第7卷第5期　　空　军　工　程　大　学　学　报(自然科学版)　　Vol.7 No.5
2006年10月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Oct. 2006

部分权重信息下基于两阶段优化的多属性决策方法

周宏安1,2，　梁晓龙3，　房向荣4，　杨　源3

(1. 陕西理工学院数学系，陕西汉中 723000；2. 西安电子科技大学理学院，陕西西安 710071；3. 空军工程大学工程学院，陕西西安 710038；4. 西安邮电学院电子与信息系，陕西西安 710061)

摘要：研究了只有部分权重信息(区间数)且属性值为定值的多属性决策问题。首先，基于局部与全局最优综合属性值，分别建立了一个目标规划模型。其次，通过求解这两个模型获得方案的排序，提出了基于两阶段规划的多属性决策新方法，该方法具有操作简便且易于上机实现的特点。最后，通过实例说明模型及方法的可行性和有效性。

关键词：多属性决策；目标规划；权重；排序

中图分类号：C934；O223　　文献标识码：A　文章编号：1009-3516(2006)05-0085-03

由于客观事物的复杂性、不确定性以及人们认识的模糊性，权重信息未确知的多属性决策问题已成为决策科学、系统工程、管理与运筹等领域研究的热点。如文献[1]研究了部分权重信息下对方案有偏好的多属性决策问题，提出了线性规划法；文献[2]-[6]研究了部分权重信息下对方案无偏好的多属性决策问题，分别提出了组合法、交互式法、二次优化法等。目前，有关这一方面的研究虽然已取得了不少研究成果[1-4]提出了不少方法，但还很不完善，尤其是方法研究还有待进一步的探索。

1　预备知识

设 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为方案集，$S=\{s_1,s_2,\cdots,s_m\}$ 为属性集，对于方案 x_j，按第 i 个属性 s_i 进行测量得到 x_j 关于 s_i 的属性值为 a_{ij}，从而构成属性决策矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，最常见的属性类型一般分为效益型、成本型、固定型、区间型。效益型是指属性值越大越好的指标；成本型是指属性值越小越好的指标；固定型是指属性值既不能太大又不能太小，而以稳定在某个固定值为最佳的指标；区间型是指属性值越接近(或落入)某个固定区间 $[q_i^L,q_i^R]$ (由专家或其它方法确定)越好的指标。设 $I_k(k=1,2,3,4)$ 分别表示效益型、成本型、固定型、区间型下标集合，且令 $N=\{1,2,\cdots,n\}$，$M=\{1,2,\cdots,m\}$，易知 $M=I_1\cup I_2\cup I_3\cup I_4$。

根据评价指标的类型，分别按下列公式将属性决策矩阵 A 转为规范化决策矩阵 $R=(r_{ij})_{m\times n}$，其中

$$r_{ij}=(a_{ij}-\min_j a_{ij})/(\max_j a_{ij}-\min_j a_{ij}),i\in I_1,j\in N \quad (1)$$

$$r_{ij}=(\max_j a_{ij}-a_{ij})/(\max_j a_{ij}-\min_j a_{ij}),i\in I_2,j\in N \quad (2)$$

$r_{ij}=1-|a_{ij}-a_i^*|/\max_j|a_{ij}-a_i^*|,i\in I_3,j\in N$，其中 a_i^* 为 s_i 指标的最佳稳定值。

2　主要结果

由于实际决策过程中难以给出明确的属性权重，因此只能给出权重的可能范围。设属性权重向量为 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)^{\mathrm{T}}$，且 $0\leqslant\omega_i^L\leqslant\omega_i\leqslant\omega_i^R\leqslant1$，$\sum_{i=1}^m\omega_i=1$ 则方案的综合属性值为

$$z_j=\sum_{i=1}^m\omega_i r_{ij},j\in N \quad (3)$$

收稿日期：2006-01-04
基金项目：陕西省自然科学基金资助项目(2004A05)；陕西省教育厅科学研究资助项目(06JK324)

作者简介：周宏安(1968-)，男，陕西勉县人，副教授，博士生，主要从事多准则决策分析与系统优化研究工作.

在有限方案的多属性决策中,实质是对这些方案综合属性值的排序比较[2,4]。显然,综合属性值 z_j 越大,则所对应的方案 x_j 就越优。由于属性权重部分确知,而属性权重的不确定性会引起决策方案排序的不确定性。为此,首先从局部考虑,求解各单个方案 $x_j(j \in N)$ 的最优综合属性值而建立线性规划模型:(M1) $z_j(\boldsymbol{\omega}^{(j)}) = \max\sum_{i=1}^{m}\omega_i r_{ij}$;s. t. $\sum_{i=1}^{m}\omega_i = 1, 0 \leqslant \omega_i^L \leqslant \omega_i \leqslant \omega_i^R \leqslant 1$,$i \in M, j \in N$。

利用 LG9.0 软件解此模型,将得到对应方案 x_j 的最优权重向量 $\boldsymbol{\omega}^{(j)} = (\omega_1^{(j)}, \omega_2^{(j)}, \cdots, \omega_m^{(j)})$ 及其局部最优综合属性值 $z_j(\boldsymbol{\omega}^{(j)}) = \sum_{i=1}^{m}\omega_i^{(j)} r_{ij}, j \in N$ 。

其次,从全局考虑,方案的优劣只有在统一的权重下,才能进行综合评判,进而从中选取最佳方案。为此,需寻找全局最佳权重。

由于各决策方案之间应是公平竞争的,我们自然希望各方案的全局及其局部最优综合属性值的偏差最小。为此,我们引入偏差函数:$d_j = z_j(\boldsymbol{\omega}^{(j)}) - z_j = z_j(\boldsymbol{\omega}^{(j)}) - \sum_{i=1}^{m} r_{ij}\omega_i, j \in N$。

显然,为了得到全局最佳属性权重 $\boldsymbol{\omega}$,上述偏差函数值总是越小越好,从而可建立多目标优化模型:(M2) $\min d_j = z_j(\boldsymbol{\omega}^{(j)}) - \sum_{i=1}^{m} r_{ij}\omega_i$;s. t. $\sum_{i=1}^{m}\omega_i = 1, 0 \leqslant \omega_i^L \leqslant \omega_i \leqslant \omega_i^R \leqslant 1$;$i \in M, j \in N$。

考虑到所有的目标函数是公平竞争的,没有任何偏好关系。故模型(M2)可转化为目标规划模型:(M3) $\min D = \sum_{j=1}^{n} d_j$;s. t. $z_j(\boldsymbol{\omega}^{(j)}) - \sum_{i=1}^{m} r_{ij}\omega_i - d_j = 0$;$\sum_{i=1}^{m}\omega_i = 1, 0 \leqslant \omega_i^L \leqslant \omega_i \leqslant \omega_i^R \leqslant 1$;$d_j \geqslant 0$;$i \in M, j \in N$。

再次利用 LG9.0 软件求解模型(M3)获得综合属性权重向量 $\boldsymbol{\omega}$,将其代入式(3),可获得各方案的全局最优综合属性值 $z_j(j \in N)$,并按其大小对方案进行排序或择优。

3 算例

某投资银行拟对 5 家企业进行投资,抽取下列 4 项指标进行评估:S_1 为投资净资产率、S_2 为投资成本率、S_3 为投资利税率、S_4 为环境污染程度,其中 S_1、S_3 为效益型指标,S_2、S_4 为成本型指标。资料见表 1。

表 1 方案属性值 (%)

方案 属性	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
S_1	5.2	10.08	5.25	9.72	6.60
S_2	5.2	6.70	4.20	5.25	3.75
S_3	4.73	5.71	3.82	5.54	3.30
S_4	0.473	1.599	0.473	1.313	0.803

设专家提供的指标权重范围为:$0.1 \leqslant \omega_1 \leqslant 0.5$;$0.2 \leqslant \omega_2 \leqslant 0.3$;$0.01 \leqslant \omega_3 \leqslant 0.2$;$0.25 \leqslant \omega_4 \leqslant 0.45$,试对投资方案进行排序。

step1:由表 1 建立决策矩阵,见式(4)。

step2:由公式(1)、(2)对 A 作规范化处理,得规范化决策矩阵,见式(5)。

$$A = \begin{bmatrix} 5.2 & 10.08 & 5.25 & 9.72 & 6.60 \\ 5.2 & 6.70 & 4.20 & 5.25 & 3.75 \\ 4.73 & 5.71 & 3.82 & 5.54 & 3.30 \\ 0.473 & 1.599 & 0.473 & 1.314 & 0.803 \end{bmatrix} \quad (4) \quad R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.010 & 0.926 & 0.287 \\ 0.492 & 1 & 0.153 & 0.508 & 0 \\ 0.407 & 0 & 0.784 & 0.071 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0.254 & 0.707 \end{bmatrix} \quad (5)$$

step3:利用模型(M1)解得各方案的最优属性权重向量与综合属性值分别为:$\omega^{(1)} = (0.10, 0.30, 0.15, 0.45)^{\mathrm{T}}$;$z_1(\omega^{(1)}) = 0.659$;$\omega^{(2)} = (0.50, 0.24, 0.01, 0.25)^{\mathrm{T}}$;$z_2(\omega^{(2)}) = 0.740$;$\omega^{(3)} = (0.10, 0.25, 0.20, 0.45)^{\mathrm{T}}$;$z_3(\omega^{(3)}) = 0.646$;$\omega^{(4)} = (0.50, 0.24, 0.01, 0.25)^{\mathrm{T}}$;$z_4(\omega^{(4)}) = 0.649$;$\omega^{(5)} = (0.15, 0.20, 0.20, 0.45)^{\mathrm{T}}$;$z_5(\omega^{(5)}) = 0.561$。

Step4:根据模型(M3)解得:$\omega_1 = 0.1503$;$\omega_2 = 0.2000$;$\omega_3 = 0.1997$;$\omega_4 = 0.4500$;$d_1 = 0.0293$;$d_2 = 0.3897$;$d_3 = 0.0073$;$d_4 = 0.2797$;$d_5 = 0$。即全局综合属性权重为:$\omega = (0.1503, 0.2000, 0.1997, 0.4500)^{\mathrm{T}}$。

Step5:将上步 ω 代入式(3),得各方案的全局综合属性值分别为:$z_1 = 0.6297$;$z_2 = 0.3503$;$z_3 = 0.6387$;$z_4 = 0.3693$;$z_5 = 0.5610$。

Step6:根据 $z_j(j = 1,2,3,4,5)$ 值的大小顺序,可得方案 x_j 的排序为 $x_3 > x_1 > x_5 > x_4 > x_2$,即最佳投资方案为 x_3。

4 结束语

本文针对属性权重为区间数、属性值为定值且对方案无偏好的多属性决策问题,提出了一种先进行局部优化再进行全局优化的两阶段规划方法。算例表明该方法不但简单实用易于上机实现,而且能够自动确定各评价指标间的加权系数,使得排序结果客观公正而不具有主观随意性,从而为求解不确定性的多属性决策问题提供了一条新途径。

参考文献:

[1] 任　全,聂　成,李为民.基于最小偏差指标赋权法的威胁判断模型[J].空军工程大学学报(自然科学版),2003,4(5):78-81.

[2] Carrizosa E,Conde E. Multiple Criteria Analysis With Partial Information About the Weighting Coefficients[J]. European Journal of Operational Research ,1995, 81(2):291-301.

[3] Li Dengfeng. Two New Methods for Multi-Attribute Decision Makings With Information Partially Known[J]. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 1998, 17(1):70-74.

[4] Xu X Z, Martel J M, Lamond B F. A Multiple Criteria Ranking Procedure on Distance Partial Preorders [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 133(1): 69-80.

[5] Lee K S, Park K S. Eum Y S, et al. Extended Methods for Identifying Dominance and Potential Optimality in Multi-Criteria Analysis With Imprecise Information [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 134(3): 557-563.

[6] 周宏安,刘三阳.基于两阶段优化的多属性决策法及其解的存在性证明[J].系统工程与电子技术,2005,27(8):1424-1427.

(编辑:姚树峰)

A Method Based on Two-phase Optimization for Multi-attribute Decision-making under Partial Weight Information

ZHOU Hong-an1,2, LIANG Xiao-long3, FANG Xiang-rong4, YANG Yuan3

(1. Dept of Mathematics, Shaanxi University of Technology, Hanzhong, Shaanxi 723000, China; 2. School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China; 3. The Engineering Institute, Air Force Engineering Unlversity, Xi'an, Shaanxi 710038, China; 4. Department of Electronics and Information, Xi'an Institute of Posts and Telecommunication, Xi'an 710061, China)

Abstract: The multi-attribute decision making problems that the attribute weights (interval numbers) are partly known and the attribute values are numeric are investigated. Firstly, based on the optimal overall attribute values of alternatives in local and whole, two goal-programming models are established, respectively. Secondly, the ranking priorities on alternatives are obtained by solving the two models. A novel method based on two-phase goal programming model for multi-attribute decision-making is proposed. The method is characterized by simple operation and easy to implement on computer. Finally, a practical example is illustrated to show the feasibility and availability of the developed model and method.

Key words: multi-attribute decision-making; goal programming; weight; ranking priority