

基于模极大值矩阵奇异值分解的信号特征提取与分类识别

李永华¹, 赵大炜^{2,3}, 訾方², 刘冬⁴

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072; 3. 机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049; 4. 第二炮兵工程学院 自动控制系, 陕西 西安 710025)

摘要:提出了基于小波变换模极大值矩阵奇异值分解的方法,用该方法获得的奇异值特征矢量作为信号的特征可以压缩特征维数,而且更容易进行计算机自动识别,同时还具有时间平移不变性的突出优点。仿真实验表明了该方法的有效性。

关键词:模极大值;奇异值分解;特征提取;识别

中图分类号:TN911 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2005)01-0066-03

信号分析是故障诊断过程中最为重要的一个环节,其结果决定了故障特征的提取及最终的诊断结果^[1]。故障特征提取的主要内容是寻找最有效的故障特征构成较低维的模式向量,所提取的特征量能反映工况的规律性和敏感性,使特征量既含有故障规律性,又有较好的故障可分离性。

1 小波变换与信号奇异性

信号的突变点和峰值点很好地表征了信号,可以用于分类识别不同的目标。如果将突变点和峰值点看作是有着上升沿和下降沿的变化过程,则可以利用这些变化的包络边缘特性来刻画信号的奇异性特征,这可通过运用基于小波变换的信号奇异性特征提取具有分类意义的包络边缘特征来实现。

从检测信号的局部奇异性的目的来看,选取小波基的标准是该基本小波函数的消失矩。一个具有 n 阶消失矩的小波函数其变换可以看作是 n 阶多尺度微分算子,这就把信号 $f(x)$ 可微性和小波变换在不同尺度下的衰减联系起来。此时,小波基可以写成: $\psi(t) = (-1)^n d^n \theta(t) / dt^n$ 。相应的小波变换则可用 $Wf(u, s) = s^n d^n (f * \theta_s)(u) / dt^n$ 表示, $\theta(t)$ 是迅速收敛的函数。弱收敛条件下,得 $\lim_{s \rightarrow 0} (\theta_s / \sqrt{s}) = K\delta$ 。即点 u 处连续的函数 $\phi(u)$, 有 $\lim_{s \rightarrow 0} \phi \theta_s(u) / \sqrt{s} = K\phi(u)$ 成立。当 $f(x)$ 在点 u 的邻域内是 n 次连续可积的,则小波变换可表示成 $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{Wf(u, s)}{s^{n+1/2}} = \lim_{s \rightarrow 0} f^{(n)} \frac{\theta_s}{\sqrt{s}} = Kf^{(n)}(u)$ 。特别是当 $f(x) \in C^n$ 且有 n 阶有界导数时 $|Wf(u, s)| = O(s^{n+1/2})$ 。

由此可见,小波变换 $Wf(u, s)$ 随尺度 s 减小的衰减与信号 $f(x)$ 的正则性有一定的联系^[3]。

2 基于模极大值矩阵的信号特征提取

信号的奇异性一般表现为正的 Lipschitz 指数,且会沿尺度传播,不同的奇异性表现在极值点的幅值和极值波形的宽度上,而噪声的 Lipschitz 指数为负值,小波变换的模极大值点会随着尺度的增大而衰减。基于模极大值的信号奇异性提取方法具有噪声鲁棒性的突出优点,对于提取含有噪声的信号奇异性来说非常有益。

2.1 模极大值与信号奇异性关系

函数 f 在 w 点的正则性可以用其小波变换 $|Wf(u, s)|$ 在 v 的邻域内随尺度 s 减小的衰减来表征。直接

收稿日期:2004-05-23

基金项目:机械制造系统工程国家重点实验室开放课题研究基金资助

作者简介:李永华(1977-),女,河南安阳人,博士生,主要从事武器系统与应用工程研究。

在时间 - 尺度平面 (u, s) 内获得小波变换 $|Wf(u, s)|$ 的衰减比较困难,也没有必要。事实上, $|Wf(u, s)|$ 的衰减可以通过小波变换的局部模极大值来获得。模极大值描述了时频平面上任意点 (u, s) , 小波变换 $|Wf(u, s_0)|$ 在 $u = u_0$ 点是局部极大值, 即小波变换在该点对 u 的导数等于零:

$$\left. \frac{\partial |Wf(u, s)|}{\partial u} \right|_{u_0, s_0} = 0$$

需要注意的一点是, 小波变换模极大值点 (u_0, s_0) 在 s_0 的左邻域和右邻域都是局部极大的。图 1 表示了函数奇异点与小波变换的模极大值的关系。卷积 $f * \bar{\theta}_s(u)$ 表示 f 在一个与尺度 s 成比例的区间上的平均值; 若 $\psi = -\theta'$, 小波变换在 $f * \bar{\theta}_s(u)$ 急剧变化时具有模极大值, 如图 1 中的 $W_1f(u, s)$; 若 $\psi = -\theta''$, 小波变换模极大值对应于 $f * \bar{\theta}_s(u)$ 的局部最大曲率, 如图 1 中的 $W_2f(u, s)$ 。

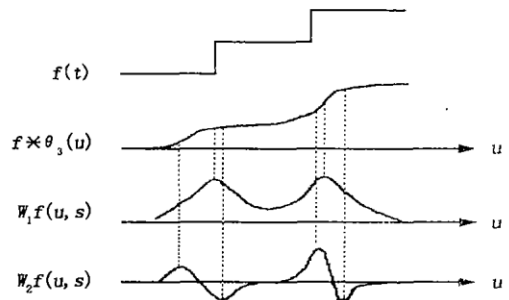


图 1 函数奇异点与小波变换模极大值

可以证明^[4]: 如果 $Wf(u, s)$ 在小尺度情况下, 没有模极大值, 那么函数 f 是局部正则的。即当 s_p 趋向零时, $Wf(u, s)$ 存在一组极大值点 $(u_p, s_p)_{p \in N}$ 向 v 点收敛, 则函数 f 是奇异的, 即: $\lim_{p \rightarrow +\infty} u_p = v; \lim_{p \rightarrow +\infty} s_p = 0$ 。

不同类型的奇异点, 小波变换模极大值点随尺度变化的趋势都不同。因此, 小波变换模极大值较好地刻画了信号的奇异性, 表征了信号的特征^[5]。

2.2 模极大值矩阵的奇异值分解

信号的小波变换模极大值刻画了信号的奇异性, 即不同尺度下的小波变换模极大值点可视为信号的奇异性特征。因此可用来辨识不同的信号。但如果仅将这些模极大值用图形的方式表达出来, 不利于自动识别; 同时, 由于测量的时间不同, 对同一信号的采样结果可能会发生时间平移, 信号的奇异点位置也会随着发生变换, 从而造成基于小波变换模极大值获得的信号奇异性特征也发生平移, 最终会给正确把握信号奇异性特征、信号特征提取和分类不同信号带来困难。

为了解决上述问题, 提出将不同尺度下的小波变换模极大值组成一个矩阵 $M = \{m_{i,j}\} \in C^{m \times n}$, 其中, i 表示尺度, j 表示时间, 本文将该矩阵称为信号小波变换的模极大值矩阵。采用奇异值分解得到的该矩阵的奇异值矢量作为描述信号奇异性的特征向量, 详述如下: 设存在正交(或酉)矩阵 $U \in C^{m \times m}$ 和 $V \in C^{n \times n}$, 使得 $M = USV^T$ (或 $M = USV^H$), M 为信号小波变换的模极大值矩阵 $S = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 且 $\Sigma = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$, $r = \text{rank}(M)$, 其

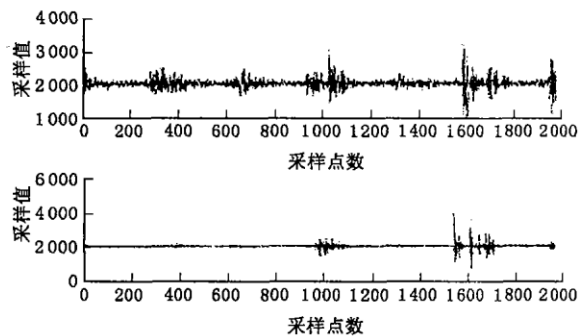


图 2 A、B 两类典型信号

对角元素(矩阵 M 的奇异值)按照降序排列, 即 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r$ 。如果将这些奇异值组成一个奇异值矢量 $x = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)^T$, 由矩阵奇异值的性质可知, 这个奇异值矢量唯一表征了小波变换的模极大值矩阵特征。

小波变换模极大值矩阵唯一表征了信号的细节信息, 而奇异值矢量又唯一表征了小波变换的模极大值矩阵特征, 所以该矢量也唯一表征了信号细节特征。因而, 可将信号的小波变换模极大值特征矩阵的奇异值分解所得到的特征矢量作为信号的特征用于信号分类, 这样可以降低信号特征维数, 便于分类识别, 而且它还具有不受时间平移的影响的突出优点。

3 仿真试验与结论

图 2 给出了 A、B 两类不同电磁辐射源 9 组共 27 样本的电磁辐射信号, 对其分别采用小波变换模极大值方法进行信号的奇异性特征提取。图 3 和图 4 分别给出了对一组数据分析的结果。其中, 样本长度为 1970, 基本小波函数 $\psi = -\theta'$, θ 为 Gauss 函数。从图 3 和图 4 中可以看出, 不同信号的奇异性特征比较明显, 通过人工判读就可以识别不同的电磁辐射源。

提取 A、B 两类信号的模极大值矩阵的奇异值特征矢量。在实际运用中, 只采用了最大的 15 个奇异值组成奇异值特征矢量。图 5 表示了对 A 类信号中 6 个样本进行模极大值矩阵的奇异值分解得到的奇异值特征矢量结果, 图 6 显示的是分别任取两类信号中的 2 个样本获得的奇异值特征矢量。从图 5 中可以看出, 用

奇异值特征矢量作为信号特征比较稳定,具有较好的类内紧致性;通过分析图6可以得到,用奇异值特征矢量作为信号特征,具有类间可分性。因此,若采用奇异值特征矢量作为信号的特征向量,并结合欧氏距离分类器,就可以比较容易地对信号进行计算机自动分类识别。

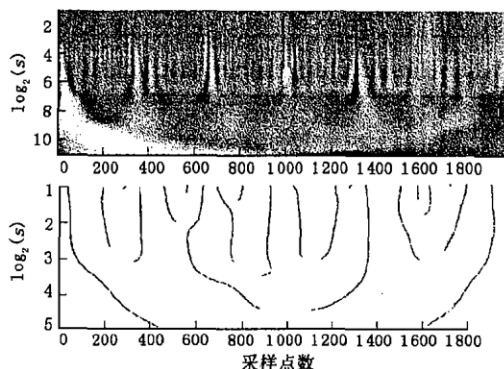


图3 A类信号的奇异性特征

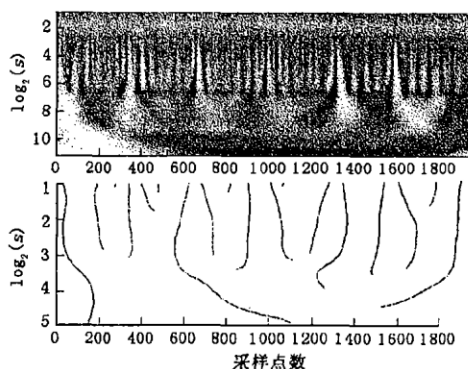


图4 B类信号的奇异性特征

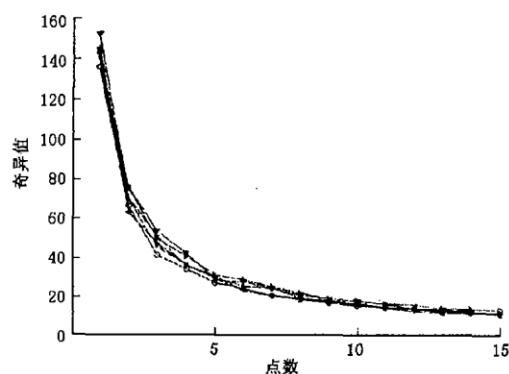


图5 A类中6个样本的奇异值特征矢量

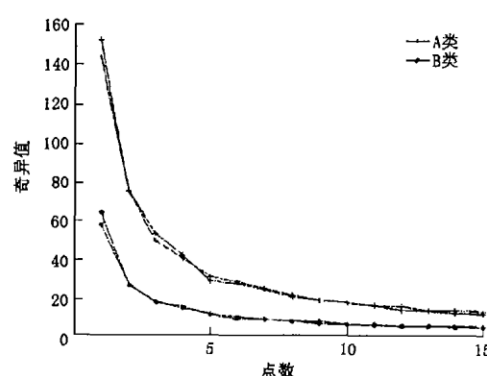


图6 两类信号的奇异值特征矢量

信号的奇异性是信号特征的重要体现,故正确提取信号的奇异性特征显得尤为重要。本文提出了基于小波变换模极大值矩阵奇异值分解的方法,用该方法获得的奇异值特征矢量作为信号的特征可以压缩特征维数,而且更容易进行计算机自动识别,同时还具有时间平移不变性的突出优点。

参考文献:

- [1] 屈梁生,张海军. 提高故障诊断质量的几种方法[J]. 中国机械工程,2001,12(10):1168-1172.
- [2] 薛晓暄,郭春良. 小波域分形压缩方法的改进[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(4):58-60.
- [3] Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing (Second Edition)[M]. New York:Academic Press,1999.
- [4] Mallat S,Hwang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets[J]. IEEE Trans Information Theory,1992,38(2):617-643.
- [5] 赵大伟. 故障诊断技术及惯性系统自检自诊断方法研究[D]. 西安:第二炮兵工程学院,2003.

(编辑:姚树峰)

Signal Feature Extraction and Identification Based on Module Maximum Matrix Singular Value Decomposition

LI Yong-hua¹, ZHAO Da-wei^{2,3}, ZI Fang², LIU Dong⁴

(1. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China; 2. College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 3. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an 710049, China; 4. Department of Automatic Control, the Second Artillery Engineering Institute, Xi'an, Shaanxi 710025, China)

Abstract: The singular value decomposition of wavelet transformation module maximum value matrix is proposed. By using the obtained singular characteristic vector as the signal's feature, the features' dimension can be compressed and the computer auto-identification becomes easier and faster. The method also has the merit of time translation invariability. The simulation shows that the method is effective.

Key words: module maximum; singular value decomposition; feature extraction; identification