质, 且所得结果更符合人的直觉。

1 直觉模糊多属性决策方法

1.1 记分函数法

1.1.1 现有记分函数的缺陷

设直觉模糊多属性决策问题的方案集为 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, 属性集为 $U = [u_1, u_2, \dots, u_n]$, 对方案 $x_i \in X$, 按每个属性 $u_j \in U$ 进行测度, 得到 x_i 关于 U 的属性值由直觉模糊集表示为

$$c_i = \{ (u_1, [\mu_{i1}, v_{i1}]), (u_2, [\mu_{i2}, v_{i2}]), \dots, (u_m, [\mu_{im}, v_{im}]) \}$$

式中: μ_{ij} 表示方案 x_i 满足属性 u_j 的程度; v_{ij} 表示方案 x_i 不满足属性 u_j 的程度。决策者的目标是在方案集 X 中选择一个同时满足属性 u_j, u_k, \dots, u_p 或者满足属性 μ_s 的最优方案。

决策方案 x_i 满足与不满足该要求的程度由评价函数 E 表示为

$$E(c_i) = ([\mu_{ij}, v_{ij}] \wedge [\mu_{ik}, v_{ik}] \wedge \dots \wedge [\mu_{ip}, v_{ip}] \vee [\mu_{is}, v_{is}]) = [\mu_{c_i}, v_{c_i}] \quad (1)$$

式中: $\mu_{c_i} = \max(\min(\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{im}), \mu_{is})$; $v_{c_i} = \min(\max(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im}), v_{is})$ 。

基于 IFS 的多属性决策问题, 就是如何从用 IFS 表示的满足属性指标的候选方案中选出满足决策者要

收稿日期: 2006-12-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60773209); 陕西省自然科学基金资助项目(2006F18)

作者简介: 陈东锋(1979-), 男, 山东莱芜人, 博士, 主要从事智能信息处理与智能决策研究。

E-mail: twodriftr@126.com

求的最佳方案来。目前常采用记分函数来表示方案满足决策者要求的程度,记分函数值越大,方案越满足决策者的要求。刘华文^[8]分析了 Chen 和 Tan^[6]所给出记分函数的不足,给出如下的修正记分函数:

$$L[\mu_{c_i}, v_{c_i}] = \mu_{c_i} + \mu_{c_i} \cdot \pi_{c_i} \quad (2)$$

式中 $\pi_{c_i} = 1 - \mu_{c_i} - v_{c_i}$, 其含义是对弃权部分 π_{c_i} 按当前投票比例细化成 3 部分 $\mu_{c_i} \cdot \pi_{c_i}$ 、 $v_{c_i} \cdot \pi_{c_i}$ 和 $\pi_{c_i} \cdot \pi_{c_i}$, 它们分别表示弃权中倾向赞成票、反对票和弃权票的比例。遗憾的是,该记分函数忽视了反对意见对决策的影响,因此其决策结果也是不全面的。

例 1 若 $E(c_1) = [0.2, 0.8]$, $E(c_2) = [0.1, 0]$, 由式(2)得到 $L(E(c_1)) = 0.2$, $L(E(c_2)) = 0.19$, 表明方案 x_1 优于 x_2 , 这与人们的直觉相悖。用“投票模型”来分析: $E(c_1)$ 表示赞成票为 20%, 反对票为 80%, 弃权票为 0; 而 $E(c_2)$ 表示赞成票为 10%, 反对票为 0, 弃权票为 90%。实际中,人们可能认为方案 x_2 优于 x_1 。

1.1.2 新的记分函数

式(2)的不足在于忽视了反对意见对于决策的影响,而李凡等^[7]给出如下一般形式的记分函数:

$$S'[\mu_{c_i}, v_{c_i}] = \lambda_1 \mu_{c_i} + \lambda_2 v_{c_i} + \lambda_3 \pi_{c_i} \quad (3)$$

式中: $\lambda_1 \in [0, 1]$; $\lambda_2 \in [-1, 0]$; $\lambda_3 \in [-1, 1]$, 且 $\lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$ 。理论上讲,式(3)同时考虑了赞成、反对和弃权 3 个方面,是个较好的结果。但 λ_1, λ_2 与 λ_3 的具体选择是难点,也制约了其实际应用。经过分析,作为式(3)的特例,定义如下记分函数:

$$S'[\mu_{c_i}, v_{c_i}] = \mu_{c_i} + \frac{1 + \mu_{c_i} - v_{c_i}}{2} \pi_{c_i} \quad (4)$$

式(4)中,给中立者倾向投赞成票的比例赋值为 $\frac{1 + \mu_{c_i} - v_{c_i}}{2}$, 其含义是:中立者中可能投赞成票的比例首先认为是 0.5, 然后通过赞成票与反对票差的一半来修正该赋值比例,从而体现投赞成票的人越多,中立者倾向投赞成票的比例越大,反之越小。该记分函数综合考虑了赞成、反对和弃权 3 个方面,能有效解决例 1 中的类似问题。

例 2 设方案集 $X = [x_1, x_2, x_3]$, 属性集为 $U = [u_1, u_2]$ 。每个方案的属性值由以下 IFSs 描述: $c_1 = \{(u_1, [0.2, 0.1]), (u_2, [0.2, 0.1])\}$; $c_2 = \{(u_1, [0.5, 0.4]), (u_2, [0.5, 0.4])\}$; $c_3 = \{(u_1, [0.2, 0.3]), (u_2, [0.2, 0.3])\}$ 决策者要在方案集 X 中选择一个方案同时满足属性 u_1, u_2 。

由 Chen 和 Tan^[6]所给公式 $C[\mu_{c_i}, v_{c_i}] = \mu_{c_i} - v_{c_i}$ 得出: $C(c_1) = 0.1$, $C(c_2) = 0.1$, $C(c_3) = -0.1$, 可见该方法对 x_1, x_2 无法选择。

由刘华文^[8]所给式(2), 得出: $L(c_1) = 0.34$, $L(c_2) = 0.55$, $L(c_3) = 0.3$ 。于是 $x_2 > x_1 > x_3$, 可见该决策没有考虑反对意见的作用,是一种冒险决策。

由本文新提出的式(4), 得出: $S(c_1) = 0.585$, $S(c_2) = 0.555$, $S(c_3) = 0.425$, 于是 $x_2 > x_1 > x_3$ 。结果说明本文所提出的记分函数法比 Chen 和 Tan^[6]的函数具有更强的选择能力,且比刘华文^[8]所提出的函数考虑更加全面,决策结果更合理。但这里所提出的新记分函数也只是现有记分函数法的特殊形式而已,仅适用一定的场合,不能认为比现有的其它方法在任何时候都优越、有效,即不具有普适性。

1.2 相对接近度解法

1.2.1 现有距离法的缺陷

刘华文^[8]给出了基于 Vague 集多目标决策问题的距离解法,该方法实质是 TOPSIS 方法,基本思路是:首先虚拟一个满足决策要求的理想方案,然后采用距离测度,按照方案属性值与理想方案的属性值之间距离越小越好的决策原则进行选择。然而该方法有不容忽视的不足之处:首先与理想方案距离更近的方案可能与负理想方案的距离也近;此外, Szmidt 和 Kacprzyk^[11]指出在某些情况下,仅按距离测度只能粗略和局部地反映直觉模糊集之间的差异,因此该做法也并不能完全反映出诸方案的优劣情况。针对该问题,基于 Szmidt 和 Kacprzyk^[11]提出的 IFSs 之间的相似度,给出如下新的有限方案的多属性决策方法:基于相对接近度的改进 TOPSIS 法。

1.2.2 理想方案的确定

假设直觉模糊多属性决策问题的方案集 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, 属性集为 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 。方案 $x_j \in X$

关于属性 $a_i \in A$ 的评价用直觉模糊集 $X_{ij} = \{ \langle x_j, \mu_{ij}, v_{ij} \rangle \}$ 来表示。构造各属性值均达到最优的理想方案为

$$M^+ = \{ (u_1, [\bigvee_{i=1}^n \mu_{i1}, \bigwedge_{i=1}^n v_{i1}]), (u_2, [\bigvee_{i=1}^n \mu_{i2}, \bigwedge_{i=1}^n v_{i2}]), \dots, (u_m, [\bigvee_{i=1}^n \mu_{im}, \bigwedge_{i=1}^n v_{im}]) \} \tag{5}$$

同样可构造另一负理想方案,它的各属性值均达到各被选方案中的最劣值,如式(6)所示:

$$M^- = \{ (u_1, [\bigwedge_{i=1}^n \mu_{i1}, \bigvee_{i=1}^n v_{i1}]), (u_2, [\bigwedge_{i=1}^n \mu_{i2}, \bigvee_{i=1}^n v_{i2}]), \dots, (u_m, [\bigwedge_{i=1}^n \mu_{im}, \bigvee_{i=1}^n v_{im}]) \} \tag{6}$$

采用文献[11]中的标准海明距离,可计算得到每个方案 $x_j \in X$ 与理想方案 M^+ 、负理想方案 M^- 以及它们的补集 M^{+c} 、 M^{-c} 之间的距离,分别记为: $D(c_j, M^+)$ 、 $D(c_j, M^{+c})$ 、 $D(c_j, M^-)$ 和 $D(c_j, M^{-c})$ 。

1.2.3 相对接近度的定义

文献[11]已给出了直觉模糊集之间的标准 Hamming 距离,其中 A 和 B 是给定论域 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的直觉模糊子集。当 $X = [a, b]$ 为连续论域时,则

$$d_{IFS}^1(A, B) = \frac{1}{2(b-a)} \int_a^b [|\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| + |v_A(x_i) - v_B(x_i)| + |\pi_A(x_i) - \pi_B(x_i)|] dx$$

结合 IFS 的三维图示可知,Hamming 距离表示两曲线相交部分所围成的面积,不论两曲线性质如何,形状差别多大,只要总面积相等,则其 Hamming 距离相等。可见,Hamming 距离只能局部地反映而不能完美地反映直觉模糊集合在其它方面的差异。为进一步刻画直觉模糊集合之间的相似程度,引入 Szmjdt 和 Kacprzyk 所提出的相对接近度的定义。

定义1 设 F 和 M 分别是 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的直觉模糊集,即 $F = \{ \langle x_j, \mu_F(x_j), v_F(x_j) \rangle | x_j \in X \}$, $M = \{ \langle x_j, \mu_M(x_j), v_M(x_j) \rangle | x_j \in X \}$, 则称

$$S(F, M) = \frac{D(F, M^c)}{D(F, M)} \tag{7}$$

是直觉模糊集 F 和 M 之间的相对接近度。其中 M^c 是 M 的补集, $D(F, M)$ 与 $D(F, M^c)$ 分别是直觉模糊集 F 与 M 、 F 与 M^c 之间的标准 Hamming 距离。显然, $0 \leq S(F, M) \leq \infty$ 。

该相对接近度越大,表明直觉模糊集 F 越接近于 M ,同时越偏离 M 的补集 M^c 。当 $D(F, M) = 0$ 时,表明 F 与 M 完全等价。由于 IFSs 用隶属度和非隶属度两个自由度来表达,因此该相似度综合考虑 F 到 M 以及到 M 的补集 M^c 之间的距离,比起只考虑单一距离的情况选择性更强^[11],在决策应用时也更合理。

根据该相对接近度定义,可计算出每个方案与理想、负理想方案相对接近度的比值为

$$\xi_j = \frac{S(x_j, M^+)}{S(x_j, M^+) + S(x_j, M^-)} \tag{8}$$

显然对每一个方案 $x_j \in X$, ξ_j 越大,表明方案 $x_j \in X$ 越接近于理想方案,同时越偏离负理想方案。

1.2.4 择近原则

在相对接近度意义下的最优方案 $x_j^* \in X$ 可由下式得到:

$$x_j^* = \arg \max_{x_j \in X} \{ \xi_j \} \tag{9}$$

由于相对接近度有效利用了各方案至理想方案和负理想方案的距离信息,因此该多属性决策方法可克服文献[8]中仅采用欧式距离进行决策时所带来的局限性。

例3 设方案集 $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]$, 属性集为 $U = [u_1, u_2, u_3]$ 。各方案的属性值由以下 IFSs 描述: $c_1 = \{ (u_1, [0.2, 0.2]), (u_2, [0.3, 0.1]), (u_3, [0.2, 0]) \}$; $c_2 = \{ (u_1, [0.3, 0.3]), (u_2, [0.2, 0.2]), (u_3, [0.3, 0.1]) \}$; $c_3 = \{ (u_1, [0.4, 0.4]), (u_2, [0.6, 0.3]), (u_3, [0.6, 0.4]) \}$; $c_4 = \{ (u_1, [0.5, 0.3]), (u_2, [0.4, 0.4]), (u_3, [0.5, 0.3]) \}$ 。

首先,利用式(5)、(6)构造出理想方案 $M^+ = \{ (u_1, [0.5, 0.2]), (u_2, [0.6, 0.1]), (u_3, [0.6, 0]) \}$, 负理想方案 $M^- = \{ (u_1, [0.2, 0.4]), (u_2, [0.2, 0.4]), (u_3, [0.2, 0.4]) \}$; 根据式(7)、(8),计算出各方案到理想方案的相对接近度: $\xi_1 = 0.6617$, $\xi_2 = 0.5946$, $\xi_3 = 0.6436$, $\xi_4 = 0.6769$ 。于是4种方案的排序为 $x_4 > x_1 > x_3 > x_2$, 方案 x_4 是最佳选择。

同理,按照文献[8]所给出的方法,可计算各方案到理想方案的标准 Hamming 距离为: $D(c_1, M^+) = 0.3333$; $D(c_2, M^+) = 0.3$; $D(c_3, M^+) = 0.2667$; $D(c_4, M^+) = 0.2333$ 。按照距离越小越好的决策原则,得到4种方案的排序为 $x_4 > x_3 > x_2 > x_1$, 同样方案 x_4 是最佳选择。但对比其它方案的排序,并结合各方案属性值的

投票模型解释,可见上述给出的相对接近度解法由于更完整的反映了 IFS 之间的差异,同时避免了仅考虑正理想方案的局限性,因此得到的结果更合理,并符合人的直觉。

2 结论

针对现有基于 IFS 的多属性决策方法中记分函数法和距离法的不足,本文所提出的新方法具有如下优势:①新的记分函数法综合考虑了赞成、反对和弃权 3 个方面对决策结果的影响,不仅有直观的投票模型解释,而且选择能力更强;②基于 IFS 之间一种新的相对接近度定义,所提出的改进 TOPSIS 方法综合利用了各方案至理想方案和负理想方案的距离信息,克服了现有方法的不足,得到的决策结果综合性能最优。实例对比也证明了本文方法的有效性。

参考文献:

- [1] Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20 (1) : 87 - 96.
- [2] Atanassov K. More on Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33 (1) : 37 - 46.
- [3] Atanassov K. New Operations Defined Over the Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61 (2) : 137 - 142.
- [4] Gau Wen Lung, Buehrer D J. Vague sets [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1993, 23(2) : 610 - 614.
- [5] Li D F. Multiattribute Decision Making Models and Methods Using Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Journal of Computer and System Sciences, 2005, 70(1) : 73 - 85.
- [6] Chen S M, Tan J M. Handling Multi - Criteria Fuzzy Decision - Making Problems Based on Vague Set theory [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2) : 163 - 172.
- [7] 李凡, 卢安, 蔡立晶. 基于 Vague 集的多目标模糊决策方法 [J]. 华中科技大学学报, 2001, 29(7) : 1 - 3.
LI Fan, LU An, CAI Lijing. Multicriteria Decision Making Based on Vague Sets [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2001, 29(7) : 1 - 3. (in Chinese)
- [8] 刘华文. 多目标模糊决策的 Vague 集方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(5) : 103 - 109.
LIU Huawen. Vague Set Methods of Multicriteria Fuzzy Decision Making [J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2004, 24(5) : 103 - 109. (in Chinese)
- [9] 周珍, 吴祈宗. 基于 Vague 集的多准则模糊决策方法 [J]. 小型微型计算机系统, 2005, 26(8) : 1350 - 1353.
ZHOU Zhen, WU Qizong. Multicriteria Fuzzy Decision Making Method Based on Vague Set [J]. MINI - MICRO SYSTEMS, 2005, 26(8) : 1350 - 1353. (in Chinese)
- [10] Szmidi E, Kacprzyk J. Distances Between Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114 : 505 - 518.
- [11] Szmidi E, Kacprzyk J. A Concept of Similarity for Intuitionistic Fuzzy Sets and Its Use in Group Decision Making: Second International Conference, MDAI 2005 [C]. Japan: Springer Berlin, 2005 : 272 - 282.

(编辑:田新华)

Two Improved methods of Multi - attribute Decision Making Based on Intuitional Fuzzy Sets

CHEN Dong - feng¹, XU Lin², LONG Ge - nong³

(1. Aviation University of Air Force, Chang Chun 13022, China; 2. Drilling Technics Research Institute of Shengli oil Field, Dong ying 257017, Shandong, China; 3. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: The concept of intuitional fuzzy sets (IFSs) is of a generalization and development to the concept of Zadeh fuzzy sets. The theory of IFSs is well suited to dealing with the vagueness problems of the real world. Based on IFSs theory, multi - attribute decision making problems are analyzed. To overcome the shortcomings of the present score function method and distance method, new methods of score function and improved TOPSIS are presented. The numerical examples are given to show the effectiveness of the methods presented in this paper.

Key words: multi - attribute decision making; intuitional fuzzy sets; ranking; TOPSIS method