第8卷第1期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol.8 No.1
2007年2月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Feb.2007

利用灰色关联度理论对仿真模型的评估研究

王曙钊[1]，　刘兴堂[2]，　段锁力[1]
(1. 空军工程大学 理学院，陕西 西安 710051;2. 空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800)

摘　要:对于仿真模型和原型模型数据,建立了基于灰色关联度的评价公式,进而提出了对于携带模型逼真信息的归一化序列的评价公式。这些评价公式一方面解决了模型验证的问题,同时又给出了模型逼真的程度。归一化序列的评价模型也可用于对仿真系统的总体评价。

关键词:建模与仿真,模型评估,灰色关联度,逼真度
中图分类号: TP391　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2006)01-0073-04

灰色系统理论在管理学、决策学、战略学、预测学、未来学、生命科学等领域展示了极为广泛的应用前景[1-4]。在建模与仿真的VV&A(Verification Validation and Accreditation)领域灰色理论也可用来进行模型的验证[5,6]。本文利用灰色关联度理论对仿真模型的评估进行了研究。

1　仿真模型评估的数学化抽象

1.1　仿真系统定量评估的需求和基础

系统仿真技术是集相似性原理、系统建模理论与技术、控制理论与技术、计算机技术、网络技术、信息技术、电子技术多项理论和技术于一身的应用新技术。所建立的仿真模型是否逼真的表现了原系统的功能、性能是确定仿真成败的关键之一。与此相应便产生了对仿真系统校核、验证的需求与理论。在近20年的研究中,对仿真模型的验证产生了多种成功的技术,如统计分析技术、回归分析技术、谱分析技术[7,8]等等。但是此前的研究所产生的校核验证的结果一般都是逻辑性的(即接收一个模型或否定一个模型),难以对一个模型给出相对于原系统的逼近程度概念。在近几年的研究中,对仿真系统的定量评估日益成为该领域研究的热点,仿真可信度评估的需求和技术也不断的被提出[9-10],国内不少学者也提出了仿真可信度的评估模型[12-13],这些模型大都处于统计的观点。本文提出一种基于灰色关联度理论的对仿真模型的评估模型。

1.2　仿真模型评估的数学描述

设$\{f_k(t)\}$,$\{g_k(t)\}$($k=1,2,\cdots,K$)分别是具有变量对应关系的原型系统输出函数族和仿真实现模型输出函数族。模型验证的任务就是确定函数族$\{g_k(t)\}$是否是对函数族$\{f_k(t)\}$的实现并且确定实现的程度,换句话说就是度量这两族曲线的逼近度。

在上述问题中,评价两个模型的逼近度,就归结为评价两族曲线的几何形状的相似程度。显然几何形状越接近,其关联程度越高,反之关联程度越低。我们将用灰色关联度理论来解决这一问题。

2　一对曲线的灰色动态关联势

设$X=(x_1,x_2,\cdots,x_N)$是给定的参考曲线,$Y=(y_1,y_2,\cdots,y_N)$是待评价曲线,文献[1]定义了y_n和x_n之间的动态灰色关联系数如下:

收稿日期:2006-07-04
基金项目:国防预研基金资助项目(413040404)
作者简介:王曙钊(1955-),陕西乾县人,教授,主要从事信号与信息处理,建模与仿真的VV&A研究.

$$\rho_n = \frac{\min_n|x_n - y_n| + \xi \max_n|x_n - y_n|}{|x_n - y_n| + \xi \max_n|x_n - y_n|}, n = 1,2,\cdots,N \tag{1}$$

式中，ξ 称为分辨系数，ξ 越小，分辨率越高，理论上可取 $\xi \in [0, +\infty)$，通常取 $\xi \in [0,1]$。在评价点当 $x_n - y_n \equiv C$（常数）时，此时定义 $\rho_n = 1$。这是很合理的，因为在每个评价点被评价对象动态趋势与给定参考趋势完全吻合。将每一点的关联系数加权平均作为整个曲线的灰色动态关联势，有

$$\gamma = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \lambda_n \rho_n \tag{2}$$

λ_n 称为权函数，它的选取一般要视具体问题凭经验而定。对于一般情况，为便于运算可取 $\lambda_n \equiv 1$。

可以看出，利用灰色关联分析法进行模型验证时，对样本容量不作任何限制，且不必考虑样本序列的统计分布规律，适合于小样本序列的情况。这是它优于统计法的地方。灰色关联势的着力点是两个序列所形成的空间曲线形态的相似程度，或者说是动态形态发展趋势的一致性程度，这种方法往往被用来进行事物发展的趋势分析并进行决策，如经济发展的因素分析、影响环境的因素评价以及对某些问题的决策等等。对这些问题仅仅需要研究它们的趋势，仅有相对结果就够了，而对由它们构造的曲线之间的距离不必考虑。而在 VV&A 中两条曲线之间距离必须考虑。假如两条曲线的动态轮廓完全相同且恒差一个常数时（即 $x_n - y_n \equiv C$），关联系数 $\rho_n = 1$，从而关联势 $\gamma = 1$。但是这两条曲线并不完全逼近。因而，式(1)、(2) 不能作为准确的评价 X,Y 的逼近程度的度量。

文献[6] 讨论了用这种方法进行仿真模型验证时存在的风险性，因而对式(1) 作如下修正

$$\rho_n = \left(\frac{\min|x_n - y_n| + \xi \max|x_n - y_n|}{|x_n - y_n^m| + \xi \max_m\max_n|x_n - y_n^m|} e^{-\eta_n}\right)^{1/2}, \quad \eta_n = \frac{2|x_n - y_n|}{|x_n| + |y_n|}, n = 1,2,\cdots,N \tag{3}$$

负指数项的加入使关联系数中间接体现了两曲线间距离的作用因素，提高了关联系数的准确度，从而减小了此法应用的风险。但是式(3) 还不能用来作为两条曲线逼近度的计算，我们还需作进一步的分析。

根据经验我们可以确立下述公认：在 x_n, y_n 均为有限值的情况下，对于任何 n，当 $x_n \equiv y_n$ 时，这两条曲线完全重合，具有最大逼近度（关联度）1。最不逼近的情况认为逼近度（关联度）为 0。但在 x_n, y_n 均为有限数值情况下，我们只能确定两条曲线完全逼近，而不能确定完全不逼近的情况。在一般情况下两条曲线逼近度都介于完全逼近和完全不逼近之间。在无限情况下，如果两条曲线之间的距离越大则其逼近度越小，极限情况下两者的距离趋于无穷大，则逼近度趋于 0。不考虑两曲线间距离时，用灰色理论评价得到的结果称其为关联势，考虑了距离因素时称其为关联度。这时的关联度与逼近度有相同的意义。

为了讨论方便，现在假定 $x_n > 0, y_n > 0$，且 $x_n - y_n \equiv C > 0$。这样式(3) 变为

$$\rho_n = \exp\left(-\frac{2|x_n - y_n|}{|x_n| + |y_n|}\right) = \exp\left(-\frac{C}{2y_n + C}\right) \tag{4}$$

显然当 $C = 0$ 时，$\rho_n = 1$，与上述公认吻合，而当 $C \to +\infty$ 时，$\rho_n \to 0.368$，与上述公认不符。因而式(4) 用与评价两条曲线关联度是有缺陷的。

3 曲线的灰色关联度

推广上述的曲线的灰色动态关联势概念，再考虑曲线间的距离因素和动态趋势可以建立曲线的关联度模型。

3.1 曲线点间的关联系数

设两条曲线 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_N)$ 和 $Y = (y_1, y_2, \cdots, y_N)$ 的误差函数为

$$\varepsilon_n = x_n - y_n \tag{5}$$

计算下述两种误差：

$$\varepsilon_A = \sum_{n=1}^{N} |\varepsilon_n| \tag{6}$$

$$\varepsilon_a = \left|\sum_{n=1}^{N} \varepsilon_n\right| \tag{7}$$

显然有

$$\varepsilon_A \geqslant \varepsilon_a \tag{8}$$

这样,可定义评价点 x_n 和 y_n 之间的关联系数如下,

$$\rho_n = \frac{(|x_n|+|y_n|-|x_n - y_n|)/2 + 1}{(|x_n|+|y_n|+|x_n - y_n|)/2 + \varepsilon_A - \varepsilon_a + 1} \tag{9}$$

式中 $\varepsilon_A - \varepsilon_a$ 为趋势项。与灰色动态关联势不同的是,在评价点当 $x_n - y_n = 0$ 时,由于趋势项的作用,ρ_n 并不一定等于1。但对所有 n,当 $x_n \geqslant y_n$ 和 $x_n \leqslant y_n$ 时,存在 $\varepsilon_A = \varepsilon_a$,才可有 $x_n - y_n = 0$ 时 $\rho_n = 1$ 。对于所有 n 当 $x_n - y_n \equiv 0$ 时,说明序列 Y 与序列 X 完全重合,此时 $\varepsilon_A = \varepsilon_a = 0$,从而使 $\rho_n \equiv 1$,此为完全逼近(关联)情况。对于某些 n 当 $x_n - y_n \neq 0$ 时,$0 < \rho_n < 1$ 。综合之可见 $0 < \rho_n < 1$ 。ρ_n 越接近于1,则认为 y_n 与 x_n 之间的关联程度越高,反之关联程度越低。

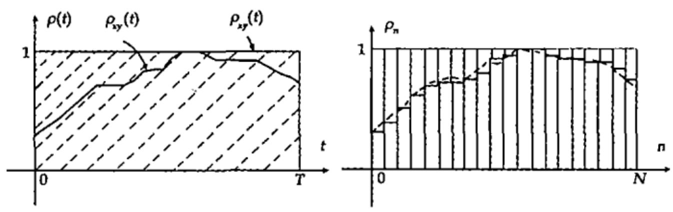
式(9) 同时考虑到了两条曲线之间的距离因素。如果 y_n 与 x_n 之间相差很大时,有下述关系式

$$\begin{cases} \rho_n \approx \dfrac{y_n}{x_n} \quad , \quad x_n \gg y_n > 1 \\ \rho_n \approx \dfrac{x_n}{y_n} \quad , \quad y_n \gg x_n > 1 \end{cases} \tag{10}$$

可见,当其中一条曲线为有限而另一条曲线趋于无限时,都有 $\rho_n \to 0$,与上述公认完全吻合。

3.2　一对曲线关联度

为了说明关联度概念,我们先把 x_n, y_n 考虑为连续函数 $x(t), y(t)$,关联系数也变为关联函数 $\rho(t)$ 。在时间 $t \in [0,T]$ 间考虑两根曲线的关联度。参考图1(a),曲线 $\rho_{xx}(t)$ 是 x 与 x 的关联曲线,实际上是理想关联曲线,其值恒为1。曲线 $\rho_{xy}(t)$ 是 y 与 x 的关联曲线,定义关联度 γ 为 $\rho_{xy}(t)$ 与横轴在 $t=0$ 和 $t=T$ 之间的面积(灰面部分)与 $\rho_{xx}(t)$ 与横轴在 $t=0$ 和 $t=T$ 之间的面积(斜线部分)之比,即。



(a)　(b)

图1　关联度的图形示意

$$\gamma = \frac{\int_{t=0}^{t=T} \rho_{xy}(t)\,dt}{\int_{t=0}^{t=T} \rho_{xx}(t)\,dt} \tag{11}$$

对于离散序列,情况如图1(b) 所示,此时关联度近似为

$$\gamma \approx \frac{\sum_{n=1}^{N} \rho_n \tau}{\sum_{n=1}^{N} 1 \cdot \tau} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \rho_n \tag{12}$$

式中 τ 为离散间隔。式(12) 与式(2) 相当(实际上此式也是依据本式推导而来),只是加权系数均为1。同时在式(9) 中没有分辨系数 ξ ,或者取分辨系数恒为1。这样做是将关联度计算规范化,使之不以不同的操作者对 ξ 和 λ_n 的取法不同而产生不同的结果。

4　模型逼真度的评估

式(9) 比式(1)、(3) 要客观的多,它包含了所给的不完全信息中的最大量信息,因而比其它二式实用性强,在 VV&A 评估中是可行的。在建模与仿真中一般都针对离散数据,故对上述曲线族离散化得到 $\{f_k(n)\}$,$\{g_k(n)\}$ $(k = 1,2,\cdots,K, n = 1,2,\cdots,N)$ 对其中每一对对应曲线进行如式(9) 和(12) 的评估,将得到一个归一化的正值序列 $\{\gamma_k\}$,$k = 1,2,\cdots,K$ 。显然该序列携带着两个相比较的模型中 $\{g_k(n)\}$ 相对于 $\{f_k(n)\}$ 的逼真度信息。

对归一化序列的评价,必须满足下述公认准则:如果 $\gamma_k = 1$,则 $g_k(n)$ 相对于 $f_k(n)$ 完全逼真;如果对于所有 k,$\gamma_k \equiv 1$,则 $\{g_k(n)\}$ 相对于 $\{f_k(n)\}$ 完全逼真;如果对于所有 k,$\gamma_k \equiv C$,$0 < C < 1$,则 $\{g_k(n)\}$ 相对于 $\{f_k(n)\}$ 的逼真度应为 C;另外如果 $\gamma_k \equiv 0$,说明则 $\{g_k(n)\}$ 相对于 $\{f_k(n)\}$ 没有任何逼真度;除此之外,

所评价的逼真度均在 0 - 1 之间。据此,设 $\beta_k \equiv 1, k = 1,2,\cdots,K$,作为 $\{g_k(n)\}$ 相对于 $\{f_k(n)\}$ 完全逼真的参考标准,可构造 $\{g_k(n)\}$ 相对于 $\{f_k(n)\}$ 逼真度的评价公式为

$$P = \frac{\bar{\beta}\cdot\bar{\gamma}}{0.5(\bar{\beta}+\bar{\gamma}+\bar{\varepsilon})\cdot\bar{\varepsilon}+\bar{\beta}\cdot\bar{\gamma}} \tag{13}$$

其中,

$$\bar{\beta} = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\beta_k^2},\quad \bar{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\gamma_k^2},\quad \bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}(\beta_k-\gamma_k)^2} \tag{14}$$

考察式(13),可知其满足上文提出的归一化序列评价公认准则。因而它可作为逼真度评价的模型,同样也可作为仿真置信度(可接受度)评价的模型。在式(14)等号右边各自变量都是平方运算,故也适用于含有负值元素的归一化序列的评价。

本文提出的上述评价公式得到了实际数据的验证,结论是可行的。限于篇幅,这里不多赘述。

5 结束语

本文研究了建模与仿真中模型的评估问题。提出了基于灰色关联度的模型原型数据的评价公式,和对于归一化序列的评价公式。这些评价模型一方面解决了模型验证的问题,同时又给出了模型逼真的程度。归一化序列的评价模型也可用于对仿真系统的总体评价,只要对仿真系统的每一个评价要素进行归一化评价后,就可以直接使用该公式。这些模型在建模与仿真及其仿真系统质量评价中具有很好的实用意义。

参考文献:

[1] 邓聚龙. 灰色理论基础[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2002.

[2] 胡召音. 灰色理论及其应用[J]. 武汉理工大学学报,2003,27(3):405 ~408.

[3] 宋久鹏,董大伟,高国安. 基于层次分析法和灰色关联度的方案决策模型研究[J]. 西南交通大学学报,2002,37(4):463 -466.

[4] 刘 琦,陈 琼,韦司滢. 基于多层灰色关联度的知识联盟伙伴选择模型[J]. 华中科技大学学报(自然科学版)2004,32(7):54 -56.

[5] 魏华良. 灰色关联分析及其在导弹系统仿真模型验证中的应用[J]. 系统工程与电子技术,1997,19(2): 55 -61.

[6] 孙勇成,周献中,李桂芳,等. 基于灰色关联分析的仿真模型验证及其改进[J]. 系统仿真学报,2005,17(3):522 -524.

[7] 张绍宁,戴红缨. 现代谱估计在飞行器仿真模型验证中的应用[J]. 计算机仿真,2003,20(9):20 -22.

[8] Chris Miller, Michael Lee, Joe Uzdzinski, et al. Qualification: An Incremental Approach to Modeling and Simulation VV&A [EB/OL], http://www. scs. org/confernc/ssimc/ssimc03/scsc2003.

[9] 张金槐,张士峰. 验前大容量仿真信息淹没现场小子样实验信息问题[J]. 飞行器控测学报,2003,(9):1 -6.

[10] 邓海军,查亚兵. Bayes 小子样鉴定中仿真可信度研究[J]. 系统仿真学报,2005,17(7),1566 -1568.

(编辑:田新华)

Research on Simulation Model Evaluation Using Grey Correlation Degree

WANG Shu - zhao[1,2], LIU Xing - tang[2], TIAN Xin - hua[2]

(1. The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, Shaanxi China; 2. Scientific Research Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, Shaanxi China)

Abstract: An evaluation formula is set up for the compared data of simulation model and prototype model based on grey interrelating degree. Another evaluation formula is proposed for normalization sequence that carries the information of model fidelity. Both model validation and model fidelity are solved by the formulas. The normalization's formula can be used to evaluate integrated simulation system. These evaluation models have practical significance in appraising the quality of modeling and simulation, as well as of the systems.

Key words: modeling and simulation; model evaluation; grey interrelating degree; fidelity