

# 基于混沌吸引子的压气机失速分析

高坤华<sup>1</sup>, 李天亮<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072; 2. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**采用基于混沌理论的非线性动力系统分析方法,进行压气机压力信号时间序列分析,重构了系统的相空间,从几何角度研究系统状态变化,计算出压气机系统的最大李雅普诺夫指数为正值,由此判断系统中存在混沌,基于某型发动机节流实验中压气机失速数据,将改进的混沌吸引子预测方法与局部线性化预测方法对比,分析表明新方法可减小误差9%。

**关键词:**相空间重构;李雅普诺夫指数;混沌吸引子;失速预测

**中图分类号:** V231 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2007)01-0004-03

近年来,叶轮机不稳定性研究已成为研究和应用领域的一个热点,国内外学者在此方面进行了卓有成效的理论分析和实验研究<sup>[1-4]</sup>,但是造成叶轮机不稳定的原因是非常复杂的,就压气机而言由于叶片尖部泄漏流、叶片尾迹、根部失速、附面层等复杂流动的存在以及目前对此认识理论上的局限,无论是采用流体力学计算还是实验都有其局限性。

目前常用的压气机气动不稳定征兆检测方法包括行波能量法、功率谱密度分析、小波分析和快速傅里叶变换等<sup>[5-10]</sup>。这些方法通常对失速前扰动波的形式比较敏感,有一定的局限性。本文提出一种新的基于混沌理论的压气机失速预测方法,方法基于系统论思想直接对压气机的压力信号时间序列进行研究。

## 1 基于混沌吸引子的预测算法

### 1.1 重构相空间

状态空间重构是混沌信号处理的基础<sup>[2]</sup>。通过状态空间重构,可以获得从时间序列中不易直接观测到的系统信息。为此,先计算相空间重构的参数。

1) 嵌入维数  $m$  的计算。Takens 理论指出嵌入维数选择的标准是  $m > 2 \times d + 1$ , 其中  $d$  是系统混沌吸引子分形维数,本文基于虚假邻域的概念计算最佳嵌入维数<sup>[2,9-10]</sup>。

2) 时间延迟  $\tau$  的计算。对时间延迟  $\tau$  的计算采用相关信息法,  $\tau$  取值为  $I(T)$  的第一个拐点值。

$$I(T) = \sum_{n=1}^N P(Y(n), Y(n+T)) \log_2 \left[ \frac{P(Y(n), Y(n+T))}{P(Y(n))P(Y(n+T))} \right] \quad (1)$$

式中:  $N$  是数据点个数;  $P(Y(n))$  是概率密度函数;  $P(Y(n), Y(n+T))$  是联合概率密度函数。

3) 重构相空间。根据 Takens 理论,将信号序列  $z(t_i), i = 1, 2, \dots, N$  重构相空间:

$$\begin{aligned} Y_1 &= (z(t_1), z(t_1 + \tau), \dots, z(t_1 + (m-1)\tau)) \\ Y_2 &= (z(t_2), z(t_2 + \tau), \dots, z(t_2 + (m-1)\tau)) \\ &\dots \\ Y_n &= (z(t_n), z(t_n + \tau), \dots, z(t_n + (m-1)\tau)) \end{aligned} \quad (2)$$

### 1.2 判断系统存在混沌

收稿日期: 2006-09-27

基金项目: 国家“863”计划资助项目(2002AA753012)

作者简介: 高坤华(1964-), 男, 江苏盐城人, 副教授, 博士生, 主要从事航空燃气涡轮发动机等研究。

本文通过计算系统最大李雅普诺夫指数<sup>[9]</sup>判断系统是否存在混沌。

### 1.3 寻找邻近点

在相空间中,通过计算各点与  $Y_n$  之间的距离找出  $Y_n$  的邻近点。设  $Y(t_i)$  为状态点  $Y(t_N)$  的  $\varepsilon$  领域内一点,即

$$\|Y(t_N) - Y(t_i)\| \leq \varepsilon \quad (i < N - L) \quad (3)$$

设有  $M$  个状态点满足以上不等式,则

$$Y(t_i) = (z(t_i), z(t_i + \tau), \dots, z(t_i + (m - 1)\tau)) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

### 1.4 求预测值

根据相空间重构理论,有式(5)、式(6)

$$Y_{n+1} = (z(t_{n+1}), z(t_{n+1} + \tau), \dots, z(t_{n+1} + (m - 1)\tau)) \quad (5) \quad n = N - (m - 1)\tau \quad (6)$$

则  $z(t_{n+1} + (m - 1)\tau)$  对应为所求预测值,所以将  $Y_{n+1}$  的最后一维取出,可得  $z(t_{n+1})$  的预测值。而通常确定预测函数采用局部线性化(Locally Linear)、加权平均等方法。

### 1.5 算法的改进

将空间距离作为一个拟合参数引入预测,在一定程度上可以提高预测精度。改进后的预测可描述为

$$Y_{n+1} = \frac{\sum_{k=1}^m Y_{ik} e^{-A(d_k - d_m)}}{\sum_{k=1}^m e^{-A(d_k - d_m)}} \quad (7)$$

$Y_{n+1}$  是预测得到的空间轨迹点,  $Y_{ik}$  是预测点  $Y_n$  邻域中各点;  $d_m$  和  $d_k$  分别是邻域中各点到中心点的最小距离和各点距离;  $P$  是邻域内点的个数。  $A$  为一可调参数,一般取值  $A \geq 1$ 。

## 2 算例分析

数据源于文献[3]的实验,采用压气机由稳态工作状态进入失速状态过程第 3 级压气机静叶通道的压力数据,本组数据采集频率是 1 000 Hz。图 1 是原始数据,预测前需对数据降噪。

由图 2、图 3 可知,时间延迟  $\tau$  和嵌入维数  $m$  的最佳值分别是 3 和 32。计算系统的最大李雅普诺夫指数是 0.049 1,数值为正说明系统中存在混沌,这是运用混沌吸引子算法预测的前提;图 4 是压气机系统失速过程数据的重构相空间,相空间从几何的角度反映出系统存在混沌吸引子。

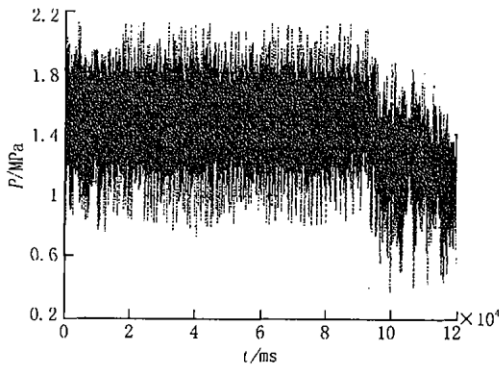


图 1 压气机第三级压力数据

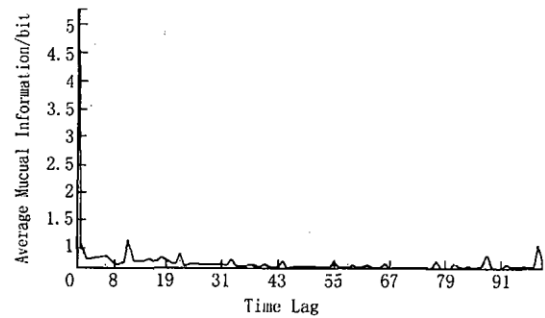


图 2 时间延迟计算

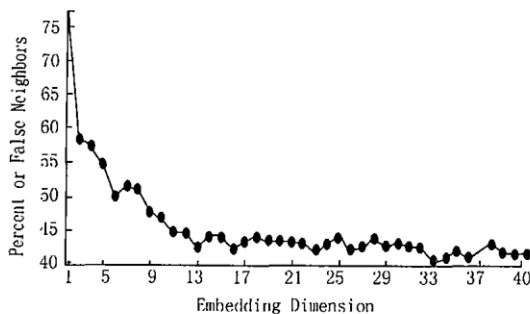


图 3 最佳维数计算

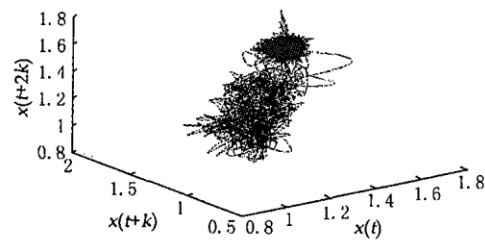


图 4 数据相空间

采用本文的混沌吸引子方法预测,并和常用的局部线性化法(Locally Linear)进行对比,每组都对失速后数据作100点预测,结果分别如图5、图6所示。采用均方根误差和标准差对预测结果进行误差分析,见表1。

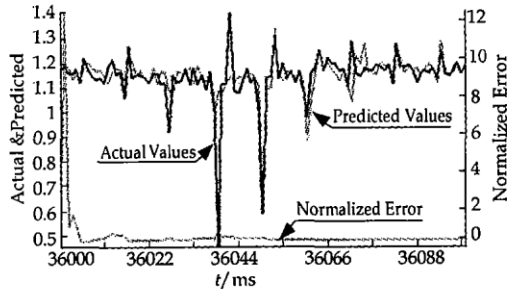


图5 混沌吸引子方法

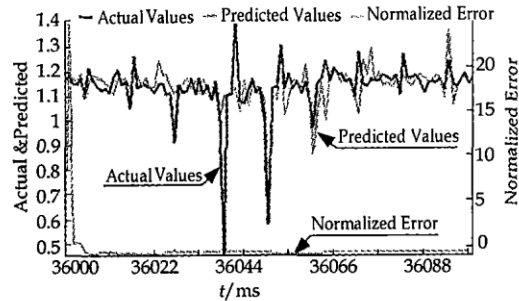


图6 局部线性化方法

### 3 结论

通过重构系统状态相空间并计算系统的李雅普诺夫指数,以此判断动力系统存在混沌,采用改进的基于混沌吸引子预测方法及局部线性化方法对压气机失速后的数据进行了预测。由误差分析可以看出,混沌吸引子预测方法精度要高于常用的局部线性化等方法,结果比较准确可靠。

#### 参考文献:

- [1] Bright M M. Chaotic Time Series Analysis Tools for Identification and Stabilization of Rotating Stall Precursor Events in High Speed Compressors [D]. Akron: Akron Univ, 2000.
- [2] Takens F. Dynamical Systems and Turbulence [M] // Rand D, Young L S. Lecture Notes in Mathematics Berlin: Springer, 1981.
- [3] 姜涛, 李应红, 李军. 某型发动机最先失速级判定的试验研究[J]. 航空动力学报, 2002, 17(1): 80-82.
- [4] 刘波, 王掩刚, 赵旭民. 构成轴流压气机出口不稳定的主要影响因素[J]. 推进技术, 2000, 21(6): 32-34.
- [5] 李传鹏, 胡俊. 旋转进气畸变对轴流压气机气动稳定性影响试验研究[J]. 航空动力学报, 2004, 19(4): 432-437.
- [6] 于宏军, 刘宝杰, 刘火星, 等. 近失速状态下压气机转子叶尖旋涡流动研究[J]. 航空学报, 2004, 25(1): 9-15.
- [7] 余秋星. 基于混沌与分形的信号检测[D]. 西安: 西北工业大学, 2001.
- [8] Inoue M, Kuroumaru M, Yshida S, et al. Short and Long Length - Scale Disturbances Leading to Rotating Stall in an Axial Compressor Stage With Different Stator/rotor Gaps[J]. ASME J. Turbomachinery, 2002, 124(3): 376-384.
- [9] 向小东. 基于神经网络与混沌理论的非线性时间序列预测研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2001.
- [10] 王海燕, 盛昭瀚. 混沌时间序列相空间重构参数的选取方法[J]. 东南大学学报, 2000, 30(5): 113-117.

(编辑: 姚树峰)

## Compressor Stall Analysis Based on Chaotic Attractor

GAO Kun-hua, LI Tian-liang

(1. College of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China; 2. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, Shaanxi, China)

**Abstract:** Time series of pressure signal of compressor is analyzed based on chaotic nonlinear dynamic theory, state change of compressor is studied by the reconstructed phase-space, the existence of chaos is identified by calculating the maximal Lyapunov exponent, the chaotic attractor prediction algorithm is improved and then investigated upon experimental data and locally-linear algorithm as well, the result shows the improved algorithm could reduce error by 9%.

**Key words:** phase-space reconstruction; Lyapunov exponent; chaotic attractor; stall prediction