

自由选课模式下课程表安排的数学模型

吴伟, 张晓丰, 朱根标
(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:通过把课程表安排的要求转换成满足若干条件的矩阵,建立了自由选课模式下排课问题的数学模型,并给出了选取最优方案的评价标准。

关键词:课程表安排;数学模型;自由选课模式;

中图分类号:O22 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2003)03-0092-03

课程表安排是高校教学中的一项重要工作,安排的结果影响教学计划的执行及教师授课和学生学习的效果^[1]。传统方式下,课程表安排是手工实现的,主要依靠个人经验,容易出现冲突,排课质量不高,主要表现在课程学时是否达到要求,时间与教室安排是否合理,教师的特殊要求是否可以满足等几方面^[2-3]。

许多排课系统中应用计算机来减轻用户的劳动,提高排课质量^[4]。但这些系统中绝大部分是为固定课程模式设计的,而大多数高校已经采用了自由选课模式,允许学生在一定范围内选择自己的课程。因此,以班级为单位进行排课的系统存在许多不足。这就需要对自由选课模式下的课程表问题进行研究。

1 自由选课模式下课程表安排的问题描述

1.1 课程表安排的基本要求

①“任意时刻”1个学生只能上1门课;1间教室只能由1门课程使用;1个教师只能讲授1门课。②课程对专用设备转换成课程对教室要求。③教师讲授的不同或相同的课程在时间上应有间隔;同一课的上课时间应有间隔。④如果存在周学时数是奇数的课程,要区别单双周排课。⑤同一课程应在同一教室进行。⑥要考虑到课程安排在不同时间的效果不同。如数学一般安排在上午,习题课一般安排在下午^[2]。

1.2 课程表安排问题的数学模型

1.2.1 模型的条件

时间因素:课程表有周期性,一般取2周,该周期几乎可以满足所有课程表安排的要求。记时间周期为 T_D ,记1个学期中时间周期的个数为 N_{DT} 。不同课程上课时间长度的最大公约数为时间片,记为 S_T ,称时间周期 T_D 中所有可以利用的时间片的全体为时间集合,记为 T ,记其元素个数为 L_T 。课程在学期内合理安排的问题转换为在 T_D 内合理安排若干时间片的问题。学时数为 T_C 的课程需要在 T_D 内安排 $\text{Ceiling}(T_D/((T_C/N_{DT})S_T))$ (Ceiling 为向上取整)个时间片。若课程 $T_C=40$ h,而 $N_{DT}=20$, $S_T=2$ h,则在 T_D 内要为该课程安排1个时间片。为方便排课与评价,为时间片设置行、列号属性,分别对应于“第几节”、“星期几”。

课程因素:需要安排课程的全体为课程集合,记为 C ,记其元素个数为 L_C 。每门课由1名教师讲授,供多名学生选择;不考虑多个教师讲授同一课程。定义课程时间片向量 T_C, T_{C_i} 表示课程 C_i 需在 T_D 内安排的时间片个数。

学生因素:需要进行排课的学生全体为学生集合,记为 S ,记其元素个数为 L_S 。学生可以在任意时间片参加1门课程的学习;每位学生可以选择若干门课程学习,学生与选择课程之间的关系用矩阵 A 来表示,学生 S_n 选择了课程 C_i 时 $A_{n,i}=1$,否则为0。

教师因素:排课中课程指定的授课教师的全体为教师集合,记为 D ,记其元素个数为 L_D 。1名教师可以讲授多门课程,教师与讲授课程之间的关系用矩阵 B 来表示,教师 D_m 讲授课程 C_i 时 $B_{m,i}=1$,否则为0。由于教师可能要完成其他任务或其他原因,因而未必能在任意时间片讲授课程,教师与可以授课时间片之间的关系用矩阵 P 来表示,教师 D_m 可以在时间片 T_k 进行授课时 $P_{m,k}=1$,否则为0。

教室因素:为排课而提供教室的全体为教室集合,记为 R ,记其元素个数为 L_R 。每间教室都有容纳人数限制或某些课要求设备等原因,使一些课程只能在部分教室进行,这样形成的课程与可用教室间关系用矩阵 E 表示, C_i 可使用 R_j 时, $E_{ij}=1$,否则为0。由于有其他层次课程安排等原因,教室并非在任意时间都可使用,这种教室与可使用时间片的关系用矩阵 F 表示,教室 R_j 在时间片 T_k 上可以使用时, $F_{jk}=1$,否则为0。

上述条件在课程表安排之前确定,并假设各集合已经进行了消减。时间集合 T 中消除了不能安排课程的时间片;课程集合 C 中消除了选课人数为0的课程;学生集合 S 中消除了选课门数为0的学生。

1.2.2 模型的可行解

课程表问题的求解等价于构造3维矩阵 G , C_i 安排在 R_j 中在时间片 T_k 进行时, $G_{ijk}=1$,否则为0。

为描述方便,用 i, j, k, m, n 分别表示课程、教室、时间、教师、学生相关矩阵或向量的下标,并且 $1 \leq i \leq L_C, 1 \leq j \leq L_R, 1 \leq k \leq L_T, 1 \leq m \leq L_D, 1 \leq n \leq L_S$ 。进行如下定义:

矩阵 H 表示课程与课程所占用时间片的关系, $H_{ik} = \sum_{j=1}^{L_R} G_{ijk}$;

矩阵 M 表示课程与课程占用教室的关系, $M_{ij} = \sum_{k=1}^{L_T} G_{ijk}$;

函数 $f_c(A)$ 表示时间片相关向量 A 中所有值大于0的时间片的列号取值个数,函数 $f_r(A)$ 表示 A 中所有值大于0的时间片行号取值个数,函数 $f_{rc}(A)$ 表示 A 中所有值大于0的时间片的行、列号取值个数。

常量 N_c 表示时间集合 T 中时间片列号取值个数,该值在课程表安排前确定。矩阵 G 需满足如下条件:

条件1 任意教室在“任意时间”最多供1门课程使用: $\forall j, k, \sum_{i=1}^{L_C} G_{ijk} \leq 1$;

条件2 任意学生在“任意时间”最多学习1门课程: $\forall n, k, (AH)_{nk} \leq 1$;

条件3 任意教师在“任意时间”最多讲授1门课程: $\forall m, k, (BH)_{mk} \leq 1$;

条件4 满足课程与可用教室的限制: $\forall i, j, E_{ij}=0$ 时, $M_{ij}=0$;

条件5 满足教师与可授课时间片的限制: $BH \leq P$ (包含条件3);

条件6 满足教室与可占用时间片的限制: $\forall i, k, F_{ik}=0$ 时, $\sum_{j=1}^{L_R} G_{ijk}=0$;

条件7 任意课程在 T_D 内安排的时间片个数达到要求: $\forall i, \sum_{j=1}^{L_R} \sum_{k=1}^{L_T} G_{ijk} = T_{C_i}$;

条件8 满足同一课程在同一间教室进行: $\forall i, G_i$ 矩阵中有且仅有一个不为零的行向量;

条件9 单双周条件下课程安排中,对于 T_D 内安排次数为偶数的课程,各时间片的行列号两两一组,安排次数为奇数的课程,最多只有一个没有对应的行、列号的时间片: $\forall i, f_{rc}(H_i) = (T_{C_i} + 1) \text{div} 2$;

条件10 如果课程能在不同的列号上分布,(一般)不应在一个列号上安排一次以上该课程: $\forall i, (T_{C_i} + 1) \text{div} 2 \leq N_c$ 时, $f_r(T_{C_i}) = (T_{C_i} + 1) \text{div} 2$;

满足上述条件的解可以完成课程表的安排。不违反限制条件、不发生资源冲突、符合安排习惯的解称可行解。条件1~7必须满足,条件8~10一般应满足,对于某些系统也可以将其转换为下文的评价因素。

1.2.3 指定部分初始值的解

实际应用中,排课之前往往可以由用户指定部分内容,如给定部分课程的时间安排或者教室安排。一方面,可能实际情况要求这些条件固定,另一方面,指定内容可以降低计算机排课的规模,从而加快排课速度。定义 G_0 为指定的初始条件所对应的矩阵。在考虑初始课程表安排的情况下,安排的问题可以表示为构造矩阵 G ,满足 $G \geq G_0$ 以及上述各个条件。

1.2.4 可行解的评价

上述条件下得到的结果只是理论上可以采用的解,解的合理性是有很大差别的,只有具有较高合理性的解才可能被用户采用。为评价课程安排的合理性,考虑下列最具有实用性的一些因素:

因素1 课程安排在不同时间片上的效果。课程在不同时间片上效果是不同的,用课程与时间片效果

矩阵 Q, Q_{ik} 的值表示课程 C_i 安排的时间片 T_k 的相对效果,取值可以为 1、3、5、7 等数值,该值越大表示效果越好。定义所有课程的时间片效果评价价值 $V_1 = \sum_{i=1}^{L_C} \sum_{k=i}^{L_C} (HQ^T)_{ik}$;

因素 2 教师所讲授的课程时间分布。用教师授课时间片所占用的列号取值的多少作为评价标准,定义所有教师授课时间均匀分布评价价值 $V_2 = \sum_{m=1}^{L_D} f_C((BH)_m)$;

因素 3 学生参加的课程学习时间分布。用学生上课时间片所占用的列号取值的多少作为评价标准,定义所有学生上课时间均匀分布评价价值 $V_3 = \sum_{n=1}^{L_S} f_C((AH)_n)$;

上述各个因素的重要程度是不同的,可以建立权重向量 W ,在对因素进行必要的处理(如标准化)后,用评价价值 $W(V_1, V_2, V_3)$ 作为评价一个可行解优劣的标准。对可行解应用上述评价标准进行评价后,就可以从中选取最高评价价值的方案提供给用户。

1.3 关于模型的说明

该模型以本院研究生课程表安排为对象进行研究,并进行了一定的扩充。课程安排并不仅仅限于 1 周 5 天,1 天 3~4 节课的情况,如果对条件 9、条件 10 进行适当的调整,则模型就可以适用于 1 个周期内有任意小周期,1 个小周期内有任意“天”,1“天”内有任意“节”的情况,显然,这将极大地扩展模型的适用范围。

2 结束语

本文所建立的自由选课模式下排课问题的模型具有以下特点:①模型考虑了多种因素,并把这些因素分成必须满足的条件与对解的优劣产生影响的评价因素两类,从而把问题的求解与解的评价分开,使模型适用于需要对这两部分分开考虑的求解方法,从而对各种求解方法都具有很好的适应性。②模型对评价因素的变化也具有很好的适应性,只要对评价因素集合、评价因素权重向量进行调整就可以完成评价标准的调整,以实现更加合理,更符合用户要求的优解选择。③模型的限制条件与解在表示形式上采用了 0~1 矩阵形式,容易转换成具体求解方法所要求的形式。

参考文献:

- [1] 王力. 高校通用排课管理信息系统的设计与实现[J]. 贵州工业大学学报, 1999, 28(2): 87-90.
- [2] 龙一飞, 郭文宏. 基于知识推理的排课系统[J]. 电脑开发与应用, 2000, 13(6): 35-37.
- [4] 吴志斌, 陈淑珍, 孙晓安. 回溯算法与计算机智能排课[J]. 计算机工程, 1999, 25(3): 79-80.
- [3] 熊伟清, 魏平, 赵杰煜. 用遗传算法求解时间表问题[J]. 微电子学与计算机, 2001, 4: 29-31.

(编辑: 姚树峰)

A Mathematic Model of Timetable Arrangement in the Free - Select - Course Mode

WU Wei, ZHANG Xiao-feng, ZHU Gen-biao

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: This paper presents a mathematic model of timetable arrangement in the free - select - course mode and its assessment system. With the model, problem solving is regarded as a construction of matrix which satisfies several standards. With the assessment system, the optimal arrangement is available.

Key words: timetable arrangement; mathematic model; freely - select - courses mode