

# 飞机多学科设计优化中改进的径向基神经网络法

张健, 李为吉

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**用径向基神经网络方法构造近似模型常常难以满足精度要求,提出了一种把二次响应面与径向基神经网络相结合的算法。该方法在样本点相同的情况下减小了近似模型的推广误差,提高了近似精度,增加了适应性。通过2个算例表明该算法提高了近似模型的精度,可在多学科设计优化中提高设计效率和质量。

**关键词:**近似模型;二次响应面;径向基神经网络;多学科设计优化

**中图分类号:** V22      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1009 - 3516(2006)04 - 0001 - 03

1996年, Batill 等人在改进的基于敏度方程的并行子空间优化(CSSO)算法的基础上,用训练人工神经网络的方法构造响应面近似,提出了基于响应面近似的 CSSO 算法,为解决连续/离散变量混合的多学科设计优化问题提供了一条有效的途径<sup>[1]</sup>。近似分析模型降低了系统分析的难度,减少了各学科计算所花费的大量时间,但也为系统的设计方案引入了近似误差,因此对近似方法精确度的分析是多学科设计优化领域中不可忽略的一个问题。传统的径向基神经网络是目前多学科设计优化中采用比较多的近似方法,它采用高斯函数作为核函数,对近似模型有无限逼近的优点<sup>[2]</sup>,但需要大量的样本点,所以当样本点不多时,它的波动很大,往往达不到预期的效果。传统的径向基神经网络在非相参积累检测系统中阈值的估计和发动机起动过程的模型预测已经取得了较好的效果<sup>[3-4]</sup>。但在多学科设计优化中效果不是很理想。本文在径向基神经网络的基函数中增加了二次多项式,减小了近似模型的推广误差,提高了近似精度,并且增加了适应性。

## 1 改进的径向基神经网络方法

在原有的径向基神经网络的基础上增加一个二次响应面,其中径向基神经网络中的阈值和二次响应面中的常数项都为零次项,用  $\beta_0$  代替,近似函数变为  $y = \sum_{i=1}^m w_i h_i(x) + \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i x_i + \sum_{i=1}^N \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1, j>i}^N \beta_{ij} x_i x_j$ 。

由于把一次项和二次项引入函数中,所以待定系数个数增加了,待定系数个数变为  $m + s$ , 其中  $s = N(N + 3)/2 + 1$ 。如果这时样本点数目一定,而隐层个数取的很大,待定系数的个数就可能会大于样本点的个数,结果导致等式的个数少于待定系数的个数,从而无法拟和出各待定系数。为了避免这个问题的出现,我们依据 W. R. Madych 在文献[5]中提出的增加平衡等式的方法,使神经网络各隐层中心的二次回归矩阵  $C$  中各列向量与权值向量  $w$  正交,这样可使得近似模型避免不必要的波动,提高了近似精度。

$$[C]_{m \times s}^T \{w\}_{m \times 1} = 0, \text{ 其中 } C = \begin{bmatrix} 1 & c_{1,2} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,N} & c_{1,2}^2 & \cdots & c_{1,N-1}c_{1,N} \\ 1 & c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,N} & c_{2,1}^2 & \cdots & c_{2,N-1}c_{2,N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & c_{m,1} & c_{m,2} & \cdots & c_{m,N} & c_{m,1}^2 & \cdots & c_{m,N-1}c_{m,N} \end{bmatrix}。 c_{i,j} \text{ 为径向基神经网络}$$

收稿日期: 2005 - 06 - 02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10377015)

作者简介: 张健(1981 -), 男, 辽宁康平县人, 工程师, 主要从事飞机优化设计方法等研究;

李为吉(1939 -), 男, 山东济南人, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器设计、优化等研究。

中第  $i$  个隐层中心的第  $j$  维坐标。这样便可以由下面  $n + s$  个等式通过最小二乘法求出各待定系数值。

$$\begin{bmatrix} [H]_{n \times m} & [B]_{n \times s} \\ [C]_{s \times m} & [0]_{s \times s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{W\}_{m \times 1} \\ \{\beta\}_{s \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{Y\}_{n \times 1} \\ \{0\}_{s \times 1} \end{Bmatrix}, \text{其中 } B = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,2} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,N} & x_{1,2}^2 & \cdots & x_{1,N-1}x_{1,N} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,N} & x_{2,1}^2 & \cdots & x_{2,N-1}x_{2,N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_{m,1} & x_{m,2} & \cdots & x_{m,N} & x_{m,1}^2 & \cdots & x_{m,N-1}x_{m,N} \end{bmatrix}$$

## 2 对两变量测试函数近似精度的比较

测试函数方程为  $Z(x_1, x_2) = [0.8r + 0.35\sin(2.4\pi r/\sqrt{2})][1.5\sin(1.3\theta)]$ , 其中  $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ ,  $\theta = \arctan(x_2/x_1)$ ,  $0 \leq x_1, x_2 \leq 1$ 。

选用均匀设计表 U36\_6<sup>2</sup>, 得到 36 个样本点<sup>[6]</sup>, 带入式中得到相应的响应值。分别用传统的径向基神经网络和改进的径向基神经网络对测试函数进行近似。在变量区间内, 随机撒 400 个点进行检验, 并分别计算它们的平均相对误差 APE。

APE 用  $\sum_{i=1}^q |y_i - \hat{y}_i| / \sum_{i=1}^q |y_i|$  计算,  $y_i$  和  $\hat{y}_i$  分别表示第  $i$  个检验点上的响应值和近似值,  $q$  是检验点的个数。计算结果为传统的径向基神经网络 APE 为 5.621%; 改进的为 2.057%。

在 2 种方法对测试函数的近似中, 改进的径向基神经网络在近似精度上有明显的提高。

## 3 某机翼结构学科优化设计的近似分析

### 3.1 机翼模型描述

设计变量: 后掠角  $\lambda$ ; 机翼蒙皮的厚度  $t_1 - t_6$ ; 机翼后梁腹板厚度:  $t_7 - t_9$ 。见图 1。



图 1 变量描述

前梁 3 段橡条面积分别为  $200 \text{ mm}^2$ 、 $120 \text{ mm}^2$ 、 $60 \text{ mm}^2$ , 3 段腹板厚度分别为  $10 \text{ mm}$ 、 $8 \text{ mm}$ 、 $4 \text{ mm}$ 。后梁 3 段橡条面积分别为  $160 \text{ mm}^2$ 、 $80 \text{ mm}^2$ 、 $60 \text{ mm}^2$ , 肋橡条面积为  $40 \text{ mm}^2$ , 肋腹板厚度为  $2 \text{ mm}$ 。

梁、肋腹板和橡条的材料是铝合金。蒙皮为碳纤维/环氧复合材料, 铺层顺序为  $[0/-45/45/90]_s$ , 各分层厚度相同。

材料力学性能如下: 碳/环氧复合材料,  $E_1 = 138 \text{ GPa}$ ,  $E_2 = 8.96 \text{ GPa}$ ,  $\gamma = 0.3$ ,  $\sigma_{xt}^f = \sigma_{xc}^f = 1447 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{yt}^f = 51.7 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{yc}^f = 206 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xz}^f = 93 \text{ MPa}$ 。铝合金,  $E = 69 \text{ GPa}$ ,  $\gamma = 0.3$ ,  $\sigma_s = 400 \text{ MPa}$ 。

设计变量取值范围: 后掠角  $\lambda$  为  $0 - 20^\circ$ 。6 段蒙皮厚度 (mm)  $t_1, 13 - 17$ ;  $t_2, 11 - 15$ ;  $t_3, 9 - 13$ ;  $t_4, 7 - 11$ ;  $t_5, 5 - 9$ ;  $t_6, 3 - 7$ 。后梁 3 段腹板厚度 (mm)  $t_7, 8 - 12$ ;  $t_8, 4 - 8$ ;  $t_9, 2 - 6$ 。

### 3.2 结构学科近似模型的建立与比较

试验设计采用正交表  $L_{162}(9^{19})$  的前 10 列, 得到 162 个样本点<sup>[6]</sup>。对这 162 个样本点用软件 ANSYS 进行分析求解, 得到每个点的响应值, 即机翼最大位移、复合材料最大蔡-胡判据值  $R_{\max}$ 、铝合金最大当量应力  $\sigma_{\max}$  和机翼重量。然后用这两种方法对这 162 个样本点和其响应值分别建立近似模型。

在设计变量区间内随机撒 50 个点作为检验点。用软件 ANSYS 进行分析求解, 得到每个检验点的响应值。把这些检验点代入已建立好的近似模型中, 得到 50 个检验点的近似值, 计算其平均相对误差, 见表 1。2 种方法建立的机翼结构学科的近似模型中, 改进的径向基神经网络在近似精度上有明显的提高。

表 1 两种方法的平均相对误差比较 (%)

误差名称	传统	改进
最大位移	2.328	0.326
复合材料最大蔡-胡判据	2.267	1.432
铝合金最大当量应力	2.412	1.056
机翼重量	1.042	0.073



## 4 结论

本文提出了一种把二次响应面与径向基神经网络方法相结合的新方法。该方法在原有径向基神经网络的基础上综合了二次响应面的优点,提高了近似模型的精度,通过两个算例表明,改进的径向基神经网络在对模型的近似中,精度有了很大的提高。很好的符合了多学科设计优化中对近似方法的要求。

### 参考文献:

- [1] 余庆雄,丁运亮. 多学科设计优化算法及其在飞行器设计中的应用[J]. 航空学报,2000,21(1):1-6.
- [2] 姜绍飞. 基于神经网络的结构优化与损伤检测[M]. 北京:科学出版社,2002.
- [3] 杨 军,马晓岩,万山虎. 利用 RBF 神经网络实现对非向参积累检测系统中阈值的精确估计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2004,5(3):24-27.
- [4] 丁 键,胡金海,谢寿生. 基于 RBF 网络的发动机起动过程的模型辨识[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2004,6(4):6-7.
- [5] Madych W R, Nelson S A. Multivariate interpolation and conditionally positive definite functions[J]. Approximation Theory and its Applications, 1988, 4(4):77-89.
- [6] 方开泰,马长兴. 正交与均匀试验设计[M]. 北京:科学出版社,2001.

(编辑:姚树峰)

## An Improved Radial Basis Function Neural Network Method in Aircraft Multidisciplinary Design Optimization

ZHANG Jian, LI Wei - ji

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** The paper presents an algorithm combining square response surface and Radial Basis Function Neural Network (RBFNN) to solve the problem that RBFNN is often difficult to meet the precision request of approximation model. By using this method the extended error of the approximation model is diminished, the approximation precision is improved, and the flexibility is enhanced based on having the same sample points. Two numerical examples indicate that the method is effective in increasing the approximation precision and can be used to increase the design efficiency and quality in multidisciplinary design optimization (MDO).

**Key words:** approximation model; square response surface; RBFNN; MDO