

# 改进蔡氏电路的混沌同步研究

王国红, 李彦

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

**摘要:**用实际元器件做出了改进的蔡氏电路,给出了改进的蔡氏电路的状态方程。对改进蔡氏电路的同步进行了EWB仿真及实验研究,讨论了耦合电阻和参数失配对同步效果的影响。通过研究发现改进的蔡氏电路更易实现同步,且同步效果较好。

**关键词:**改进蔡氏电路;非线性动力系统;混沌;混沌同步

**中图分类号:**TN 918 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)06-0056-04

混沌是确定性非线性动力系统所特有的一种现象。它不是通常概念下确定性运动的3种定常状态:静止、周期运动和准周期运动,而是一种始终限于有限区域且轨道永不重复的、状态复杂的运动。由于混沌系统的长期运动的貌似随机性极混沌方程、参数和初始条件所确定的决定性,使得它在保密通信中有着极佳的应用前景,但前提是要实现两个混沌系统的同步。1990年,美国海军实验室的Pecora和Carroll首次在实验室中观察到混沌同步的现象<sup>[1]</sup>,这一开创性的工作为混沌在保密通信方面的应用奠定了基础。蔡氏电路是当今产生复杂动力学行为的最有效而简单的电路。通过蔡氏电路参数的改变可以实现倍周期分岔到混沌再到倍周期分岔的全过程<sup>[2]</sup>,因此受到人们广泛深入的研究,但其对参数变化比较敏感,不易实现同步。根据文献[3],我们提出了改进的蔡氏电路,并用实际元器件做出了该电路,同时对该电路进行了混沌同步的计算机仿真及实验研究。

## 1 改进蔡氏电路及其动态方程

通过对蔡氏电路的同步研究,发现该电路对元件精度要求高,得到的各种混沌现象对参数变化非常敏感,不易实现同步,要用于实际保密通信相当困难<sup>[4-5]</sup>。因此必须对电路进行改进,提出了一种改进型蔡氏电路,它是在蔡氏电路的电感两端并联了一个电感、电容和可调电阻组成的电路,如图1所示。该电路是一个5阶自治电路,其中 $N_R$ 是一个具有负阻特性的分段直线式非线性电阻,也称为蔡氏二极管,其伏安特性如图2所示,可以用下面的折线多项式表示<sup>[6-7]</sup>:

$$i_R = f(u_R) = G_b u_R + \frac{1}{2}(G_a - G_b)[|u_R - B_p| - |u_R + B_p|] \quad (1)$$

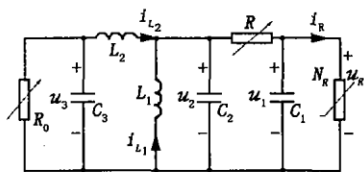


图1 改进的蔡氏电路

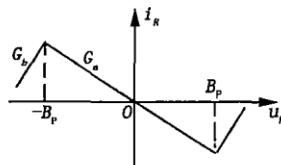


图2 蔡氏二极管伏安特性

式中 $G_a$ 、 $G_b$ 分别表示伏安特性之内折线段的斜率, $B_p$ 为折点电压。该电路的状态方程为

收稿日期:2004-06-23

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2001X32)

作者简介:王国红(1961-),女,陕西临潼人,副教授,主要从事信息处理、神经网络等技术研究。

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[ \frac{u_2 - u_1}{R} - f(u_1) \right] \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[ \frac{u_1 - u_2}{R} + i_{L_1} + i_{L_2} \right] \\ \frac{du_3}{dt} = -\frac{1}{C_3} \left[ \frac{u_3}{R_0} + i_{L_2} \right] \\ \frac{di_{L_1}}{dt} = -\frac{u_2}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = \frac{u_3 - u_2}{L_2} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $u_1, u_2, u_3$  为电容  $C_1, C_2, C_3$  两端电压,  $i_{L_1}, i_{L_2}$  为流过电感  $L_1, L_2$  的电流。  $f(u_1)$  是描述非线性电阻  $N_R$  的伏安特性折线多项式。

## 2 改进蔡氏电路的混沌同步

混沌同步是混沌应用于保密通信系统的前提。但由于混沌系统对初始条件极其敏感,所以要使两混沌系统达到完全同步很困难。目前,提出混沌同步的理论很多,典型的主要有:驱动响应同步、耦合同步、脉冲同步、参数反馈同步、自适应同步等。本文采用耦合同步的方法。对于改进蔡氏电路耦合同步的方式也有多种,例如  $u_1$  耦合,  $u_2$  同步;  $u_2$  耦合,  $u_1$  同步及全耦合等。本文主要采用  $u_2$  耦合,  $u_1$  同步。原理如图3所示。由图3可见:同步电路图是在两改进型蔡氏电路的电容  $C_2, C_2'$  的电压  $u_2$  及  $u_2'$  之间用一个运算放大器构成的电压跟随器与一个可调电阻  $R_1$  的串联作为耦合因子,以实现两个混沌电路的耦合同步。

### 2.1 EWB 仿真同步研究

本节用 EWB 软件对图2所示同步原理图进行了仿真研究。EWB 软件是电子工作台——Electronic Workbench 的英文缩写,是一个集常用电子元件及多种虚拟仪器于一体的软件,是设计实际电路及对实际电路的运行情况进行初步了解的一个有用工具。在仿真时选择的电路参数如下:  $C_1 = 10 \text{ nF}$ 、 $C_2 = 98 \text{ nF}$ 、 $C_3 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ 、 $L_1 = 18 \text{ mH}$ 、 $L_2 = 44 \text{ mH}$ 、 $R_0$  为  $0 \sim 1\,000 \text{ }\Omega$  连续可调、 $R$  为  $0 \sim 2\,000 \text{ }\Omega$  连续可调、 $R_1$  为  $0 \sim 1\,000 \text{ }\Omega$  连续可调。在 EWB 工作台中把两混沌电路的电容  $C_1, C_1'$  的电压  $u_1$  及  $u_1'$  分别送入虚拟示波器的 A、B 通道,以观察同步效果。这里分别研究了耦合电阻及参数失配对同步的影响。

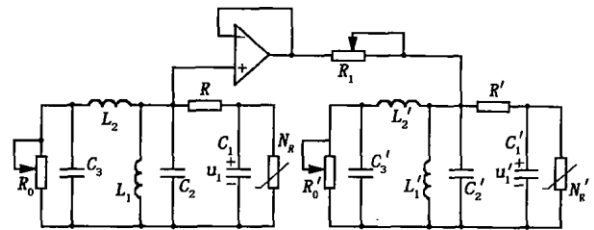
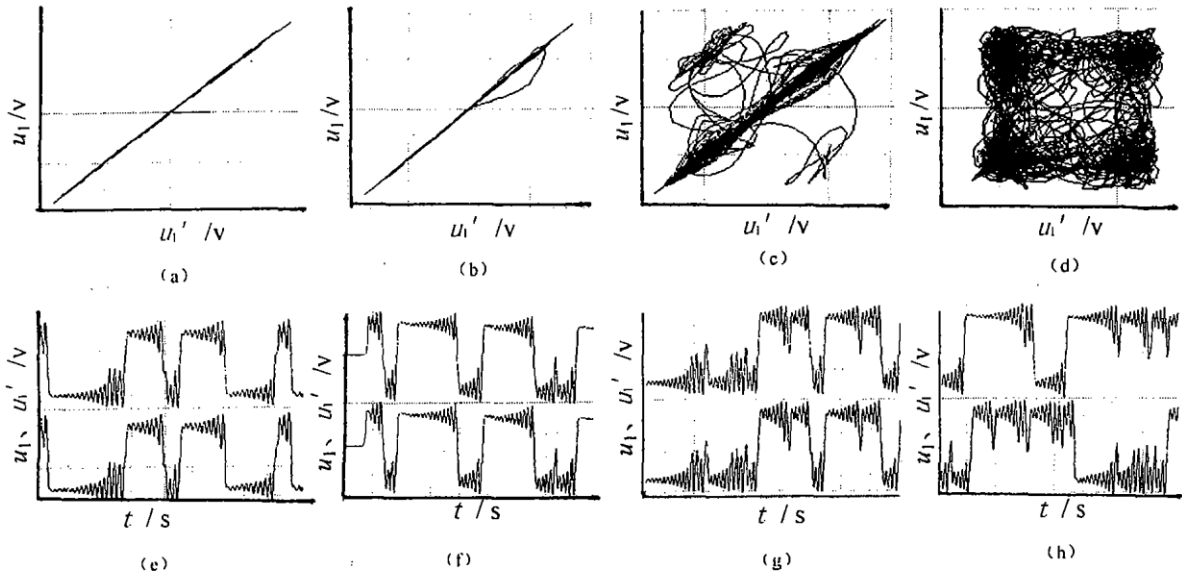


图3 耦合同步原理图

#### 1) 耦合电阻对同步的影响

改变耦合电阻  $R_1$  的值考察其对同步的影响。用 EWB 仿真软件考察耦合电阻  $R_1$  为  $100 \text{ }\Omega$ 、 $500 \text{ }\Omega$ 、 $1\,000 \text{ }\Omega$  及无耦合 4 种情况下同步的效果。从虚拟示波器上观察到的结果如图4所示。图4(a)是耦合电阻  $R_1 = 100 \text{ }\Omega$  时,两混沌电路中电容电压  $u_1, u_1'$  的同步情况,同步相图几乎是一条直线,说明同步效果较好。图4(e)是相应的电压波形时域图,从时域波形看出两混沌电路中电容电压  $u_1, u_1'$  的波形几乎完全一样,也说明同步效果较好。图4(b)是耦合电阻  $R_1 = 500 \text{ }\Omega$  时,两混沌电路中电容电压  $u_1, u_1'$  的同步情况,图4(f)是相应的电压波形时域图,从图中可见同步效果比  $R_1 = 100 \text{ }\Omega$  时稍差一点;图3(c)、(g)分别是耦合电阻  $R_1 = 1\,000 \text{ }\Omega$  时,两混沌电路中电容电压  $u_1, u_1'$  的同步图和相应的电压波形时域图,从图中可见同步效果比较差;图4(d)、(h)分别是无耦合时,两混沌电路中电容电压  $u_1, u_1'$  的同步相图和相应的电压波形时域图,显然同步相图几乎充满示波器中的某个区域,与直线相差甚远,说明此时两混沌电路完全不同步。从相应的电压波形时域图中也可以清楚地看到两混沌电路中电容电压  $u_1, u_1'$  的波形相差甚远,这也说明两混沌电路完全不同步。综合上面的仿真结果可以看到:耦合电阻越小,同步效果越好。在无耦合时,即使两混沌电路参数完全一样,也不能达到同步。



(a)、(b)、(c)及(d)分别是 $R_1$ 为 $100\ \Omega$ 、 $500\ \Omega$ 、 $1\ 000\ \Omega$ 及无耦合时的同步图  
 (e)、(f)、(g)、(h)分别是相应情况下电容 $C_1$ 、 $C'_1$ 上的电压 $u_1$ 、 $u'_1$ 时域波形图

图4 EWB同步仿真结果

2) 参数失配对同步的影响

在耦合电阻 $R_1$ 为 $100\ \Omega$ 时考察电容 $C_2$ 、电感 $L_1$ 、电阻 $R_0$ 在参数值失配1%和5%两种情况下的同步效果。仿真研究结果如图5所示。图5(a)、(b)、(c)分别为电容 $C_2$ 、电感 $L_1$ 、电阻 $R_0$ 在参数值失配1%时两混沌电路中电容电压 $u_1$ 、 $u'_1$ 的同步相图；图5(d)、(e)、(f)分别为电容 $C_2$ 、电感 $L_1$ 、电阻 $R_0$ 在参数值失配5%时两混沌电路中电容电压 $u_1$ 、 $u'_1$ 的同步相图。从图中可见，各参数值失配度的大小对同步的影响并不相同。 $L_1$ 的参数失配对两混沌电路的同步影响相对较大一些。

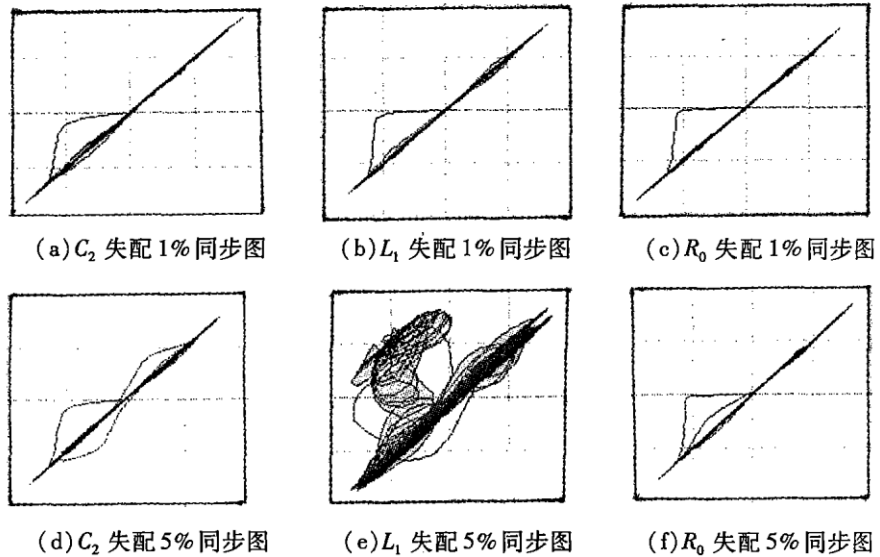


图5 参数失配对同步的影响

2.2 混沌同步的实验研究

我们用实际元器件制作了图3所示的同步电路并进行了混沌同步的实验研究。把两混沌电路中电容电压 $u_1$ 、 $u'_1$ 分别送入示波器的A、B通道。从示波器上观察并拍摄到的同步状态图如图6所示。其中图6(a)为耦合最好的情况，从图中可以看到，两混沌电路中电容电压 $u_1$ 、 $u'_1$ 的同步相图几乎为一条直线，说明同步效果较好。图6(c)为两混沌电路无耦合的情况，从图中可以看到，同步相图几乎充满示波器中的某个区域，与直线相差甚远，说明此时两混沌电路完全不同步。通过以上实验结果得到：①通过耦合因子调节两混沌电路的参数是能够达到两混沌电路的同步的，如图6(a)所示；②即使两混沌电路参数相同，但如果两电路之间无耦合则两电路完全不能同步，如图6(c)所示，这与仿真结果是一致的；③改进型蔡氏电路比蔡氏电路对系统元器件精度要求相应降低，更易实现混沌的控制与同步。

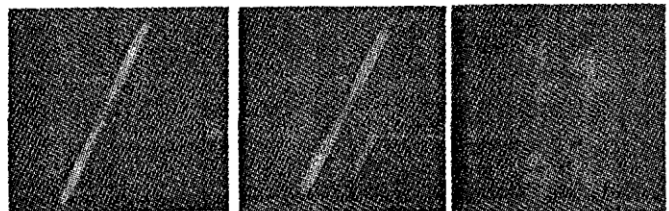


图6 同步状态图

### 3 结束语

我们用实际元器件制作了改进蔡氏电路的混沌同步的实验电路,并对该电路进行了混沌同步的仿真及实验研究,得到了比较一致的结果。通过仿真及实验研究,发现改进的蔡氏电路比原蔡氏电路更易实现混沌信号的同步,这对于把混沌应用于实际有很大意义。另外同步的好坏与耦合电阻的大小有很大关系,耦合电阻越小,同步效果越好。两混沌电路中元件参数值的失配对同步的影响也是不同的。

#### 参考文献:

- [1] Peroca L M, Carroll T L. Synchronization in Chaotic Systems[J]. Phys Rev Lett, Feb 1990, 64(8): 821 - 824.
- [2] L O. Chua Chua's Circuit: An Overview Ten Years Later[J]. Systems and Computers, 1994, 4(2): 117 - 159.
- [3] Yin Y Z. Synchronization of Chaos in A Modified Chua's Circuit Using Continuous Control[J]. Bifurcation and Chaos, 1996, 6(11), 2101 - 2117.
- [4] 王国红、曹国雄、马艳. 基于 EWB 的蔡氏电路的混沌同步研究[J]. 西北大学学报, 2003, 33(10): 14 - 15.
- [5] 李建芬, 李农. 时变信道通信的多级蔡氏混沌同步[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2001, 2(3): 73 - 76.
- [6] 李小春, 朱双鹤, 王国红. 混沌信号产生电路的研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2001, 2(5): 21 - 24.
- [7] 黄河, 朱双鹤, 曹国雄, 等. 混沌信号发生器的实验研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2002, 3(5): 48 - 51.

(编辑: 门向生)

## The Study of the Chaotic Synchronization in the Modified Chua's Circuits

WANG Guo - hong, LI Yan

(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

**Abstract:** The modified Chua's circuit is built by actual electric elements, and the state equations of the modified Chua's circuit are given. The synchronization between the two modified Chua's circuits is studied through EWB imitating and experiment. The effect of the coupling resistance and the errors of the elements parameters on the synchronous quality are briefly discussed. Lastly the experimental results of the synchronization in the two modified Chua's circuits are presented. The researches show that the synchronization is realized more easily and the synchronous quality is better in the modified Chua's circuit than in the Chua's circuit.

**Key words:** modified Chua's circuit; nonlinear dynamic systems; chaos; chaotic synchronization

### 我校学报(自然科学版)荣获“全国高校优秀科技期刊”二等奖

我校学报(自然科学版)在国家教育部科学技术司组织的 2004 年全国高校优秀科技期刊评比中,荣获“全国高校优秀科技期刊二等奖”,是全军唯一获奖的理工类科技期刊,也是《学报》自创刊以来首次获得的国家部委奖,标志着我校《学报》建设又上了一个新台阶。